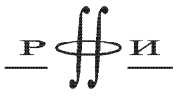
В.Е. ФОРТОВ, А.Г. ХРАПАК,
И.Т. ЯКУБОВ

ФИЗИКА НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

Рекомендовано УМО высших учебных заведений Российской Федерации по образованию в области прикладных математики и физики в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям "Прикладная математика и физика"

МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ
2004

УДК 533.9.011(031)
ББК 22.333
Ф 80



Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 02-02-30044д

Фортов В. Е., Храпак А. Г., Якубов И. Т. **Физика неидеальной плазмы.** Учеб. пособие. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 528 с. — ISBN 5-9221-0173-0.

Книга посвящена плазме высокой плотности, сжатой так сильно, что энергия межчастичного взаимодействия становится сопоставимой с кинетической энергией теплового движения. Эффекты межчастичного взаимодействия — неидеальность — определяют необычные свойства такой плазмы. Большая часть вещества Вселенной находится именно в этом экзотическом состоянии. Интерес к исследованию свойств неидеальной плазмы возрос в последние годы, когда состояния с высокой концентрацией энергии, составляющие основу многих современных технических устройств и энергетических установок, стали доступны импульсным экспериментам. В книге рассматриваются методы генерации и диагностики неидеальной плазмы. Приведены результаты экспериментальных исследований термодинамических, переносных и оптических свойств. Обсуждаются основные теоретические методы и модели. Особое внимание обращено на быстро развивающиеся новые направления физики неидеальной плазмы, такие как металлизация диэлектриков и диэлектризация металлов, однозарядная плазма, пылевая плазма и её кристаллизация.

Для студентов, аспирантов, и научных работников, занимающихся вопросами физики плазмы, плотных сред, статистической теорией многих частиц, вопросами плазменных технологий и явлениями в газовом разряде.

Учебное издание

ФОРТОВ Владимир Евгеньевич
ХРАПАК Алексей Георгиевич
ЯКУБОВ Игорь Тевфикович

ФИЗИКА НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

Редактор *М.Б. Козинцова*
Оригинал-макет: *М.В. Башевой*
Оформление переплета: *А.Ю. Алехина*

ЛР № 071930 от 06.07.99. Подписано в печать 29.03.04. Формат 60×90/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 33. Уч.-изд. л. 33.
Тираж 400 экз. Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература»
МАИК «Наука/Интерпериодика»
117997, Москва, ул. Профсоюзная, 90
E-mail: fizmat@maik.ru, fmlsale@maik.ru
http://www.fml.ru

Отпечатано с диапозитивов
в ОАО «Чебоксарская типография № 1»
428019, г. Чебоксары, пр. И. Яковлева, 15

ISBN 5-9221-0173-0

© ФИЗМАТЛИТ, 2004

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 6

Глава 1. **Неидеальная плазма. Основные представления** 9
§ 1.1. Межчастичные взаимодействия. Критерии неидеальности 9
§ 1.2. Область существования неидеальной плазмы. Классификация состояний 17
§ 1.3. Неидеальная плазма в природе. Научно-технические приложения 26
Литература 32

Глава 2. **Электрические методы генерации неидеальной плазмы** 35
§ 2.1. Нагрев в омических печах 35
§ 2.2. Изобарический джоулев нагрев 53
§ 2.3. Электрические разряды высокого давления 62
Литература 69

Глава 3. **Динамические методы генерации неидеальной плазмы** 73
§ 3.1. Принципы динамической генерации и диагностики плазмы 73
§ 3.2. Динамическое сжатие плазмы цезия 83
§ 3.3. Сжатие инертных газов мощными ударными волнами . . 86
§ 3.4. Изоэнтропическое расширение ударно-сжатых металлов . 99
§ 3.5. Генерация сверхплотной плазмы в мощных ударных волнах 114
§ 3.6. Неидеальная плазма при воздействии мощных потоков направленной энергии 120
Литература 130

Глава 4. **Ионизационное равновесие и термодинамические свойства слабоионизованной плазмы** 135
§ 4.1. Частично ионизованная плазма 135
§ 4.2. Аномальные свойства плазмы металлов 138

§ 4.3. Снижение потенциала ионизации и кластерные ионы в слабонеидеальной плазме 149
§ 4.4. Капельная модель неидеальной плазмы паров металлов. Аномально высокая электропроводность 159
§ 4.5. Металлизация плазмы 167
Литература 175

Глава 5. **Термодинамика плазмы с развитой ионизацией** 179
§ 5.1. Однокомпонентная плазма на нейтрализующем фоне компенсирующего заряда 179
§ 5.2. Многокомпонентная плазма. Результаты теории возмущений 196
§ 5.3. Псевдопотенциальные модели. Расчеты методом Монте-Карло 202
§ 5.4. Вклад связанных состояний. Модель ограниченного атома 208
§ 5.5. Квазиклассическое приближение 214
§ 5.6. Метод функционала плотности 219
§ 5.7. Квантовый метод Монте-Карло 223
§ 5.8. Сопоставление с экспериментом 229
§ 5.9. О фазовых переходах в неидеальной плазме 243
Литература 251

Глава 6. **Электрическая проводимость частично ионизованной плазмы** 257
§ 6.1. Проводимость идеальной и частично ионизованной плазмы 257
§ 6.2. Проводимость слабонеидеальной плазмы 263
§ 6.3. Проводимость плотной слабоионизованной плазмы 270
§ 6.4. Термоэлектрический коэффициент 277
Литература 282

Глава 7. **Проводимость полностью ионизованной плазмы** 284
§ 7.1. Кинетические уравнения и результаты асимптотических теорий 284
§ 7.2. Результаты измерений удельной электропроводности . . . 287
§ 7.3. Результаты расчетов удельной электропроводности 291
§ 7.4. Проводимость сильнонеидеальной «холодной плазмы» . . 296
§ 7.5. Проводимость неидеальной плазмы при повышенных температурах. Влияние ионного остова 298
Литература 302

Глава 8. **Оптические свойства плотной плазмы** 305
§ 8.1. Исследования оптических свойств 305
§ 8.2. Основные радиационные процессы в разреженной атомарной плазме 307
§ 8.3. Влияние слабой неидеальности: уширение и сдвиг спектральных линий, смещение порога фотоионизации 312
§ 8.4. Функция распределения микрополя в неидеальной плазме 317
§ 8.5. Принцип спектроскопической устойчивости 320
§ 8.6. Непрерывные спектры сильнонеидеальной плазмы 323
§ 8.7. Перестройка непрерывных спектров легкокипящих металлов при переходе металл–диэлектрик 329
Литература 335

Глава 9. **Металлизация неидеальной плазмы** 338
§ 9.1. Методы многократного ударно-волнового сжатия конденсированных диэлектриков 341
§ 9.2. Результаты измерения электропроводности. Модель ионизации давлением 347
§ 9.3. Металлизация диэлектриков 353
§ 9.4. Ионизация давлением 372
Литература 375

Глава 10. **Однозарядная плазма** 381
§ 10.1. Способы удержания однозарядной плазмы 381
§ 10.2. Неидеальность и вигнеровская кристаллизация 390
§ 10.3. Плавление мезоскопических плазменных кристаллов . . . 399
§ 10.4. Кулоновские кластеры 403
Литература 407

Глава 11. **Пылевая плазма** 409
§ 11.1. Введение 409
§ 11.2. Элементарные процессы в пылевой плазме 413
§ 11.3. Неидеальность пылевой плазмы и фазовые переходы . . . 449
§ 11.4. Колебания, волны и неустойчивости в пылевой плазме . . 475
§ 11.5. Новые направления исследований пылевой плазмы 498
Литература 514
Приложение I. Критические параметры металлов 525
Приложение II. Транспортные сечения рассеяния электрона на атомах инертных газов 527
Приложение III. Работа выхода электронов из металлов 528

Предисловие

Уважаемые читатели, перед Вами книга, посвященная плазме высокой плотности, сжатой настолько сильно, что в ней важны эффекты межчастичного взаимодействия — неидеальность. Интерес к этому нетрадиционному разделу плазменной науки особенно возрос в последние годы, когда импульсному эксперименту стали доступны состояния с высокими удельными концентрациями энергии, составляющими основу современных технических устройств и энергетических приложений.

Неидеальная плазма определяет работу импульсных термоядерных реакторов с инерционным удержанием горячей плазмы, мощных взрывомагнитных и магнитогидродинамических генераторов, энергоустановок и ракетных двигателей с газофазными ядерными реакторами, плазмохимических и СВЧ-реакторов, плазмотронов и мощных источников оптического и рентгеновского излучения. В энергетических устройствах будущего сильносжатая и разогретая металлизованная плазма будет использоваться в качестве рабочего тела подобно водяному пару в современных тепловых электростанциях. Неидеальная плазма возникает при воздействии на вещество мощных ударных, детонационных и электровзрывных волн, концентрированного лазерного излучения, электронных и ионных потоков, при мощных химических и ядерных взрывах, при импульсном испарении лайнеров пинчей и магнитокумулятивных генераторов, при гиперзвуковом движений тел в плотных атмосферах планет, при высокоскоростном ударе и во многих других ситуациях, характеризующихся экстремальными давлениями и температурами. Физика приэлектродных, контактных и электровзрывных процессов при вакуумном пробое тесно связана с неидеальной плазмой, определяющей работу мощных импульсных ускорителей, генераторов СВЧ-излучений и плазменных коммутаторов. Современный прогресс в понимании структуры и эволюции планет-гигантов Солнечной системы и иных астрофизических объектов во многом основан на привлечении идей и результатов физики сильносжатой плазмы.

Наряду с прагматическим, сейчас обострился и общенаучный интерес к плазме высокого давления, так как наибольшая часть материи во Вселенной находится именно в этом экзотическом состоянии. Ведь по современным оценкам около 95 % материи (без учета «темной» массы) — это плазма звезд, пульсаров, черных дыр и планет — гигантов Солнечной системы, а также открытых недавно сотен планет

вне солнечной системы. Кроме того, плазменная неидеальность определяет поведение вещества в обширной части фазовой диаграммы, занимая область от твердого тела и жидкости до нейтрального газа, покрывая фазовые границы плавления и кипения, а также область перехода металл–диэлектрик. Последняя проблема сейчас получила значительное развитие в экспериментах по многократному (квазиизоэнтропическому) ударно-волновому сжатию диэлектриков и их металлизации в мегабарном диапазоне давлений, а также по диэлектризации сильносжатых простых металлов.

Сегодня мы ясно видим, что изучение сильносжатых кулоновских систем является одной из наиболее «горячих» и интенсивно развивающихся фундаментальных научных дисциплин, находящейся на стыке физики плазмы, конденсированного состояния, атомной и молекулярной физики с большим разнообразием стимулированных неидеальностью физических эффектов и постоянно расширяющимся набором объектов и состояний, где эта неидеальность играет определяющую роль. К наиболее ярким результатам последних лет можно отнести ионизацию давлением плазмы диэлектриков и экпериментальную регистрацию кулоновской упорядоченности — плазменная жидкость и плазменный кристалл — в таких объектах, как сильнонеидеальная плазма охлажденных лазерным излучением ионов в электростатических ловушках и циклотронах; конденсация оптически возбужденных экситонов в полупроводниках; двумерная кристаллизация электронов на поверхности жидкого гелия; кулоновское «замерзание» коллоидной плазмы, а также лабораторные и космические эксперименты по плазме с конденсированной дисперсной («пылевой») фазой. Несмотря на чрезвычайное разнообразие объектов и экспериментальных ситуаций все они объединены определяющей ролью сильного коллективного кулоновского взаимодействия в их физическом поведении.

Эти обстоятельства являются постоянным устойчивым стимулом для интенсивных теоретических и экспериментальных исследований, в результате которых в последнее время получено большое количество новых, а главное — надежных сведений о термодинамических, структурных, оптических, электрофизических и транспортных свойствах плотной плазмы. Эти конкретные сведения содержатся в обширном потоке оригинальных публикаций, часть из которых малодоступна российским специалистам, особенно молодежи. Существенно, что постоянно расширяется круг ученых и инженеров, использующих неидеальную плазму при решении самых разнообразных научных и прикладных задач.

В книге сделана попытка систематизировать, обобщить и изложить с единой точки зрения теоретический и экспериментальный материал, относящийся к этой новой области науки. Мы старались обсудить здесь возможно более широкий круг вопросов, где неидеальность проявляется наиболее рельефно именно в плазменном состоянии вещества.

Поэтому за рамками книги остались интересные проблемы плотной плазмы твердых металлов и полупроводников, плазма электролитов и коллоидов, а также детальное обсуждение многочисленных плазменных приложений.

Неидеальная плазма является неудобным объектом для чистой теории, так как сильное межчастичное взаимодействие затрудняет применение традиционных методов теоретической физики. Поэтому прогресс в понимании и описании физики и динамики неидеальной плазмы стал возможен лишь после появления экспериментальных сведений, для получения которых разработана нетрадиционная техника генерации и диагностики. В нашей книге мы стремились выдержать естественные пропорции между теорией и экспериментом, уделяя главное внимание физическим результатам. Этим, как нам кажется, данная работа отличается от имеющихся — впрочем, немногочисленных — обобщающих работ в этой области.

Мы понимаем, что, ввиду исключительно быстрого развития физики неидеальной плазмы, затронутый в нашей книге материал будет постоянно расширяться и уточняться. Мы будем благодарны читателям, которые пришлют критические пожелания и замечания.

В книге содержится обширная библиография, по большинству затронутых вопросов она является вполне исчерпывающей.

Надеемся, что книга окажется полезной для широкого круга специалистов, открывая им доступ к оригинальным работам и позволяя ориентироваться в увлекательных проблемах плотной плазмы. Для чтения книги достаточно знания стандартных общеинститутских курсов физического профиля.

Мы глубоко признательны всем нашим коллегам, с которыми выполнены многочисленные эксперименты и расчеты, составившие основу этой книги. Много ценного дали нам стимулирующие дискуссии и творческое общение с ушедшими от нас А.М. Прохоровым, Я.Б. Зельдовичем, Л.М. Биберманом и В.М. Иевлевым.

Глава 1. НЕИДЕАЛЬНАЯ ПЛАЗМА. ОСНОВНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

§ 1.1. Межчастичные взаимодействия. Критерии неидеальности

1.1.1. Межчастичные взаимодействия. При малых плотностях низкотемпературная, частично ионизованная плазма может рассматриваться как смесь идеальных газов электронов, ионов, атомов и молекул. Частицы движутся с тепловыми скоростями, в основном по прямолинейным траекториям, лишь изредка сталкиваясь друг с другом. Иначе говоря, времена свободных пробегов оказываются большими по сравнению с временами межчастичных взаимодействий. При повышении плотности средние расстояния между частицами уменьшаются, и все большее время частицы начинают проводить, взаимодействуя друг с другом.

Средняя энергия взаимодействия между частицами при этом возрастает. Когда средняя энергия межчастичного взаимодействия оказывается сопоставимой с кинетической энергией теплового движения, плазма становится неидеальной. Свойства такой плазмы весьма необычны, и ее нельзя описывать простыми соотношениями теории идеальных газов.

Если плазма полностью ионизована, ее состояние определяется кулоновскими взаимодействиями, специфика которых состоит в дальнодействии. Поэтому в разреженной плазме частицы движутся в слабых, но самосогласованных полях, создаваемых всем коллективом частиц. По мере сжатия энергия взаимодействия возрастает, но в нее все больший вклад начинает давать короткодействующее взаимодействие.

В последующем изложении обсуждаются особенности межчастичных взаимодействий, вводятся и оцениваются параметры неидеальности. Это позволяет провести классификацию состояний неидеальной плазмы. Условия сильной неидеальности соответствуют высокой концентрации энергии в плазме. В природе плазменная неидеальность оказывается существенной в весьма разнообразных явлениях, которые всегда привлекали к себе внимание исследователей. В последние годы исследования неидеальной плазмы приобрели практическое значение в научно-технических приложениях. Последний параграф главы описывает неидеальную плазму в природных явлениях и в технике.

1.1.2. Кулоновское взаимодействие. Критерием идеальности плазмы по отношению к взаимодействию между заряженными частицами может служить малость средней потенциальной энергии кулоновского взаимодействия свободных зарядов по сравнению со средней кинетической энергией их поступательного движения. Для случая невырожденной однократно ионизованной плазмы параметр неидеальности имеет вид

$$\gamma = e^2\beta/r_\mathrm{s} \sim e^2 n_\mathrm{e}^{1/3}\beta \ll 1, \tag{1.1}$$

где n_e — концентрация электронов; $\beta = 1/kT$, k — постоянная Больцмана. Величина γ представляет собой отношение характерной энергии кулоновского взаимодействия e^2/r_s, на среднем межчастичном расстоянии r_s, к средней тепловой энергии kT. Величина r_s, обычно определяемая как радиус ячейки Вигнера–Зейтца, связана с плотностью плазмы соотношением

$$(4/3)\pi n_\mathrm{e} r_\mathrm{s}^3 = 1. \tag{1.2}$$

В случае плазмы многозарядных ионов имеет место различная степень корреляции между зарядами различной кратности. В этом случае следует использовать различные параметры для ион–ионных, ион–электронных и электрон–электронных взаимодействий. Например, в полностью ионизованной плазме с ионами зарядом Z

$$\gamma_{ZZ} = Z^{5/3}e^2\beta/r_\mathrm{s} = Z^{5/3}\gamma_\mathrm{ee},$$
$$\gamma_\mathrm{Ze} = Z\gamma^{2/3}e^2\beta/r_\mathrm{s} = Z^{2/3}\gamma_\mathrm{ee},$$
$$\gamma_\mathrm{ee} = e^2\beta/r_\mathrm{s}.$$

Заметим, что параметр γ характеризует неидеальность классической кулоновской системы. Электроны и ионы в плазме образуют классическую систему, если они редко оказываются на расстоянии, сопоставимом с тепловой длиной волны электрона $\lambda_\mathrm{e} = \hbar/\sqrt{2mkT}$. Поскольку сближение заряженных частиц возможно до характерных расстояний Ze^2/kT, условие классичности можно записать в виде

$$\lambda_\mathrm{e} \ll Ze^2\beta. \tag{1.3}$$

Таким образом, плазма является классической при относительно низких температурах, тогда $kT \lesssim \mathrm{Ry} = e^4 m/\hbar^2$. В более разогретой плазме необходимо учитывать интерференционные квантовые эффекты, обусловленные принципом неопределенности.

Другим проявлением квантовости является вырождение — в первую очередь, вырождение электронов, имеющих малую массу и, следовательно, наибольшую тепловую длину волны. Возможность использования классической статистики определяется малостью числа электронов в элементарном объеме с линейным размером λ_e.

Иными словами, должно выполняться неравенство $n_e\lambda_e^3 \ll 1$. Условие применимости классической статистики соответствует малости энергии Ферми ε_F по сравнению с температурой:

$$\begin{aligned} &\xi = \beta\varepsilon_F \ll 1, \quad \xi \text{ — параметр вырождения,} \\ &\varepsilon_F = (3\pi^2 n_e)^{2/3}\hbar^2/2m. \end{aligned} \tag{1.4}$$

Таким образом, изотермическое сжатие низкотемпературной плазмы ($T \lesssim \mathrm{Ry}/k = 1{,}58 \cdot 10^5$ K) приводит к росту энергии кулоновского взаимодействия, которая, после того, как параметр γ становится больше единицы, превосходит кинетическую энергию движения частиц. Это обстоятельство сильно затрудняет теоретическое описание неидеальной плазмы, делая невозможным применение теории возмущений и вынуждая пользоваться качественными физическими моделями. Дальнейшее сжатие плазмы вызывает увеличение неидеальности, но только до определенного предела. Дело в том, что с ростом плотности там, где $n_e\lambda_e^3 \approx 1$, происходит вырождение электронов. Например, у металлов $n_e \sim 10^{23}$ см$^{-3}$, и вырождение электронов наступает при $T \lesssim 10^5$ K, т. е. практически всегда. Масштабом кинетической энергии становится энергия Ферми (1.4), которая растет с увеличением плотности плазмы. Квантовый критерий идеальности плазмы приобретает вид

$$\gamma_q = e^2 n_e^{1/3}/\varepsilon_F \ll 1. \tag{1.5}$$

Поскольку $\varepsilon_F \sim n_e^{2/3}$, то параметр γ_q уменьшается с ростом плотности электронов, и вырожденная электронная плазма становится все более идеальной по мере сжатия.

Следует подчеркнуть, что при высоких плотностях только электроны представляют собой идеальный ферми–газ. Ионный компонент обычно неидеален. В зависимости от степени его неидеальности говорят об ионной жидкости, об ячеечной или кристаллической структуре и других модельных образах ионной подсистемы.

Хорошо известно, что даже в разреженной плазме, когда $\gamma \ll 1$, нельзя непосредственно использовать формулы теории идеальных газов для определения термодинамических и переносных свойств плазмы. Такие величины, как, например, второй вириальный коэффициент или длина свободного пробега, оказываются расходящимися. Это обусловлено спецификой кулоновского потенциала взаимодействия — его медленным убыванием на больших расстояниях и расходимостью на малых. Расходимость на малых расстояниях устраняется при учете квантовых эффектов, а учет экранирования заряда в плазме устраняет расходимость длины свободного пробега и второго вириального коэффициента на больших расстояниях.

Рассмотрим экранирование заряда в плазме. Дальнодействующий характер потенциала Ze^2/r приводит к тому, что в плазме оказываются существенными многочисленные взаимодействия на больших расстояниях, $r \gg r_s$. Рассмотрим распределение плотности заряда в окрестности произвольно выбранной частицы. Такая частица отталкивает одноименные заряды и притягивает заряды противоположного знака кратности Z. Потенциал результирующего самосогласованного поля, созданного выбранной (пробной) частицей и ее окружением (потенциал Дебая–Хюккеля), равен

$$\varphi = (Ze/r)\exp(-r/r_D), \tag{1.6}$$

где r — расстояние от пробной частицы; r_D — радиус Дебая:

$$r_D = \left(4\pi\, e^2\beta \sum_k Z_k^2 n_k\right)^{-1/2}, \tag{1.7}$$

различные значения индекса k соответствуют различным сортам заряженных частиц. Таким образом, кулоновское поле заряженной частицы экранируется на расстоянии порядка r_D. Это приводит к сходимости таких основных величин, как длина пробега и вириальный коэффициент. Наличие в дебаевской сфере достаточно большого числа частиц является необходимым условием справедливости выражений (1.6) и (1.7).

Оценим интенсивность межчастичного взаимодействия, существующего в дебаевской плазме. Для этого заметим, что выражение (1.6) представляет собой суперпозицию кулоновского потенциала, созданного пробной частицей, и потенциала, созданного всеми остальными частицами дебаевской сферы. Вычитая из (1.6) потенциал пробной частицы Ze/r и устремляя $r \to 0$, получаем потенциал, создаваемый заряженными частицами дебаевской сферы в месте нахождения пробной частицы $\varphi = Ze/r_D$. Тогда критерий идеальности для плазмы однозарядных ионов запишется так:

$$\Gamma = e^2\beta/r_D \ll 1. \tag{1.8}$$

Параметр Γ называют плазменным параметром или дебаевским параметром неидеальности.

Легко видеть, что критерий (1.8) можно выразить через $N_D = (4/3)\pi n_e r_D^3$ — число электронов в дебаевской сфере. Действительно, $\Gamma = (3\gamma^3)^{1/2} = (3\,N_D)^{-1}$, и поэтому критерий идеальности плазмы, т. е. малость энергии кулоновского взаимодействия по сравнению с кинетической энергией, совпадает с условием применимости дебаевского приближения: число заряженных частиц в дебаевской сфере должно быть велико, $N_D \gg 1$.

В условиях, когда электронный компонент вырожден, $n_e\lambda_e^3 \gg 1$, радиус экранирования вырожденными электронами определяется длиной Томаса–Ферми:

$$r_{TF} = (\pi/3n_e)\sqrt{\hbar^2/4me^2}.$$

В двухкомпонентной электрон–ионной системе, в которой электроны вырождены, а ионы остаются классическими, радиус экранирования пробного заряда определяется выражением

$$r^{-2} = (r_{TF}^e)^{-2} + (r_D^i)^{-2} \approx (r_D^i)^{-2}.$$

Отсюда следует, что экранирование в этом случае осуществляют главным образом ионы.

С ростом плотности дебаевский радиус убывает и может стать меньше межчастичного расстояния r_s. В этих условиях r_D теряет смысл радиуса экранирования. Такова, например, ситуация в жидком металле, где заряд экранируется на расстояниях порядка радиуса ячейки Вигнера–Зейтца, т. е. на длине порядка r_s.

Важная особенность кулоновского потенциала состоит в его поведении на малых расстояниях, которое переводит чисто классическую кулоновскую систему в неустойчивую. Однако именно на малых расстояниях — порядка длины волны электрона λ_e — становятся существенны квантовые эффекты, приводящие к образованию атомов и молекул. Можно так же говорить о короткодействующем квантовом отталкивании, связывая его возникновение с действием принципа неопределенности, не допускающего сильного сближения частиц с заданным относительным импульсом. Учет этого обстоятельства при низких температурах (при $kT \lesssim$ Ry в плазме с однократной ионизацией) устраняет расходимость и приводит к квантовым поправкам. Такую плазму называют классической. В противоположном случае плазму называют квантовой.

Области существования неидеальной классической и вырожденной плазмы представлены на рис. 1.1. Они ограничены кривыми $\gamma = 1$, $n_e\lambda_e^3 = 1$, $\gamma_q = 1$. На диаграмме указаны также области применимости предельных приближений, описывающих состояние слабонеидеальной плазмы дебаевского и томас–фермиевского приближений.

Мы видим, что для последовательного теоретического анализа доступны лишь состояния с экстремально высокими давлениями и температурами, находящиеся на периферии фазовой диаграммы вещества. На рис. 1.1 область существования электронной неидеальной плазмы оказывается расположенной внутри треугольника, ограниченного кривыми $\varepsilon_F = e^2 n_e^{1/3}$ и $\gamma = 1$; верхняя часть этой области относится к вырожденной, нижняя к больцмановской плазме, а максимально возможные значения параметра неидеальности являются конечными и не превосходят нескольких единиц. При больших плотностях плазма остается сильнонеидеальной благодаря межионному взаимодействию вплоть до вырождения ионов.

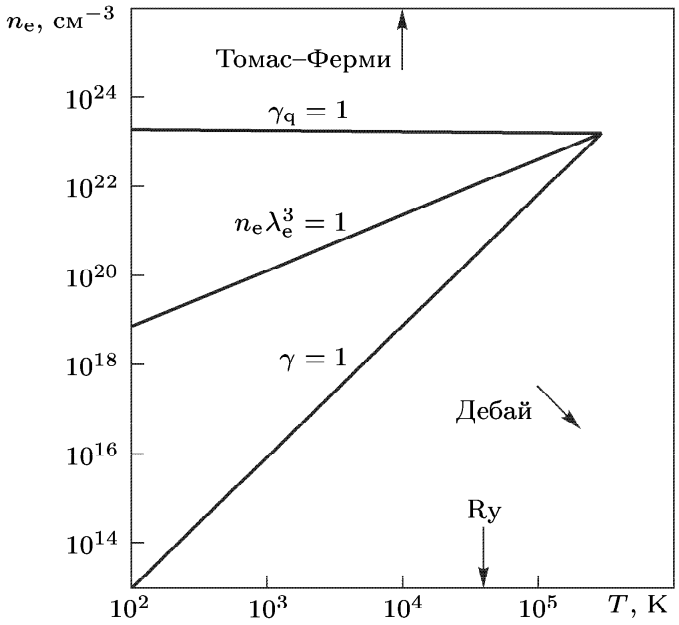


Рис. 1.1. Области существования неидеальной классической и вырожденной низкотемпературной плазмы

1.1.3. Взаимодействия электрон–атом и ион–атом. При малой степени ионизации в низкотемпературной плазме взаимодействием между заряженными частицами можно пренебречь. Здесь, благодаря высокой плотности нейтральных частиц, может оказаться важным взаимодействие между заряженными и нейтральными частицами. В этом случае электронные и ионные компоненты слабоионизованной плазмы нельзя описывать в идеально-газовом приближении. Неидеальность вследствие взаимодействия заряд–нейтральная частица, в первую очередь, отражается на обусловленных наличием заряженных частиц свойствах, таких, как электропроводность, теплопроводность и термоэдс.

Для оценки роли взаимодействия заряд–нейтральная частица вычислим потенциал, создаваемый атомами (молекулами) в месте нахождения электрона (иона). Во взаимодействие электрон–атом дают вклад обменные, электростатические и поляризационные силы. Поскольку поляризационные силы являются дальнодействующими, то в первую очередь, именно они существенны при малых плотностях. Тем более это справедливо для ионов. Поляризованный ионом атом создает в месте расположения иона потенциал $\varphi(r) = -\alpha e/2r^4$, где r — расстояние между ними; α — поляризуемость атома. При этом $r > r_a$, где r_a — радиус атома. Суммарный потенциал, создаваемый всеми атомами в месте расположения иона,

$$\varphi = 4\pi \int_{r_a}^{\infty} \varphi(r) n_a(r)\, r^2\, dr, \tag{1.9}$$

где $n_{\mathrm{a}}(r)$ — концентрация атомов, которая зависит от удаления от иона. Если взаимодействие не очень сильное, то этой зависимостью (корреляцией ион–атом) можно пренебречь. Тогда

$$\varphi = -2\pi e n_{\mathrm{a}} \alpha / r_{\mathrm{a}}.$$

Критерий идеальности можно записать в следующем виде:

$$\gamma_{\mathrm{ai}} = 2\pi \alpha e^2 n_{\mathrm{a}} \beta / r_{\mathrm{a}} \ll 1, \tag{1.10}$$

где r_{a} — радиус «обрезания» поляризационного взаимодействия, близкий к размеру атома. Неидеальность по взаимодействию заряд–нейтральная частица может возникнуть в сильнополяризуемых газах, которыми являются пары металлов. Для цезия $\alpha = 400 a_0^3$, $r_{\mathrm{a}} = 4a_0$, где a_0 — радиус Бора. В плазме паров цезия при $T = 2000$ К параметр $\gamma_{\mathrm{ai}} \lesssim 0{,}1$, пока $n_{\mathrm{a}} < 10^{19}$ см$^{-3}$.

Потенциал взаимодействия электрона с атомом имеет ту же поляризационную асимптотику $\varphi(r)$, но на малых расстояниях его не всегда можно однозначно определить. Полная информация о взаимодействии электрона с атомом содержится в фазах рассеяния. Их набор позволяет вычислить среднюю энергию взаимодействия с помощью формулы Бэта–Юленбека [1]. Это приводит к довольно громоздким выражениям. Однако взаимодействие электрона с атомом при низких температурах может быть описано одним параметром — длиной рассеяния электрона на атоме L (пока $n_{\mathrm{a}}|L|^3 \ll 1$). Тогда при решении многих задач потенциал $V(r)$ можно заменить δ-образным потенциалом

$$V(\mathbf{r}) = 2\pi \hbar^2 L\, \delta(\mathbf{r}) / m. \tag{1.11}$$

В этом приближении легко вычислить энергию взаимодействия электрона с атомами:

$$U = \int n_{\mathrm{a}}(\mathbf{r}') V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |\, \Psi(\mathbf{r})\, |^2 d\mathbf{r}\, d\mathbf{r}',$$

где $\Psi(\mathbf{r})$ — волновая функция электрона. Если взаимодействие является слабым, можно пренебречь корреляцией электрон–атом и, воспользовавшись (1.11), получить

$$U = 2\pi\, \hbar^2 L n_{\mathrm{a}} / m. \tag{1.12}$$

Критерий идеальности плазмы по отношению к взаимодействию электрон–атом имеет вид

$$\gamma_{\mathrm{ae}} = 2\pi\, |\, L\, |\, \hbar^2 n_{\mathrm{a}}\, \beta / m \ll 1. \tag{1.13}$$

Приближение (1.11) справедливо, если $\lambda_{\mathrm{e}} \gg |L|$, т. е. при низких температурах.

Благодаря своей высокой интенсивности и дальнодействию плазменные взаимодействия — кулоновское и поляризационное — могут

быть сильными в условиях, когда взаимодействие между нейтральными частицами еще несущественно. Простые неравенства можно записать, если воспользоваться ван-дер-ваальсовским уравнением состояния [1]:

$$(p + n_{\mathrm{a}}^2 a) = \frac{n_{\mathrm{a}} kT}{1 - n_{\mathrm{a}} b}.$$

Тогда критерии идеальности имеют вид

$$n_{\mathrm{a}}\, b \ll 1, \quad n_{\mathrm{a}} a\beta \ll 1, \tag{1.14}$$

где a и b — параметры уравнения Ван-дер-Ваальса, выражающиеся через критические температуру и плотность:

$$T_{\mathrm{c}} = 8a/27b, \quad n_{\mathrm{c}} = (3b)^{-1}. \tag{1.15}$$

Межатомные взаимодействия существенны при плотностях, близких и превышающих критические, а в паре — в области потери термодинамической устойчивости.

Обсуждение критериев неидеальности плазмы можно найти также в [2–6].

1.1.4. Сложные частицы в плазме. Рассмотрим сначала вопрос о том, как образуются атомы в плазме. Для этого исходим из рассмотрения классической двухкомпонентной плазмы, состоящей только из электронов и однократно заряженных ионов. Неравенство (1.3) можно переписать в виде

$$\beta \mathrm{Ry} \gg 1, \quad \mathrm{Ry} = me^4/2\hbar^2. \tag{1.16}$$

Это означает, что энергия связанного состояния электрона и иона — энергия связи атома — значительно превышает энергию теплового движения свободных частиц, что свидетельствует о термодинамической выгодности присутствия в плазме атомов. Такую частично ионизованную плазму называют также трехкомпонентной плазмой, имея в виду атомы и оставшиеся несвязанными электроны и ионы.

Концентрации атомов, электронов и ионов связаны уравнением Саха [1]:

$$\frac{n_{\mathrm{e}}\, n_{\mathrm{i}}}{n_{\mathrm{a}}} = \frac{2\Sigma^+}{\Sigma} \left(\frac{m}{2\pi\, \hbar^2 \beta} \right)^{3/2} \exp(-\beta I), \tag{1.17}$$

где I — энергия ионизации атома; Σ^+ и Σ — внутренние статистические суммы иона и атома. Величина $x = n_{\mathrm{e}}(n_{\mathrm{a}} + n_{\mathrm{i}})^{-1}$ называется степенью ионизации.

Существенно, что электрон и ион, связанные в атоме, находятся на расстоянии порядка радиуса Бора a_0, который является еще одним характерным размером системы. Поэтому электрон и ион, составляющие атом, экранируют друг друга так, что в первом приближении

взаимодействием таких пар с окружающими частицами можно пренебречь. Действительно, обратим внимание на то, что энергия связи атома водорода, H = p + e, равна Ry = 13,6 эВ, в то время как энергия связи иона, $H^- = p + 2e$, составляет лишь 0,75 эВ, а возможность существования стабильного иона, $H^{-2} = p + 3e$, не установлена и лишь обсуждается в литературе.

После того как атомы выделены, остаточные квантовые эффекты в классической плазме могут быть учтены в виде поправок. Будучи пропорциональными λ_e/r_D, они малы, если

$$\lambda_e/r_D \sim \gamma^{3/2}(\beta \mathrm{Ry})^{-1/2} \ll 1.$$

Тем не менее при высокой плотности или при достаточно низких температурах плазма может стать многокомпонентной. В ней образуются молекулы A_2, молекулярные ионы A_2^+ и отрицательные ионы A^-. Они являются результатом межатомного взаимодействия и взаимодействия заряженных частиц с нейтральными. Концентрации этих частиц вычисляются с помощью уравнений химического равновесия, одним из которых является уравнение Саха (1.17). Например, для реакции образования отрицательного иона, $A^- \rightleftarrows A + e$, имеем уравнение

$$\frac{n^-}{n_e n_a} = \frac{\Sigma^-}{2\Sigma}\left(\frac{2\pi\hbar^2\beta}{m}\right)^{3/2} \exp(\beta E)\,. \tag{1.18}$$

Здесь n^- — концентрация отрицательных ионов; Σ^- и Σ — внутренние статистические суммы отрицательного иона и атома; E — энергия сродства электрона к атому.

§ 1.2. Область существования неидеальной плазмы. Классификация состояний

1.2.1. Двухкомпонентная плазма. Полностью ионизованная плазма является двухкомпонентной, причем в силу условия локальной электронейтральности концентрация электронов n_e равна концентрации ионов n_i. Такая плазма характеризуется двумя независимыми параметрами: параметром вырождения ξ (1.4) и параметром кулоновского взаимодействия γ (1.1), если $\xi \ll 1$, или γ_q (1.5), если $\xi \gg 1$.

Удобно на плоскости $\{T,n_e\}$ изобразить в логарифмических координатах линии $\gamma = 1$, $\gamma_q = 1$ и $\xi = 1$. Эти линии разделяют плоскость $\{T,n_e\}$ на ряд характерных областей. На рис. 1.2 это сделано для водородной плазмы [7]. Параметр вырождения для электронов $\xi_e \sim \hbar^2 m^{-1}\beta\, n_e^{2/3}$ и для ионов $\xi_i \sim \hbar^2 M^{-1}\beta\, n_i^{2/3}$. Для электронов $\gamma_{qe} = r_s/a_0$, где $a_0 = \hbar^2/me^2$, для ионов $\gamma_{qi} = r_s/(\hbar^2/Me^2)$.

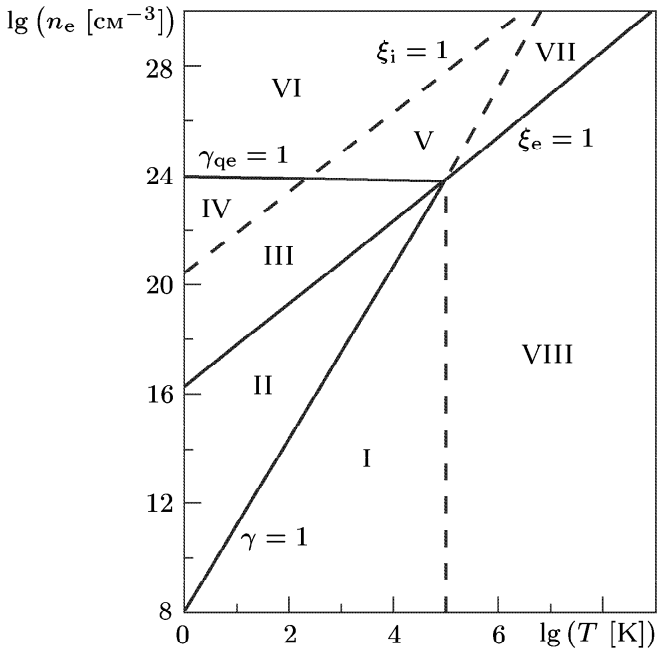


Рис. 1.2. Области параметров двухкомпонентной плазмы

Область I: $\xi_e < 1$, $\xi_i < 1$, $\gamma < 1$ — классическая плазма со слабым взаимодействием электронов и ионов.

Область II: $\xi_e < 1$, $\xi_i < 1$, $\gamma > 1$ — классическая плазма с сильным взаимодействием как электронов, так и ионов.

Область III: $\xi_e > 1$, $\xi_i < 1$, $\gamma_{qe} > 1$, $\gamma > 1$ — электроны образуют вырожденную систему с сильным взаимодействием, а ионы — классическую систему с сильным взаимодействием.

Область IV: $\xi_e > 1$, $\xi_i > 1$, $\gamma_{qe} > 1$, $\gamma_{qi} > 1$ — квантовая плазма с сильным взаимодействием электронов и ионов.

Область V: $\xi_e > 1$, $\xi_i < 1$, $\gamma_{qe} < 1$, $\gamma > 1$ — электроны образуют вырожденную систему со слабым взаимодействием, а ионы — классическую систему с сильным взаимодействием.

Область VI: $\xi_e > 1$, $\xi_i > 1$, $\gamma_{qe} < 1$, $\gamma_{qi} > 1$ — электроны вырождены и взаимодействуют слабо, ионы вырождены и взаимодействуют сильно.

Область VII: $\xi_e > 1$, $\xi_i < 1$, $\gamma_{qe} < 1$, $\gamma < 1$ — электрон–ионная плазма со слабым взаимодействием, в которой электронный компонент вырожден.

Область VIII: $\xi_e < 1$, $\xi_i < 1$, $\gamma < 1$ — классическая плазма со слабым взаимодействием электронов и ионов.

Из приведенного анализа различных значений характерных параметров видно, что области I, VII и VIII представляют собой газовую плазму при различных температурах и плотностях; области V и VI соответствуют твердому телу, в котором электроны образуют вырожденный газ со слабым взаимодействием; в областях III и IV состояния, отвечающие не очень большим значениям параметра γ для электронов

(типичное значение γ в металлах находится в диапазоне 2–5) и достаточно большим γ для ионов, также являются конденсированными.

Область I представляет низкотемпературную слабонеидеальную плазму, хорошо освоенную в физике и технике газового разряда и реализующуюся в широком круге природных явлений. Область VIII соответствует высокотемпературной почти идеальной плазме. Параметры плазмы, встречающиеся в различного типа системах, схематично приведены на рис. 1.3 (см. также [8, 9]).

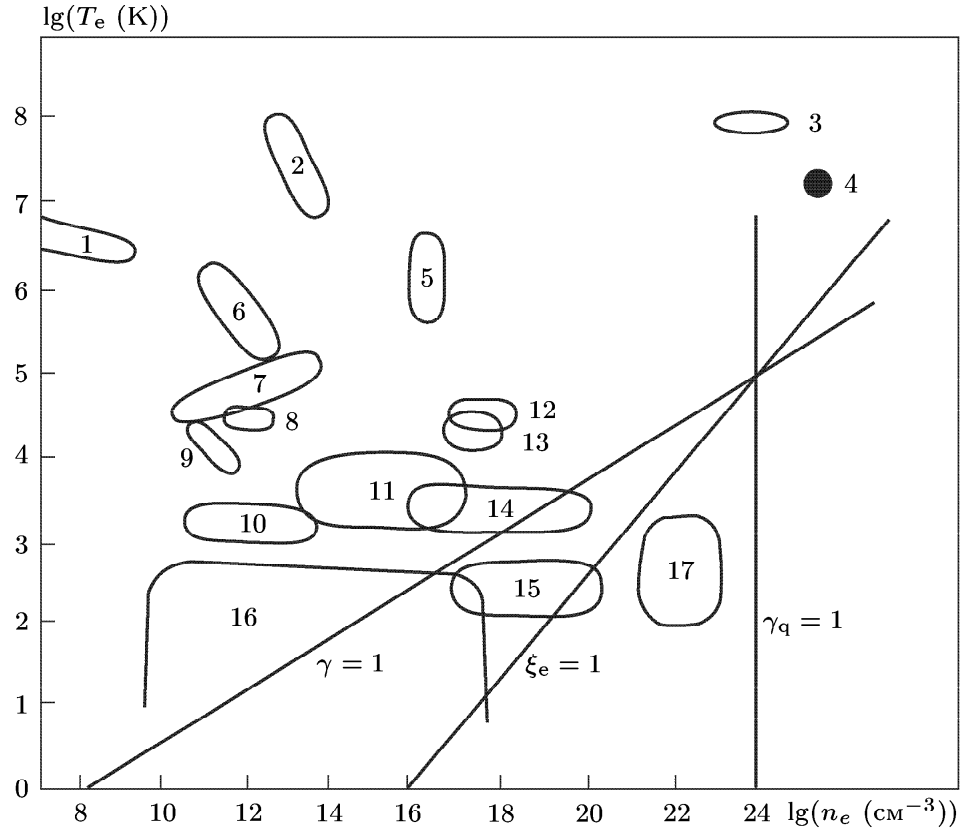


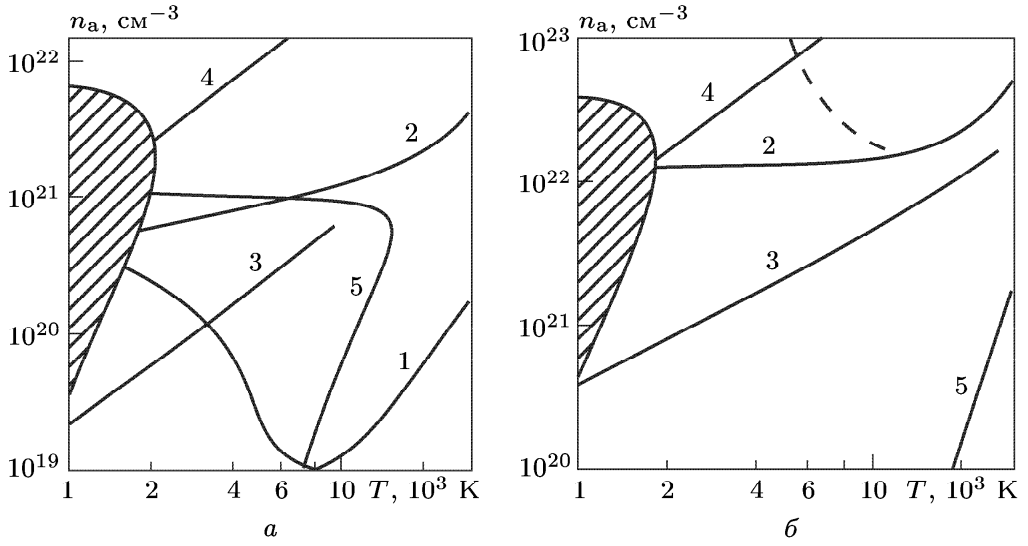
Рис. 1.3. Параметры плазмы, реализующиеся в различных системах [9]: 1 — солнечная корона; 2 — токамак; 3 — лазерный термоядерный синтез; 4 — ядро Солнца; 5 — Z-пинч; 6 — стелларатор; 7 — газовые лазеры; 8 — плазмотрон; 9 — хромосфера Солнца; 10 — плазма продуктов сгорания углеводородных топлив; 11 — электрические дуги; 12 — катодное пятно; 13 — искра; 14 — МГД-генератор на неидеальной плазме; 15 — плазма полупроводников; 16 — металл–аммиачные растворы; 17 — металлы

В тех областях, где $\gamma < 1$, для вычисления термодинамических величин можно использовать теорию возмущений. В этих областях взаимодействие частиц невелико, и система является смесью почти идеальных газов. В тех областях, где $\gamma > 1$, теория возмущений неприменима; здесь взаимодействие частиц существенно, и система подобна жидкости. Такова область III, где размещаются жидкометаллические со-

стояния. Область классической электрон–ионной сильнонеидеальной плазмы — область II — ограничена снизу по концентрациям зарядов условием сильного взаимодействия, $\gamma = 1$, а сверху — электронным вырождением. Гораздо шире область неидеальности ионного компонента. Естественно, что области неидеальности ограничены сверху не только по плотности, но и по температуре, поскольку при высоких температурах кинетическая энергия преобладает над энергией взаимодействия.

Информация, даваемая диаграммой $\{T,\ n_e\}$, не является полной. На рис. 1.2 не указаны области реального существования двухкомпонентной плазмы. При уменьшении температуры электроны и ионы рекомбинируют, плазма становится частично ионизованной, может стать молекулярной, и, наконец, вещество конденсируется и кристаллизуется.

1.2.2. Плазма металлов. На рис. 1.4 показано, в какой области температур и плотностей может быть получена в экспериментах неидеальная плазма ртути и цезия, обладающих наименьшей среди металлов критической температурой.



а *б*

Рис. 1.4. Диаграмма плотность–температура для цезия (*а*) и ртути (*б*): 1 — $\Gamma = 1$; 2 — $\gamma = 1$ (пунктир $\gamma = 1$, если n_e определено по уравнению Саха); 3 — $\gamma_{ai} = 1$; 4 — вырождение электронов; 5 — $x = 0{,}5$. Область сосуществования пара и жидкости заштрихована

Кривая 5 соответствует степени ионизации $x = 0{,}5$. Она условно разделяет области двухкомпонентной полностью ионизованной системы от области, где ионизация лишь частична. Рост температуры вызывает повышение конфигурационного веса свободных состояний электронов и ионов. В результате происходит термическая ионизация. В соответствии с этим высокотемпературная ветвь кривой 5 построена с помощью уравнения Саха (1.17). Известно, однако, что при

сильном межчастичном взаимодействии обычное уравнение Саха не описывает реальное ионизационное равновесие. Один из важнейших эффектов состоит в том, что, становясь сильным, взаимодействие приводит к уменьшению энергии связи атомов, иначе говоря, понижает потенциал ионизации. При очень сильном взаимодействии связанные состояния электрона и иона вообще исчезают. Иногда говорят, что происходит ионизация давлением. Ей соответствует ветвь кривой 5, соответствующая высоким плотностям.

Область, занимаемая электронной неидеальной плазмой, со стороны малых температур ограничена кривыми существования пара и жидкости. Со стороны высоких плотностей область классической неидеальности ограничена вырождением электронов, $n_e\lambda_e^3 = 1$ (фактически $n_a\lambda_e^3 = 1$, поскольку система уже полностью ионизована). При $\rho \gtrsim \rho_c$, происходит металлизация плазмы. Состояния, лежащие выше кривой 4, можно отнести к жидкометаллическим. Однако следует отметить, что прямые измерения, проведенные в ртути [10], показали, что металлическое состояние здесь достигается лишь при $\rho = 11$ г·см$^{-3}$, т. е. при $n_a = 3{,}3 \cdot 10^{22}$ см$^{-3}$.

Со стороны малых плотностей область неидеальности ограничена условием равенства энергии взаимодействия и тепловой энергии. Взаимодействие заряд–нейтральная частица становится сильным при $n_a \gtrsim 10^{20}$ см$^{-3}$ в цезии и при $n_a \gtrsim 10^{21}$ см$^{-3}$ в ртути (большая разница этих значений n_a обусловлена, главным образом, разницей поляризуемостей). В плазме паров металлов именно это взаимодействие с ростом n_a выходит при низких температурах на первый план. Оно ответственно за целый ряд качественно новых эффектов, наблюдаемых в парах металлов при температурах, лежащих в окрестности критической.

Взаимодействие заряд–нейтральная частица сдвигает ионизационное равновесие в сторону увеличения n_e. Степень ионизации при больших плотностях не падает с ростом n_a согласно (1.17), а возрастает. В результате в окрестности критической точки цезия ионизация оказывается почти полной, а в окрестности критической точки ртути степень ионизации x составляет десятки процентов.

С учетом последнего обстоятельства на рис. 1.4 построены кривые $\Gamma = 1$ и $\gamma = 1$, указывающие на идеальность по взаимодействию между зарядами. Для иллюстрации того, насколько ионизационное равновесие не соответствует идеально-плазменному (1.17), на рис. 1.4*б* штриховой линией показана также кривая $\gamma = 1$, построенная с помощью уравнения Саха (1.17).

Область, занимаемая недебаевской плазмой в парах металлов, как это следует из рассмотрения рис. 1.4, очень широка. В последнее время она подверглась интенсивному исследованию. Гораздо меньше сведений имеется о сильнонеидеальной плазме, в которой $\gamma \gtrsim 1$, т. е. $\Gamma \gtrsim 5$.

1.2.3. Плазма водорода и инертных газов. В отличие от щелочных металлов и ртути для плазмы инертных газов удается реализовать чрезвычайно широкий диапазон параметров и проследить изменение физических свойств такой плазмы от газовых ($n_e \sim 10^{14}$ см$^{-3}$) до твердотельных плотностей ($n_e \sim 10^{23}$ см$^{-3}$). При этом речь идет об экстремально высоких давлениях от сотен до миллиона паскалей при максимальных температурах до 10^5 К. В этих сильнозакритических условиях реализуется плазма с развитой ионизацией.

Особый интерес вызывает исследование свойств плазмы водорода — наиболее распространенного вещества во Вселенной. При высоких давлениях и плотностях проводимость водорода резко возрастает до значений близких к металлическим, прежде всего за счет ионизации давлением. Это влияет на свойства ядер планет-гигантов, в частности, на величину их магнитного поля. Рассматривается интригующая возможность существования метастабильной металлической и даже сверхпроводящей фазы водорода при нулевом давлении.

На фазовой диаграмме ксеноновой плазмы, представленной в качестве примера на рис. 1.5, сплошными линиями указаны области одно- и двукратной ионизации, а также отмечены точки, для которых выполнены термодинамические измерения. Из-за высоких температур и особенностей электронных оболочек в такой плазме отсутствуют молекулярные и кластерные образования, а из-за малого количества нейтральных частиц превалирующим типом межчастичного взаимодействия является чисто кулоновское. Наибольшие значения параметра неидеальности здесь достигают значений $\gamma = 10$. При максимальных, реализованных в эксперименте, плотностях, $\rho = 4{,}5$–$9{,}7$ г·см$^{-3}$ (что в несколько раз превосходит твердотельную плотность ксенона $\rho \sim 3$ г·см$^{-3}$), электронный компонент такой плазмы является частично вырожденным, параметр $n_e\lambda_e^3$ достигает значений, близких к 0,5.

При описании плазмы инертных газов при сверхкритических плотностях необходимо учитывать межатомное и межионное отталкивание. Действительно, при $\rho > \rho_c = 1{,}1$ г·см$^{-3}$ характерное межчастичное расстояние в плазме сравнимо с размером атомов и ионов в основном состоянии ($\sigma_{Ar} = 3{,}4 \cdot 10^{-8}$ см, $\sigma_{Xe} = 4 \cdot 10^{-8}$ см) и, тем более, в возбужденных состояниях. Параметр $n_a\sigma^3$, характеризующий это взаимодействие, достигает в ксеноне значения 0,2–0,3.

Наконец, в высокотемпературной плазме ($T > 3 \cdot 10^4$ К) амплитуда кулоновского рассеяния электрона $f = Ze^2/kT$ сопоставима с характерными размерами ионов. Это приводит к некулоновскому характеру электронного рассеяния. Эти условия достигаются при сжатии газа в сильных ударных волнах, а условия с более скромными параметрами — при адиабатическом сжатии. Принципы динамической генерации плазмы обсуждаются в гл. 3, а свойства сильно сжатого водорода и инертных газов в гл. 9.

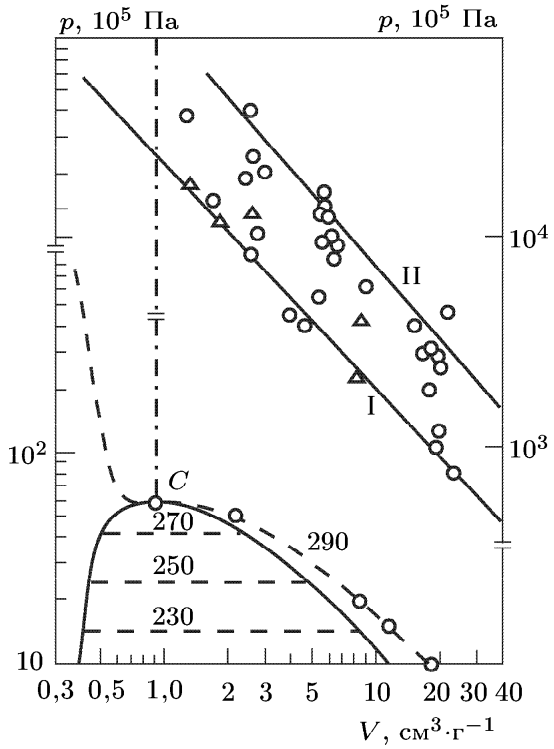


Рис. 1.5. Фазовая диаграмма ксенона [6]: I и II — границы одно- и двукратной ионизации; штриховые кривые — изотермы; C — критическая точка; экспериментальные точки указывают, где были выполнены измерения термодинамических параметров

1.2.4. Плазма с ионами высокой кратности. При мощных импульсных энерговкладах в конденсированное вещество, возникает неидеальная сверхплотная плазма с многозарядными ионами. Плотности такой плазмы близки к плотностям конденсированного состояния, давление достигает нескольких терапаскалей, а температура — порядка десятков электрон-вольт. Плазма состоит из электронов и ионов высокой кратности, $Z \gtrsim 10$. Расширяясь, она проходит целую гамму своеобразных состояний, в которых степень вырождения электронного компонента также изменяется.

Сравнительно однородные объемы такой плазмы в лабораторных условиях создаются при сжатии пористых металлов мощными ударными волнами ($n_e\lambda_e^3 \approx 0{,}5$–$2$, $\gamma_q = 10$, $\Gamma = 2$).

При адиабатическом расширении ударно-сжатых металлов реализуется широкий диапазон плазменных состояний от сильносжатой металлической жидкости вплоть до слабонеидеальной классической плазмы.

Если электроны невырождены, то наблюдается три типа взаимодействий: ион–ионное, ион–электронное и межэлектронное:

$$\gamma_{ZZ} \sim Z^2 e^2 n_i^{1/3}\beta, \quad \gamma_{Ze} \sim Z e^2 n_e^{1/3}\beta, \quad \gamma_{ee} \sim e^2 n_e^{1/3}\beta. \tag{1.19}$$

Если $Z \gg 1$, то, учитывая условие квазинейтральности, можно записать неравенства

$$\gamma_{ZZ} \gg \gamma_{Ze} \gg \gamma_{ee}. \tag{1.20}$$

В случае вырождения электронов их энергии взаимодействия следует соотносить с энергией Ферми (1.5). Ионы при этом остаются еще очень далекими от вырождения. Поэтому

$$\gamma_{ZZ} = Z^2 e^2 n_i^{1/3} \beta, \quad \gamma_{Ze} = Z e^2 n_e^{1/3} / \varepsilon_F, \quad \gamma_{ee} = e^2 n_e^{1/3} / \varepsilon_F.$$

и иерархия (1.20) сохраняется. Отсюда следует возможность существования целого ряда интересных физических систем. Среди них плазма, образованная квазикристаллической системой многозарядных ионов ($\gamma_{ZZ} \gg 1$) и идеального электронного газа ($\gamma_{ee} \ll 1$) с различной интенсивностью взаимодействия с ионами.

На диаграмме параметров сильносжатого вещества (рис. 1.6) заштрихована область, в которой энергия взаимодействия пары электронов мала по сравнению с их кинетической энергией. Однако электроны взаимодействуют с ядрами, а также с большим числом своих партнеров, находящихся в сфере эффективного действия кулоновских сил. Эти взаимодействия при $Z \gg 1$ отнюдь не малы. В заштрихованной области неоднородная плазма разбивается на вигнеровские ячейки и может быть описана методом Томаса–Ферми с поправками или методом функционала плотности энергии (термодинамического потенциала) [11].

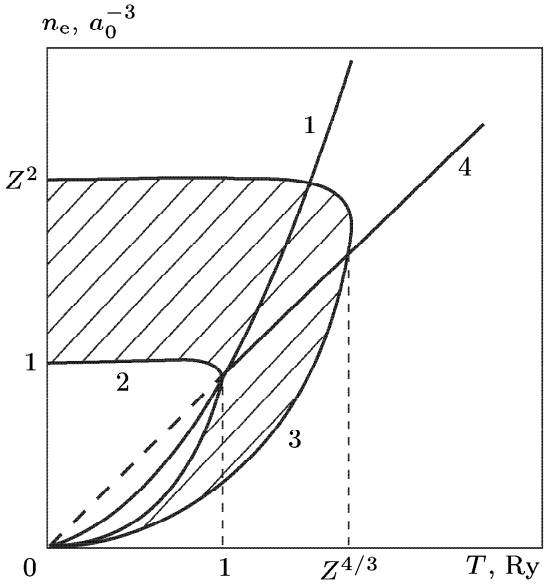


Рис. 1.6. Диаграмма параметров сильно сжатого вещества [11]: 1 — кривая вырождения электронов; 2 — $\gamma_{ee} = 1$; 3 — $\gamma_{Ze} = 1$; 4 — кривая равенства суммы обменных и квантовомеханических эффектов корреляционным эффектам

1.2.5. Пылевая плазма. В последнее десятилетие большой интерес вызывает изучение свойств неидеальной пылевой плазмы [12–17], основными компонентами которой являются электроны, однозарядные ионы и заряженные частицы конденсированной дисперсной фазы.

В термической плазме частицы, эмиттируя электроны и заряжаясь положительно, могут существенно повысить концентрацию электронов в плазме. В неравновесной плазме газового разряда, благодаря более высокой подвижности электронов по сравнению с подвижностью ионов, холодные пылевые частицы заряжаются отрицательно. Заряд пылевых частиц как в термической так и в газоразрядной плазме растет с ростом размера частиц и достигает значений порядка $(10^3–10^4)e$ для частиц микронного размера. Параметр неидеальности по взаимодействию между пылевыми частицами γ_d пропорционален квадрату заряда частиц Z_d и корню кубическому их плотности n_d. Поэтому, несмотря на обычно малую концентрацию пылевых частиц, неидеальность в их подсистеме может возникать значительно раньше неидеальности электрон–ионной подсистемы. Это позволило в пылевой плазме реализовать все возможные состояния плазмы: идеальногазовое полностью разупорядоченное состояние; жидкостное, с ближним порядком в положении пылевых частиц, и кристаллическое, с четко выраженным дальним порядком.

На первый взгляд пылевая плазма представляет собой полный аналог плазмы с ионами высокой плотности, если отождествить пылевые частицы с очень тяжелыми многозарядными ионами. Однако, это далеко не так, и основное отличие состоит в непостоянстве заряда пылевых частиц. Это связано с тем, что заряд частицы определяется локальными параметрами плазмы — температурой, концентрацией электронов и ионов. Заряд пылевых частиц зависит также от концентрации самих частиц и других параметров плазмы. Это приводит к целому ряду интересных эффектов, наблюдаемых в пылевой плазме. Подробное обсуждение свойств пылевой плазмы будет дано в гл. 11.

1.2.6. Однозарядная плазма. Обычно плазма считается нейтральной или квазинейтральной системой, в которой средние числа зарядов разных знаков совпадают. Однако электронейтральность не является обязательным свойством плазмы. Примерами однозарядной (*nonneutral* в англоязычной литературе) плазмы, реализованными в недавних экспериментах, может служить чисто электронная плазма, плазма, состоящая из положительных ионов одного или нескольких сортов, позитронная плазма, а также электрон–антипротонная плазма. Очевидно, что из-за сильного кулоновского отталкивания однозарядная плазма может существовать не распадаясь лишь в различного рода электрических и магнитных ловушках, таких, например, как ловушки Пеннинга или Пауля, в накопительных кольцах и ускорителях [18, 19]. Двумерная электронная плазма может создаваться над поверхностью

жидкого гелия [20–22] и на внутренней поверхности многоэлектронных пузырьков в объеме жидкого гелия [23, 24]. Чисто электронная и чисто ионная плазмы могут удерживаться часами и даже днями в состоянии термодинамического равновесия. Они могут быть охлаждены до криогенных температур, где наблюдаются жидкостные и кристаллоподобные состояния. В гл. 10 обсуждаются свойства однокомпонентной плазмы, которые существенно отличаются от свойств обычной квазинейтральной плазмы.

§ 1.3. Неидеальная плазма в природе. Научно-технические приложения

Плазма высокой плотности, в которой существенны эффекты неидеальности, реализуется во многих природных явлениях и технических устройствах. Это плазма электронов в твердых и жидких металлах, полупроводниках и электролитах, сверхплотная плазма вещества белых карликов, Солнца, глубинных слоев планет-гигантов Солнечной системы и космофизических объектов, для которых свойства плазмы определяют их структуру и эволюцию. При изучении планет-гигантов Солнечной системы придется столкнуться в прямом и переносном смысле с неидеальной плазмой, образующейся при гиперзвуковом движении космических аппаратов в плотных атмосферах этих планет.

В последнее время обострился и чисто прагматический интерес к изучению плазмы высокого давления в связи с реализацией ряда ответственных энергетических проектов и устройств, действие которых основано на импульсной локальной концентрации энергии в плотных средах. Неидеальная плазма представляется перспективным рабочим телом в мощных стационарных и импульсных МГД и взрывомагнитных генераторах [25], энергоустановках и ракетных двигателях с газофазным реактором [26, 27], в устройствах плазмохимической промышленной технологии. Неидеальная плазма возникает при ядерных взрывах [28], при взрывном испарении лайнеров пинчей и магнитокумулятивных генераторов, при воздействии мощных ударных волн, лазерного излучения, электронных и ионных пучков на конденсированное вещество и во многих других случаях.

Потребность в знании физических характеристик неидеальной плазмы возникает при реализации идеи импульсного термоядерного синтеза, осуществляемого путем лазерного, электронного, ионного или рентгеновского обжатия сферических мишеней [29], а также при решении задач высокоскоростного удара.

Для физического анализа и расчета гидродинамических последствий такого рода воздействий, определяющими являются сведения о физических характеристиках плазмы в обширной области фазовой диаграммы вещества, от сильносжатого конденсированного состояния

вплоть до идеального вырожденного и больцмановского газов, включая кривую высокотемпературного кипения и окрестность критической точки.

В этом параграфе мы весьма кратко укажем наиболее показательные практические ситуации, в которых возникает и используется неидеальная плазма.

Наиболее естественным примером неидеальной плазмы является плазма электронов проводимости в твердых и жидких металлах. Речь идет о вырожденной плазме ($\varepsilon_F \gg kT$) с электронной концентрацией $n_e = 10^{22}$–$2{,}5 \cdot 10^{23}$ см$^{-3}$. Поскольку $2 \leqslant r_s \leqslant 5{,}6$ (здесь r_s в атомных единицах), то в такой системе реализуется сильное взаимодействие между ионами, приводящее к кристаллизации, и довольно слабое (благодаря вырождению) взаимодействие между электронами, позволяющее рассматривать их в рамках модели идеального вырожденного газа. Действие мощных ударных волн на металлы (см. гл. 3) позволяет сжать такую плазму в 3–4 раза, доведя максимальные значения n_e до $6 \cdot 10^{23}$ см$^{-3}$ и температуру до $5 \cdot 10^5$ K, приблизившись тем самым к границе вырождения.

Жидкие электролиты и особенно растворы щелочных металлов в аммиаке [30] представляют собой сильнонеидеальную плазму в весьма широком диапазоне изменения параметров вырождения и взаимодействия. Это достигается варьированием доли растворенного в аммиаке металла. В этих условиях, наряду с сильным кулоновским взаимодействием, в системе реализуется также и мощное взаимодействие заряд–нейтральная частица. Результатом этих взаимодействий являются необычные фазовые переходы и аномально высокие электропроводности, достигаемые при умеренных температурах еще при малых долях металла в растворе.

В собственных и примесных полупроводниках число электронов и дырок варьируется в широких пределах изменением температуры и концентрации примесей. При интенсивном световом облучении электроны, оптически возбужденные в зону проводимости, образуют плазму. Межчастичное взаимодействие в ней может стать настолько сильным, что приводит к фазовому переходу — образованию экситонной жидкости [31].

Согласно оценкам, произведенным в работе [32], параметры плазмы железа в центре Солнца экстремально высоки: $\rho \approx 120$ г·см$^{-3}$, $T \approx 13 \cdot 10^6$ K. Реализующийся при этих условиях параметр неидеальности $\gamma \approx 40$, по-видимому, все же недостаточен для кристаллизации. Расчеты методом молекулярной динамики, дают границу кристаллизации $\gamma \approx 144$. Однако уже при меньших γ возможна частичная кристаллизация плазмы, что влияет, в частности, на ее оптические свойства, определяющие структуру Солнца.

Плазма экстремальных параметров реализуется на поздних стадиях эволюции звезд в так называемых белых карликах [33], затухаю-

щих звездах с массой, меньшей 1–1,2 массы Солнца. Вещество здесь находится в равновесном состоянии, когда давление квазиоднородного вырожденного газа уравновешивает сжимающие звезду гравитационные силы. При высоких плотностях в такой плазме протекают пикноядерные реакции (квантовое туннелирование ядер через разделяющий их кулоновский барьер, имеющее место при «холодном» сжатии выше плотности $\sim 10^{34}$ см$^{-3}$), а при достаточно высоких температурах — термоядерные. Эффекты неидеальности увеличивают скорости ядерных реакций, определяя структуру, стабильность и эволюцию этих экзотических объектов [34, 35].

Экспериментальное исследование планет-гигантов Солнечной системы автоматическими кораблями дает богатую информацию об их физических свойствах, что стимулирует создание их современных моделей, используя теорию неидеальной плазмы. При движении космического аппарата с гиперзвуковой скоростью в плотной атмосфере Юпитера перед аппаратом образуется мощная ударная волна, в которой происходит сжатие и необратимый нагрев плазмы до температур в десятки тысяч градусов при давлениях в десятки–сотни МПа [36]. Для организации эффективной зашиты аппарата от воздействия этой плазмы, а также для обеспечения надежной радиосвязи необходимы сведения о термодинамических, транспортных и радиационных характеристиках сильнонеидеальной ударно-сжатой плазмы.

Среди многочисленных технических применений неидеальной плазмы наиболее важные относятся к энергетике, так как с ионизованной плазмой высокой плотности связывается разработка и реализация целого ряда перспективных энергетических проектов. В настоящее время наряду с термоядерными системами магнитного удержания горячей плазмы развивается альтернативное направление — инерционный управляемый термоядерный синтез [37, 38]. При этом подходе термоядерная реакция осуществляется в форме «микровзрыва» в течение короткого (несколько наносекунд) времени, определяемого инерционным разлетом горячей плазмы. Энергетический порог инициирования в системах инерционного синтеза достигается сжатием термоядерного горючего мишени до плотности, приблизительно в 1000 раз превосходящей плотность твердого тела. Для сжатия и нагрева смеси дейтерия и трития в сферических микромишенях рассматриваются самые разнообразные возможности — мощное лазерное или «мягкое» рентгеновское излучение, потоки релятивистских электронов, легких и тяжелых ионов, удар макроскопических лайнеров. При этом к сложной слоистой мишени размером $\sim$ 0,1 см за время 10^{-9} с необходимо подвести энергию $\sim 10^6$ Дж. В результате возникает сложное нестационарное течение плотной неидеальной плазмы с давлением до 10 ТПа. Для расчета гидродинамики такого течения и создания оптимальных конструкций термоядерных микромишеней необходимы

обширные данные о термодинамических, оптических и транспортных свойствах неидеальной плазмы различного состава в чрезвычайно широком диапазоне давлений и температур.

Сильнонеидеальная плазма широкого диапазона параметров возникает при взаимодействии мощных импульсных источников излучения с веществом. Когда поверхность твердого вещества подвергается воздействию мощного лазерного импульса, возникает неоднородный плазменный факел, в котором реализуется широкий диапазон состояний. Сравнительно разреженная разогретая плазма ($n_e < 10^{21}$ см$^{-3}$, $kT \approx 1$ кэВ) движется навстречу лазерному лучу и поглощает его энергию. Эта энергия переносится в область сильнонеидеальной плазмы ($n_e = 10^{21}$–10^{23} см$^{-3}$), где при «критической» плотности, соответствующей равенству частоты лазерного излучения характерной плазменной частоте, возникает нестационарное гидродинамическое движение. Сильная реакция отдачи сжимает материал мишени, в ней возникает область сверхплотного вещества ($n_e > 10^{23}$ см$^{-3}$) (рис. 1.7) [39].

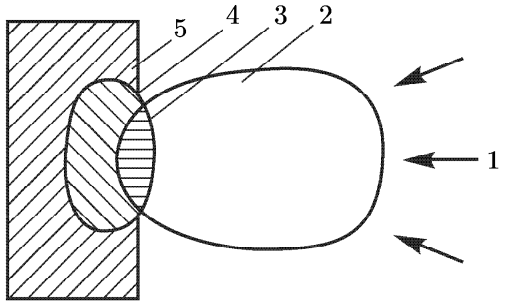


Рис. 1.7. Результат взаимодействия излучения с веществом [39]: 1 — лазерный импульс; 2 — плазма короны ($\rho \leqslant 10^{-2}$ г·см$^{-3}$; $kT \approx 1$ кэВ); 3 — неидеальная плазма продуктов абляции ($\rho = 0{,}01$–1 г·см$^{-3}$; $kT \approx 100$ эВ); 4 — сверхплотное вещество ($\rho = 10$–50 г·см$^{-3}$; $kT \approx 10$–100 эВ); 5 — холодное вещество нормальной плотности

На использование неидеальной плазмы ориентирован другой энергетический проект будущего — проект газофазного ядерного реактора [40]. Это устройство представляет собой реактор полостного типа (рис. 1.8), в центре которого находится урановая плазма высокого давления. Между ураном и стенками протекает рабочее тело, нагреваемое излучением плазмы урана. Перемешивание рабочего тела и урана подавляется стабилизирующим магнитным полем, профилированием поля скоростей и другими способами. Такое устройство является основой для создания атомных электростанций, компактных космических энергоустановок, ракетных двигателей и т. п. [40]. Высокие температуры и требования критичности приводят к необходимости иметь в полости газофазного реактора давление в сотни атмосфер. В этих условиях при температурах в десятки тысяч градусов рабочие

тела (смеси водорода и щелочных металлов) находятся в состоянии неидеальной плазмы.

Характерный для неидеальной плазмы высокий уровень удельной электропроводности при значительной сжимаемости делает ее перспективным рабочим телом магнитогидродинамических (МГД) генераторов [41, 42]. Принцип действия МГД-генератора предполагает движение проводящей среды в поперечном магнитном поле. Мощность, которую можно снять с единицы активного объема, при прочих равных условиях пропорциональна удельной электропроводности. Электропроводность неидеальной плазмы при сравнительно умеренных температурах может превышать на порядки электропроводность идеальной плазмы за счет межчастичных взаимодействий. Схема МГД-генератора закрытого цикла, использующего неидеальную плазму цезия и натрия, рассмотрена в [41]. С использованием ударно-сжатой неидеальной ксеноновой плазмы при давлении в несколько гигапаскалей связывается создание компактного взрывного МГД-генератора с самовозбуждением магнитного поля [43].

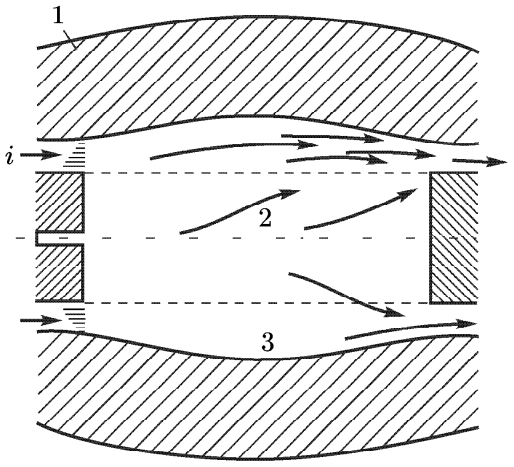


Рис. 1.8. Схема газофазного ядерного реактора [40]: 1 — делящаяся урановая плазма; 2 — поток рабочего тела; 3 — отражатель нейтронов

В [25] предложена схема МГД-электростанции, в которой МГД-генератор работает в замкнутом цикле на неидеальной плазме насыщенных паров цезия или калия. Уровень термодинамических параметров цезия: $T \leqslant 1800$ K, $p \leqslant 7$ МПа. Установка работает по циклу Ренкина. Этот цикл, совершаемый щелочным металлом (рис. 1.9), состоит из нагрева и испарения в парогенераторе, расширения в МГД-блоке, конденсации в теплообменнике-конденсаторе, повышения давления в насосе.

Неидеальную плазму цезия можно также рассматривать как рабочее тело плазменных термоэлементов. Этому способствуют высокие значения термоэдс ($S = 10^3$ мкВ/К) при умеренных еще давлениях и температурах ($p \leqslant 10$ МПа, $T \leqslant 2000$ K) [44]. Элемент для термопреобразования представляет собой цилиндр из ниобия, в который вставлена трубка из оксида бериллия, куда заливают цезий. Сверху трубка закрывается металлической пробкой, служащей одним из электродов. Перепад температур создается омическим нагревом в печи, которая помещается в защитный кожух под нужным давлением инертного газа. Мощность термоэлемента может достигать 10 Вт/см^2, КПД — до 20%.

Такие преобразователи имеют преимущество перед полупроводниковыми, так как способны сильно изменять свои характеристики при варьировании приложенного давления.

Еще одна важная область применения неидеальной плазмы — физика пылевой плазмы и целый ряд ее приложений. Среди них — электрофизика продуктов сгорания ракетных топлив, технология изготовления приборов микроэлектроники, технология плазменного напыления, технология обработки материалов лазерным и электронным излучением. Частицы конденсированной дисперсной фазы (КДФ) могут вводиться в плазму преднамеренно или возникать в результате объемной конденсации при истечении плазмы из сопел, при расширении сгустков вещества в пустоту, в продуктах абляции твердых поверхностей, подвергающихся воздействию мощных потоков энергии, и т. д. Пыль и пылевая плазма широко распространены в космосе. Они присутствуют в планетных кольцах, хвостах комет, в межпланетных и межзвездных облаках [45–49]. Пылевая плазма обнаружена вблизи искусственных спутников земли [49] и в термоядерных установках с магнитным удержанием плазмы [50, 51].

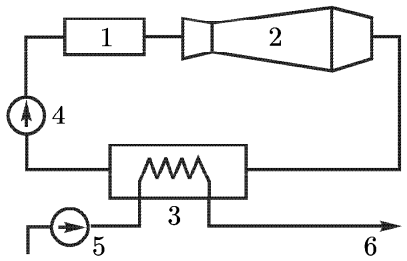


Рис. 1.9. Схема МГД-установки на парах щелочного металла [25]: 1 — парогенератор; 2 — МГД-блок (сопло, МГД-канал, диффузор); 3 — теплообменник-конденсатор; 4 — насос жидкого металла; 5 — водяной насос; 6 — к турбогенератору

Неидеальная плазма образуется при мощных электрических разрядах в жидкостях и твердых средах, и ее свойства определяют динамику движения ударных волн. Они возникают при электрических взрывах тонких проволочек в конденсированных средах, при электрическом пробое жидких и твердых диэлектриков. Электрогидроимпульсные разряды находят широкое применение в промышленности для интенсификации механических и химико-технологических процессов [52]. В основе работы этих установок лежит использование высоковольтного разряда в жидкости как процесса быстрого преобразования энергии конденсаторной батареи в механическую работу. Длительность разряда 10^{-5}–10^{-4} с, плотность энергии 10^{14}–10^{15} Дж·м$^{-3}$, температура 10^4–10^5 К, давление в канале разряда до 1 ТПа. В этих условиях свойства неидеальной плазмы, особенно ее коэффициента электропроводности, влияют как на процесс образования токопроводящего канала, так и на его расширение, на генерацию ударных волн.

Литература

1. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. Часть 1. — М.: Наука, 1976.
2. *Веденов А. А.* Термодинамика плазмы // Вопросы теории плазмы / Под ред. *Леонтовича М. А.* — М.: Атомиздат, 1963. Вып. 1. С. 273–285.
3. *Кудрин Л. П.* Статистическая физика плазмы. — М.: Атомиздат, 1974.
4. *Храпак А. Г., Якубов И. Т.* Электроны в плотных газах и плазме. — М.: Наука, 1981.
5. *Иосилевский И. Л.* // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Вводный том 1 / Под ред. *Фортова В. Е.* — М.: Наука, 2000. С. 275–293.
6. *Иосилевский И. Л., Красников Ю. Г., Сон Э. Е., Фортов В. Е.* Термодинамика и транспорт в неидеальной плазме. — М.: МФТИ, 2000.
7. *Ключников Н. И., Тригер С. А.* // ЖЭТФ. 1967. Т. 52, № 1. С. 276–281.
8. *Смирнов Б. М.* Введение в физику плазмы. — М.: Наука, 1982.
9. *Эбелинг В., Крефт В., Кремп Д.* Теория связанных состояний и ионизационного равновесия в плазме и твердом теле: Пер. с нем. М.: Мир, 1979.
10. *Кикоин И. К., Сенченков А. П., Гельман Э. Б. и др.* // ЖЭТФ. 1965. Т. 49, № 1. С. 124–126.
11. *Киржниц Д. А., Лозовик Ю. Е., Шпатаковская Г. В.* // УФН. 1975. Т. 117, № 1. С. 3–47.
12. *Жуховицкий Д. И., Храпак А. Г., Якубов И. Т.* // Химия плазмы / Под ред. *Смирнова Б. М.* — М.: Энергоатомиздат, 1984. Вып. 11. С. 130–170.
13. *Yakubov I. T., Khrapak A. G.* // Sov. Tech. Rev. B: Therm. Phys. 1989. Vol. 2, № 4. P. 269–337.
14. *Fortov V. E., Molotkov V. I., Nefedov A. P., Petrov O. F.* // Phys. Plasmas. 1999. Vol. 6, № 5. P. 1759–1768.
15. Dusty plasmas: Physics, Chemistry and Technological Impacts in Plasma Processing / Ed. *Bouchole A.* — Chichester: Wiley, 1999.
16. *Shukla P. K., Mamun A. A.* Introduction to Dusty Plasma Physics. — Bristol: IOP Publishing, 2002.
17. *Tsytovich V. N., Morfill G. E., Thomas H.* // Plasma Phys. Rep. 2002. Vol. 28, № 8. P. 623–651.
18. *Davidson R. C.* Physics of Nonneutral Plasmas. — Redwood City: Addison–Wesley, 1990.
19. *Dubin H. E., O'Neil T. M.* // Rev. Mod. Phys. 1999. Vol. 71, № 1. P. 87–172.
20. *Cole M. W.* // Rev. Mod. Phys. 1974. Vol. 46, № 3. P. 451–464.

21. *Шикин В. Б., Монарха Ю. П.* Двумерные заряженные системы в гелии. — М.: Наука, 1989.

22. *Leiderer P.* // Z. Phys. B. 1995. Bd. 98, № 3. S. 303–308.

23. *Володин А. П., Хайкин М. С., Эдельман В. С.* // Письма в ЖЭТФ. 1977. Т. 26, № 10. С. 707–711.

24. *Артемьев А. А., Храпак А. Г., Якубов И. Т.* // ФНТ. 1985. Т. 11, № 10. С. 1011–1020.

25. *Биберман Л. М., Ликальтер А. А., Якубов И. Т.* // ТВТ. 1982. Т. 20, № 3. С. 565–572.

26. Теплофизические свойства рабочих сред ядерной энергетической установки с газофазным реактором / *Грязнов В. К., Иосилевский И. Л., Красников Ю. Г. и др.*; Под ред. *Иевлева В. М.* — М.:Атомиздат, 1980.

27. Research of Uranium Plasmas and their Technological Applications, Proc. of Sympos., Gainesvills / Ed. *Thom K., Schneider R. T.* — Wash.: NASA, 1971; 2nd Symp. of Uranium plasmas, Atlanta. Wash.: NASA, 1971.

28. *Ragan C. E., Silbert M. G., Diven B. C.* // J. Appl. Phys. 1977. Vol. 48, № 7. P. 2860–2870.

29. *Прохоров А. М., Анисимов С. И., Пашинин П. П.* // УФН. 1976. Т. 119, № 3. С. 401–424.

30. *Lepouter M.* Metall Ammoniac Solutions. — N.Y.: Acad. Press, 1965.

31. Электронно–дырочные капли в полупроводниках / Под. ред. *Джеффриса К. Д.* и *Келдыша Л. В.* — М.: Мир, 1988.

32. *Shatzman E.* // Strongly Coupled Plasmas / Ed. *Kalman A., Corini P.* — N.Y.–London: Plenum Press, 1978. P. 409–425.

33. *Зельдович Я. Б., Новиков И. Д.* Релятивистская астрофизика. — М.: Наука, 1971.

34. *De Witt H. E.* // Strongly coupled plasmas / Ed. Kalman G. — NY: Plenum, 1978. P. 83.

35. *Ichimaru S.* // Rev. Mod. Phys. 1982. Vol. 54, № 4. P. 1017–1060.

36. Теплофизические свойства плазмы смеси гелия с водородом / *Кучеренко В. И., Павлов Г. А., Грязнов В. К. и др.* Препринт. — Черноголовка: Изд. ОИХФ АН СССР, 1978.

37. Лазеры и термоядерная проблема / Под ред. *Кадомцева Б. Б.* — М.: Атомиздат, 1973.

38. *Бракнер К., Джорна С.* Управляемый лазерный синтез. — М.: Мир, 1977.

39. *More R. M.* // Atomic and Molecular Physics of Controlled Thermonuclear Fusion / Ed. *Joachcin Ch. J., Post D. E.* — N.Y.: Plenum, 1983. P. 339–440.

40. *Иевлев В. М.* // Изв. АН СССР. Сер. Энергетика и транспорт. 1977. № 6. С. 24–31.

41. *Iakubov I. T., Vorobjev V. S.* // Astronautics Acta. 1974. Vol. 18. P. 79–83.

42. *Недоспасов А. В.* // УФН. 1977. Т. 123, № 1. С. 333–348.

43. *Rogers F. J., Ross M., Haygein G. L., Wong L. K.* TBT Report UCID–19557,1980.

44. *Алексеев В. А.*, *Веденов А. А.*, *Красицкая Л. С. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 12, № 11. С. 501–504.

45. *Goertz C. K.* // Rev. Geophys. 1989. Vol. 27, № 1. P. 271–292.

46. *Northrop T. G.* // Phys. Scripta. 1992. Vol. 45, № 2. P. 475–490.

47. *Цытович В. Н.* // УФН. 1997. Т. 167, № 1. С. 57–59.

48. *Bliokh P.*, *Sinitsin V.*, *Yaroshenko V.* Dusty and Self-Gravitational Plasmas in Space. — Dordrecht: Kluver Academic, 1995.

49. *Whipple E. C.* // Rep. Prog. Phys. 1981. Vol. 44, № 11. P. 1197–1250.

50. *Winter J.*, *Gebauer G. J.* // Nucl. Matter. 1999. Vols. 266–269. P. 228–237.

51. *Winter J.* // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7, № 10. P. 3862–3866.

52. *Иванов В. В.*, *Швец И. С.*, *Иванов А. В.* Подводные искровые разряды. — Киев: Наукова думка, 1982.

Глава 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ГЕНЕРАЦИИ НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

§ 2.1. Нагрев в омических печах

К электрическим методам генерации неидеальной плазмы относятся два принципиально различных метода — нагрев в омических печах ампул, содержащих исследуемое вещество, и джоулев нагрев образцов вещества пропускаемым через него током. Нагрев в омических печах позволяет получить однородные объемы плазмы без пропускания через нее электрического тока и зафиксировать ее параметры со сравнительно высокой точностью. В то же время статический характер метода обусловливает ограничение его возможностей температурами до 3000 K, что связано с термостойкостью конструкционных материалов. К методам, использующим джоулев нагрев, относятся газовые разряды высокого давления, электрический взрыв проводников, нагрев вещества током в атмосфере инертного газа, разряды в жидкостях и некоторые другие. Будучи преимущественно импульсными, эти методы позволяют получить плазму при значительно более высоких температурах — до 10^5 K. Основные трудности этих методов обусловлены сложностью достижения однородности плазменных объемов, различными неустойчивостями плазмы и проблемами высокоскоростной диагностики.

Статические методы получения плазмы подробно описаны в обзорах [1, 2]. Ампула, содержащая исследуемое вещество (измерительная ячейка), нагревается в электропечи. Вся конструкция помещается в камеру под большим давлением инертного газа. В качестве примера на рис. 2.1 показана схема установки, на которой исследовались щелочные металлы и ртуть при высоких температуре и давлении [3]. Аргон из баллона через систему вентилей подавался в камеру 3 для очистки. Очищенный аргон поступал в азотный термокомпрессор 4, в котором давление поднималось до 60 МПа. Из термокомпрессора газ поступал в измерительную камеру 5, внутри которой помещался нагреватель и измерительная ячейка. Давление контролировалось манометрами 2. Температура определялась термопарой. Если необходимый уровень давления превышал 60 МПа, установка модифицировалась: газ сжимался до 500 МПа мультипликатором [4].

Высокие значения температур и давлений, необходимые для генерации неидеальной плазмы, создают главную трудность статических

методов, обусловленную проблемой выбора конструкционных материалов. Особенно остро ощущается крайне ограниченный набор изоляционного материала. Лучшими изоляционными свойствами обладают изоляторы из чистых оксидов алюминия, циркония, бериллия и тория. Из металлов лучшим материалом является вольфрам, молибден и их сплавы. В создании статических методов следует отметить важное значение пионерских работ И.К. Кикоина и А.П. Сенченкова [5], Франка и Хенселя [6] и В.А. Алексеева [3]. В 70-х годах были разработаны новые конструкции измерительных ячеек, с помощью которых удалось значительно повысить точность экспериментальных данных.

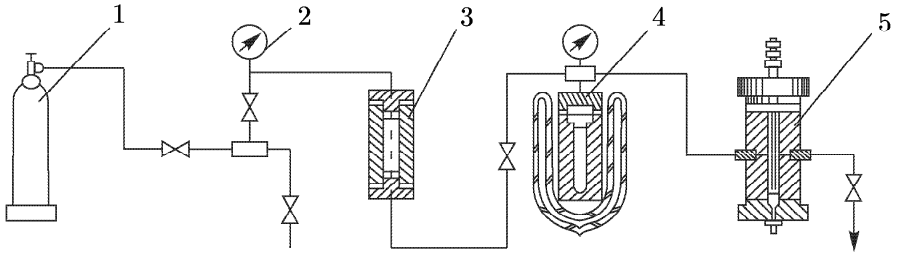


Рис. 2.1. Схема установки для получения и исследования неидеальной плазмы металлов в области высоких температур и давлений [3]: 1 — баллон с аргоном; 2 — манометр; 3 — система очистки аргона; 4 — термокомпрессор; 5 — камера высокого давления

Наиболее удобным объектом для исследования неидеальной плазмы является цезий, имеющий низкий потенциал ионизации (3,89 эВ), обладающий низким критическим давлением (около 10 МПа) и вполне доступной для статических экспериментов критической температурой (около 2000 K). Достаточно высокое давление насыщенных паров при сравнительно низких температурах позволяет исследовать неидеальную плазму цезия при различных степенях ионизации и уровнях межчастичного взаимодействия [7-19].

2.1.1. Измерение удельной электропроводности и термоэдс. Требования к измерительным ячейкам включают высокую коррозионную устойчивость стенок при контакте с плазмой, хорошую герметичность контактов керамических изоляционных материалов и металлических электродов, а также надежную защиту исследуемых материалов от контактов с инертным газом. На рис. 2.2 изображена ячейка из оксида бериллия с Н-образным измерительным объемом, в котором исследуемый металл не контактирует с газом, передающим давление [8].

В корпус ячейки из оксида бериллия 2 с торцов впаивались электроды — токовые сплошные и потенциальные трубчатые 3. На одном из торцов укреплялся эластичный расширитель-сильфон 4, через другой торец в вакууме подавался жидкий цезий. После наполнения цезием ячейка отпаивалась.

Через нижние электроды пропускался измерительный ток, а с помощью верхних измерялось падение напряжения. Зная размеры перемычки, можно вычислить сопротивление. Погрешность измерения сопротивления цезия при T до 1300 K составляла 3%, в области металлизации (переход «металл–диэлектрик») — 10%, в плотных цезиевых парах при температуре выше 2000 K погрешность может превышать 50%. Температура измерялась вольфрам–рениевыми термопарами.

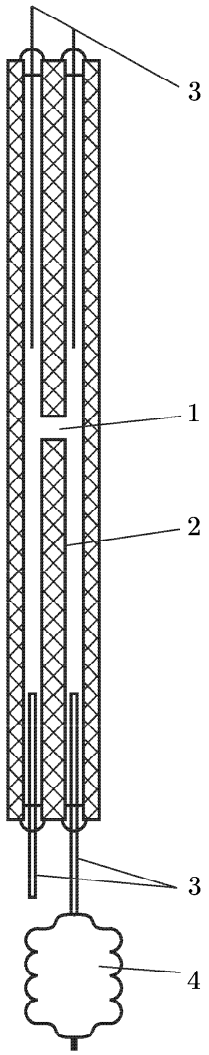


Рис. 2.2. Ячейка для измерения удельной электропроводности [8]: 1 — H-образный измерительный объем; 2 — керамика из оксида бериллия; 3 — электроды; 4 — расширители исследуемого вещества

Специальные предосторожности могут быть приняты для устранения влияния токов утечки по поверхности электродов. В [9] удельная электропроводность измерялась двухзондовым методом с использованием охранного электрода 3, выполненного из сапфира (рис. 2.3). Потенциалы электрода 1 и охранного электрода 3 поддерживались одинаковыми. Поэтому измеряемый ток (между электродами 1 и 5) мог протекать только в радиальном направлении в плазменном объеме 6. Целью работы [9] было измерение удельной электропроводности низкотемпературных цезиевых паров при $T \lesssim 1200$ K.

При наличии градиента температуры в веществе проявляется термоэлектрический эффект:

$$\mathbf{F} = \mathbf{j}/\sigma + S\nabla T, \qquad (2.1)$$

где S — термоэлектрический коэффициент, обычно называемый термоэдс; $\mathbf{F}$ — градиент электрохимического потенциала. В статических экспериментах измеряется разность потенциалов U, возникающая на концах разомкнутой цепи, состоящей из разнородных проводников. Если цепь содержит два контакта так, что крайние проводники представляют собой одинаковые металлы (вольфрам), а вдоль среднего проводника (цезий) создается градиент температуры, то на концах цепи возникает

разность потенциалов

$$U = \int_{T_1}^{T_2} (S_{\mathrm{Cs}} - S_{\mathrm{W}})\, dT, \tag{2.2}$$

где T_1, и T_2 определяют перепад температуры.

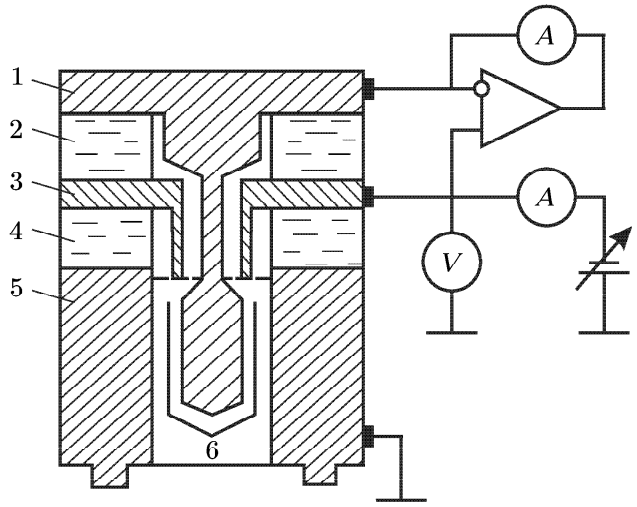


Рис. 2.3. Ячейка для измерения удельной электропроводности с охранным электродом [9]: 1, 5 —- измерительные электроды; 2, 4 — изоляционное кольцо; 3 — охранное кольцо; 6 — измерительный объем

Вследствие высоких температур, в эксперименте очень трудно поддерживать с достаточной точностью малую разность температур между спаями. Поскольку термоэдс может сильно зависеть от температуры, то усреднения даже в малых температурных интервалах могут дать существенную погрешность. Поэтому термоэдс измеряется так называемым интегральным методом. «Холодный» спай поддерживают при известной невысокой температуре T_1, а температура «горячего» спая T_2 изменяется. В результате изменяется величина $U(T_2)$. Дифференцируя зависимость $U(T_2)$ получают термоэдс.

Рассмотрим конструкцию измерительной ячейки, в которой были измерены термоэлектрические свойства плазмы цезия и ртути. Ячейка, представленная на рис. 2.4, использовалась для измерения интегральным методом [8, 10]. Она изготовлялась из вольфрамовой трубочки 3, заканчивающейся расширителем 8. Внутри трубочки коаксиально размещался изолятор 4, содержащий верхний электрод 2. Верхний электрод представлял собой тонкостенную вольфрамовую трубку с приваренным на нижнем конце тонким донышком из вольфрама, в которое была вварена вольфрам-рениевая термопара 1. Концы термопары, изолированные керамикой из оксида бериллия, выходили через верхний конец трубки.

Измерительный элемент заполняли ртутью либо цезием. Рабочий объем представлял собой цилиндр высотой 0,5–2 и диаметром 3–5 мм, ограниченный изолятором, нижним торцом верхнего электрода и донышком внешней вольфрамовой ампулы, которая выполняла роль второго электрода 6. Измеряемая термоэдс возникает за счет создаваемого градиента температуры вдоль ячейки.

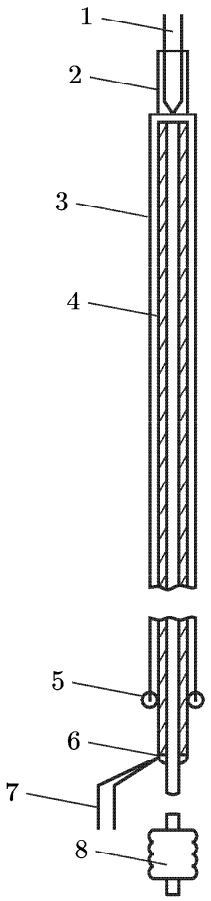


Рис. 2.4. Ячейка для измерения термоэдс [8, 10]: 1 — термопара; 2 — вольфрамовый электрод; 3 — вольфрамовый корпус; 4 — изолятор из оксида бериллия; 5 — спай керамики с корпусом; 6 — спай нижнего электрода с изолятором; 7 — термопара; 8 — сильфон

Перейдем к обсуждению результатов измерения [3, 9, 19]. На рис. 2.5 представлена область, в которой измерялись удельная электропроводность и термоэдс цезия как статическими, так и динамическими методами. Одна из первых работ по цезию была выполнена В.А. Алексеевым [3]. Было показано, что удельная электропроводность σ в области высоких температур на изобарах при нагреве падает на четыре порядка.

На рис. 2.6 приведены результаты более поздних измерений σ рубидия [20], которые ясно демонстрируют переход металл–диэлектрик — уменьшение удельной электропроводности при нагреве и переходе в состояние неидеальной плазмы. Аналогичные данные приведены в [21, 22] для рубидия и калия. Погрешность этих значений $\pm(3$–$4)\%$ в жидкости, и $\pm(50$–$60)\%$ в области перехода.

В цезии измерялась также и термоэдс. В области перехода из металлического в плазменное состояние термоэдс цезия по абсолютному значению быстро растет с температурой (рис. 2.7). Видно, что результаты, полученные в разных лабораториях, демонстрируя одинаковый характер изменения термоэдс с температурой, несколько расходятся в зоне перехода. Рассмотрим более подробно результаты измерения удельной электропроводности. Здесь были обнаружены качественные эффекты, оказавшиеся очень важными для отбора теоретических моделей неидеальной плазмы. На рис. 2.8 приведены изотермы удельной электропроводности цезия на кривой сосуществования фаз [11]. На рис. 2.9 представлены результаты,

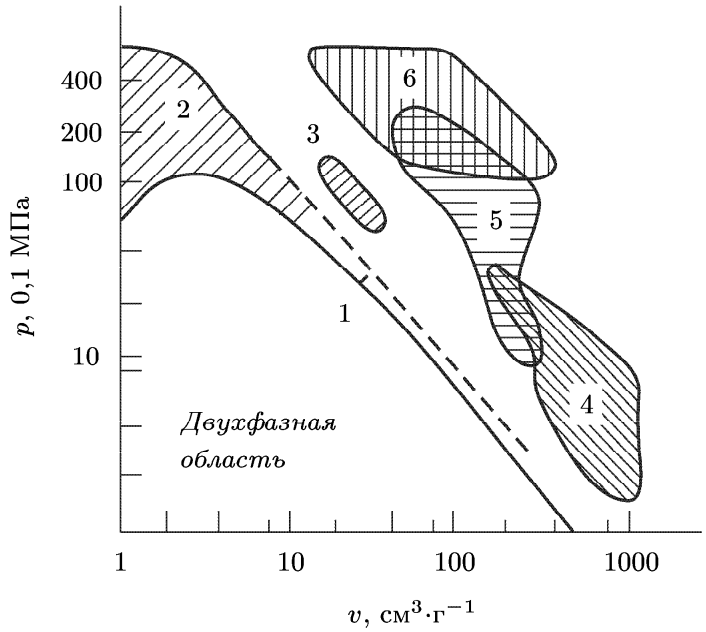


Рис. 2.5. Экспериментально исследованные области p–v диаграммы цезия. Статические эксперименты: 1 — измерения σ на кривой сосуществования фаз [11]; 2 — измерения σ [3, 10–13] и измерения S [10, 14, 15]. Динамические измерения σ: 3 — адиабатическая трубка [16]; 4, 5 — ударная трубка [17]; 6 — джоулев нагрев [18]

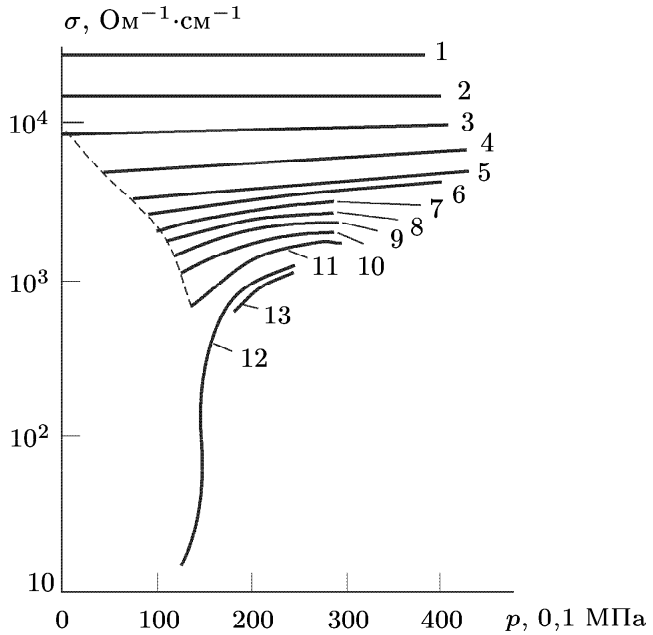


Рис. 2.6. Изотермы удельной электропроводности рубидия в области перехода металл–диэлектрик [20]: 1 — T = 300 K; 2 — 500 K; 3 — 900 K; 4 — 1200 K; 5 — 1400 K; 6 — 1500 K; 7 — 1550 K; 8 — 1600 K; 9 — 1650 K; 10 — 1700 K; 11 — 1750 K; 12 — 1815 K; 13 — 1830 K

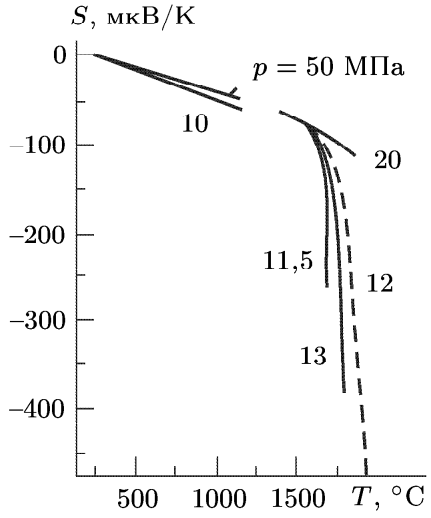


Рис. 2.7. Экспериментальные значения термоэдс цезия: штриховая линия — [10]; сплошная линия — [15]

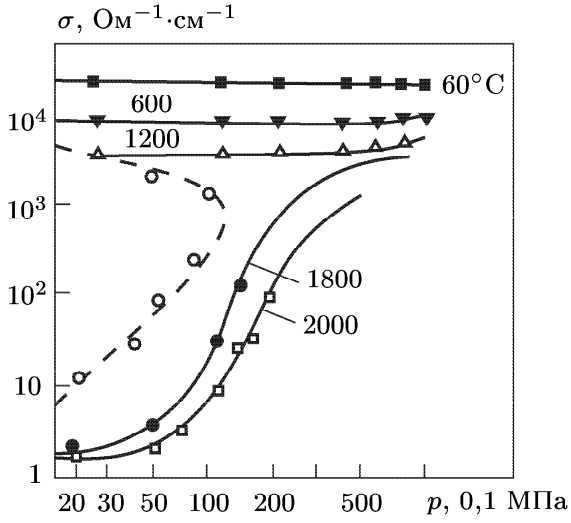


Рис. 2.8. Изотермы удельной электропроводности цезия (сплошные кривые) и удельная электропроводность на кривой сосуществования фаз (штриховая) [11]. Кривые проведены по экспериментальным точкам

полученные в разных лабораториях [10, 11, 23] для изобары 2 МПа и для насыщенных паров.

Обращает на себя внимание аномально высокий уровень электропроводности насыщенного пара. Он на 5–6 порядков превышает уровень стандартных идеально-газовых оценок. Далее, при нагреве по изобаре удельная электропроводность, начиная с этих высоких значений, резко падает. Она уменьшается на изобаре 2 МПа до минимального значения $2 \cdot 10^{-2}$ Ом$^{-1}$·см$^{-1}$ и далее при нагреве начинает увеличиваться, как в слабонеидеальной плазме.

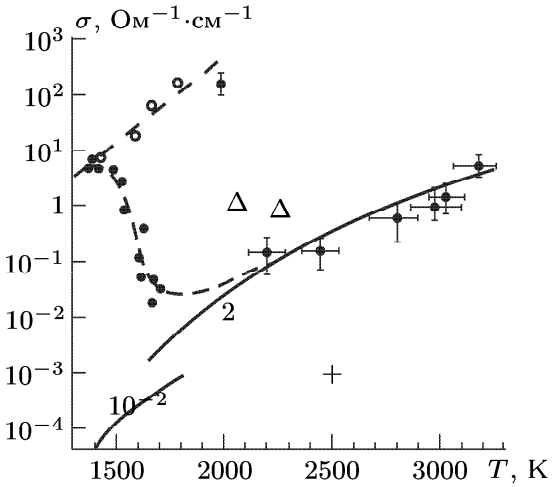


Рис. 2.9. Удельная электропроводность неидеальной плазмы паров цезия. Результаты измерений: ○ — насыщенный пар [11]; на изобаре 2 МПа — Δ — [11], • — [10], + — [23]; штриховые кривые проведены по точкам. Расчет: 1 — для насыщенного пара в идеально-газовом приближении; 2 – для $p = 2$ МПа с учетом молекулярных ионов [24]

Область слабонеидеальной плазмы цезия соответствует низким давлениям $p \lesssim 0{,}1$ МПа. При таких давлениях измерения проводятся в вакуумных камерах 1 (рис. 2.10) с нагревателями 2. Внутрь нагревателей вставляются два изолированных электрода 3, к которым прикладывается потенциал и измеряются вольтамперные характеристики. По этим характеристикам определяется сопротивление плазменного промежутка между электродами. Чтобы уменьшить влияние концевых эффектов, на электрод надевается изолированное охранное кольцо 4.

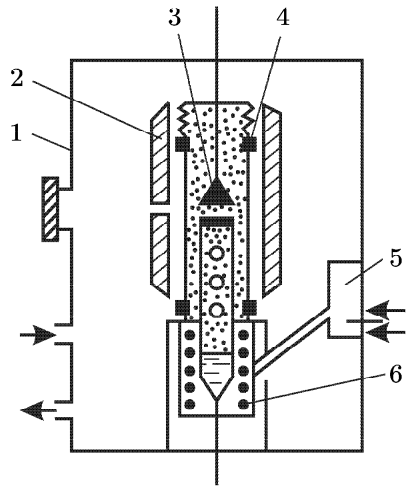


Рис. 2.10. Схема установки для получения и исследования плазмы цезия низкого давления ($p \leqslant 0{,}1$ МПа) в области высоких температур [25]: 1 — вакуумная камера; 2 — нагреватели; 3 — электроды; 4 — охранное кольцо; 5 — система напуска цезия; 6 — печь для нагрева жидкого цезия

Плазма, нужного давления создается системой подачи цезия 5. Для этого печь 6 поддерживает заданную температуру поверхности зеркала жидкого цезия. Температура плазмы определялась либо оптическим пирометром, либо термопарой.

На рис. 2.11 показаны результаты измерения удельной электропроводности паров цезия при низких давлениях, полученные в разных работах. Погрешность этих значений $\sigma \sim 10$–25%. При $p \lesssim 0{,}1$ МПа плазма паров цезия является уже слабонеидеальной. Поэтому σ при уменьшении p возрастает, как в идеальной плазме.

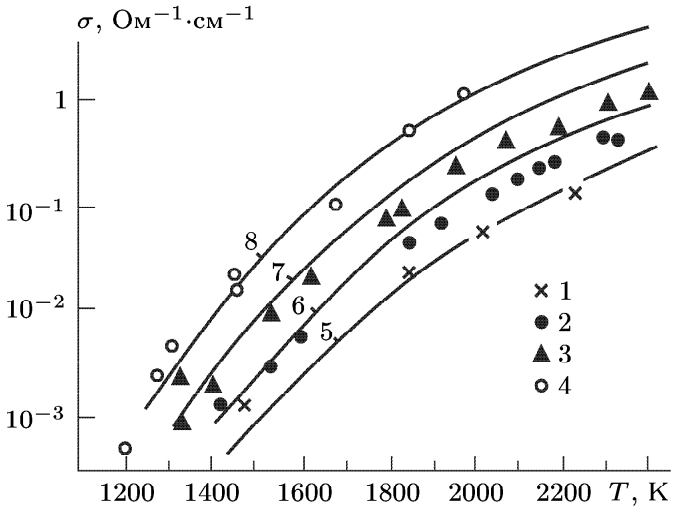


Рис. 2.11. Удельная электропроводность плазмы паров цезия при низких давлениях, МПа. Измерения: 1 — 0,1; 2 — 10^{-2}; 3 — 10^{-3} [25]; 4 — $0{,}66 \cdot 10^{-4}$ [26]. Расчет: 5 — $p = 0{,}1$; 6 — $p = 10^{-2}$; 7 — $p = 10^{-3}$; 8 — $p = 0{,}66 \cdot 10^{-4}$ [24]

Ртуть, как и цезий, обладает низкой критической температурой. Поэтому ртуть стала первым веществом, свойства которого были исследованы в области перехода металл–неметалл [5, 6]. Коэффициент электропроводности ртути был измерен Кикоиным и Сенченковым [4] и Хенселем и Франком [6]. Изохоры σ приведены на рис. 2.12. Для этого плотность была определена экстраполяцией экспериментальных p–ρ–T-данных, полученных при более высоких плотностях. На рис. 2.12 видно, что электропроводность ртути при постоянной плотности растет с температурой, если плотность не достигает критической $\rho \lesssim \rho_c$. Температурная зависимость электропроводности в этой области имеет полупроводниковый характер, $\sigma \sim \exp(-\Delta E/kT)$. С увеличением плотности наклон кривых уменьшается, указывая на то, что уменьшается «энергетическая щель» ΔE.

На рис. 2.13 дана зависимость от плотности температурного коэффициента электропроводности ртути, $\Delta E = -2d \ln \sigma / d\beta$, где $\beta = 1/kT$. Энергетическая щель $\Delta E \to 0$ при $\rho \approx \rho_c$. Интересная особенность в зависимости $\Delta E(\rho)$ наблюдалась в [4]

при $\rho > \rho_c$. В области жидкого состояния щель при дальнейшем уплотнении открывается и окончательно закрывается вновь лишь при $\rho \approx 9$ г·см$^{-3}$. В [4] был сделан вывод о том, что лишь при $\rho \gtrsim 9$ г·см$^{-3}$ ртуть металлизируется.

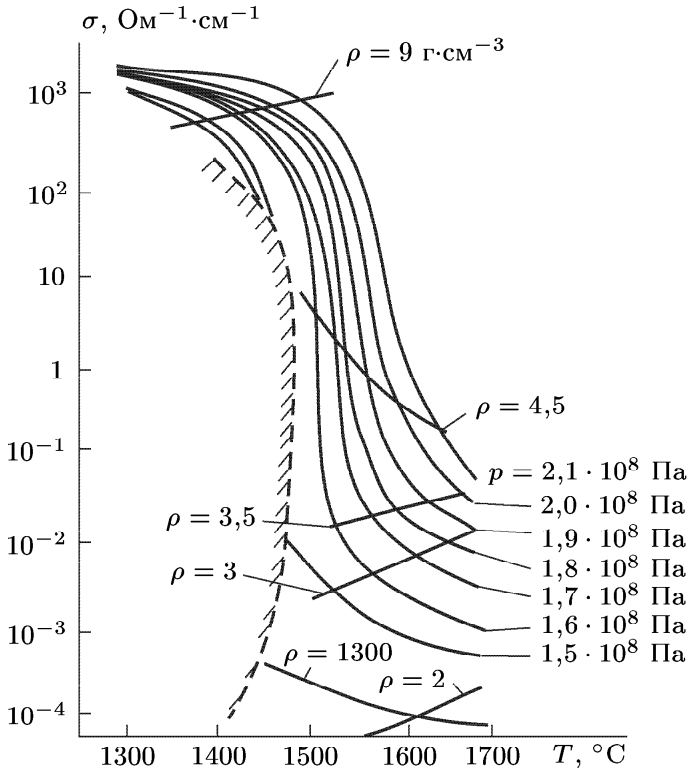


Рис. 2.12. Изохоры удельной электропроводности ртути [6]

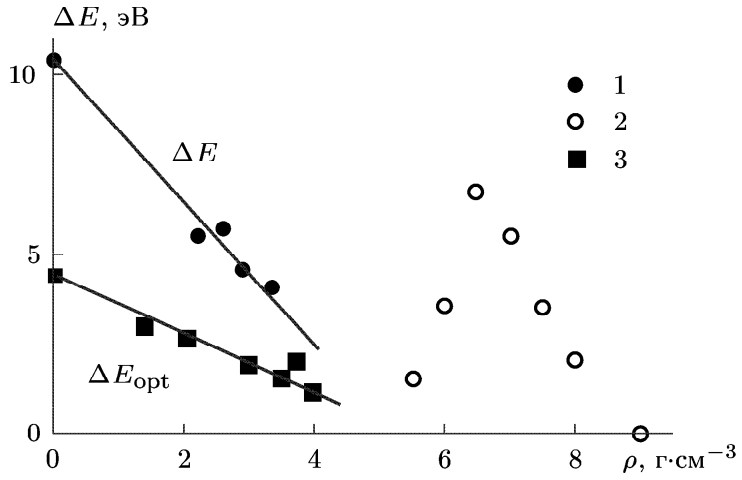


Рис. 2.13. Транспортная (ΔE) и оптическая (ΔE_{opt}) щели в энергетическом спектре ртути, $T = 1820$ K. Эксперименты: 1 — ΔE [13]; 2 — ΔE [4]; 3 — ΔE_{opt} [27]

Большую неопределенность в этой области демонстрируют данные по термоэдс ртути. Несомненно, однако, что в четырех лабораториях было обнаружено интересное явление резкого изменения термоэдс вблизи критической точки [4, 28–31], которое до настоящего времени не получило теоретического объяснения.

2.1.2. Измерение оптического поглощения. Оптические свойства сильнонеидеальной плазмы ртути измерялись Хенселем [32–34], а также Икези и др. [35]. Были созданы оптические ячейки для измерения пропускания и отражения света в диапазоне энергий 1,3–4,9 эВ. Конструкция ячеек (рис. 2.14) позволяла проводить измерения пропускания света в ртути при температурах до 1700°C и давления до 0,2 ГПа.

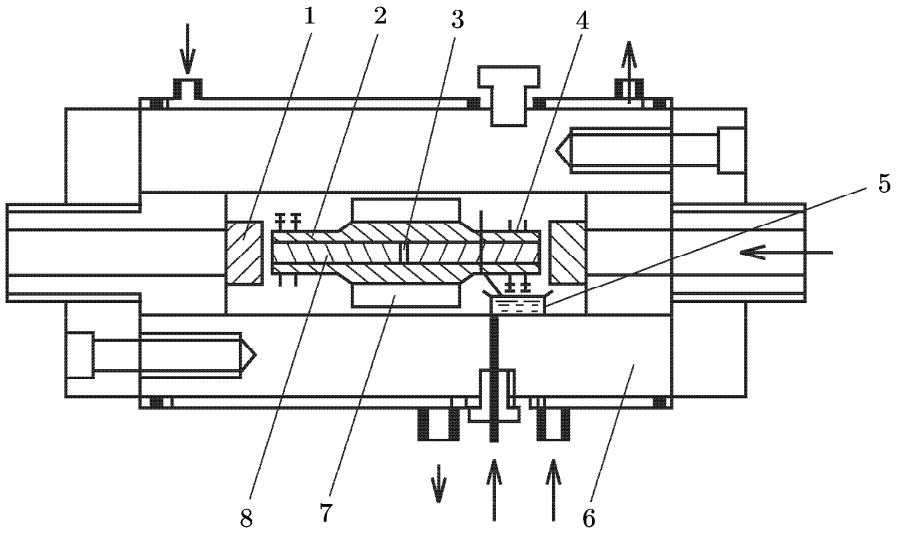


Рис. 2.14. Оптическая ячейка для определения поглощения в плотной плазме ртути [32]: 1 — окна высокого давления; 2 — ниобиевый цилиндр; 3 — измерительный объем; 4 — уплотняющие тефлоновые прокладки; 5 — резервуар со ртутью; 6 — автоклав; 7 — печь; 8 — оптические сапфиры

Ячейка состоит из ниобиевого цилиндра 2, закрытого с обеих сторон окнами из полированных сапфиров 8, внешние концы которых остаются холодными. Они уплотнены тефлоновыми прокладками 4. Между торцами сапфиров устанавливается зазор, ширина которого может изменяться от $5 \cdot 10^{-4}$ до 0,1 см. В этот зазор подается из специального резервуара ртуть 5. Зазор является измерительным элементом для определения показателя поглощения ртутной плазмы. Ячейка нагревается печью 7 внутри автоклава 6. Аргон является средой, поддерживающей давление. Свет из автоклава выходит через окна, расположенные в торцах 1.

Коэффициент поглощения k определялся по измеренному пропусканию излучения $T = I/I_0$ с помощью соотношения

$$T = (1 - R)^2 \exp(-kd), \tag{2.3}$$

где d — толщина образца; I_0 и I — падающая и выходящая интенсивности излучения; R — коэффициент отражения. Значения k определялись Хенселем [32] в результате измерения T при двух значениях d. Такие источники погрешности, как неопределенность в оптическом пути, неоднородность распределения температуры, неточность регистрации интенсивности, приводили к погрешности в коэффициенте поглощения, не превышающей $\pm 20\%$.

На рис. 2.15 показана зависимость коэффициента поглощения плотных паров ртути от энергии света, полученная в двух различных лабораториях. Коэффициент поглощения $k(\omega)$ экспоненциально изменяется при изменении длины волны падающего света. Изменение $k(\omega)$ на порядок соответствует изменению $\hbar\omega$ всего на несколько десятых долей электрон-вольта.

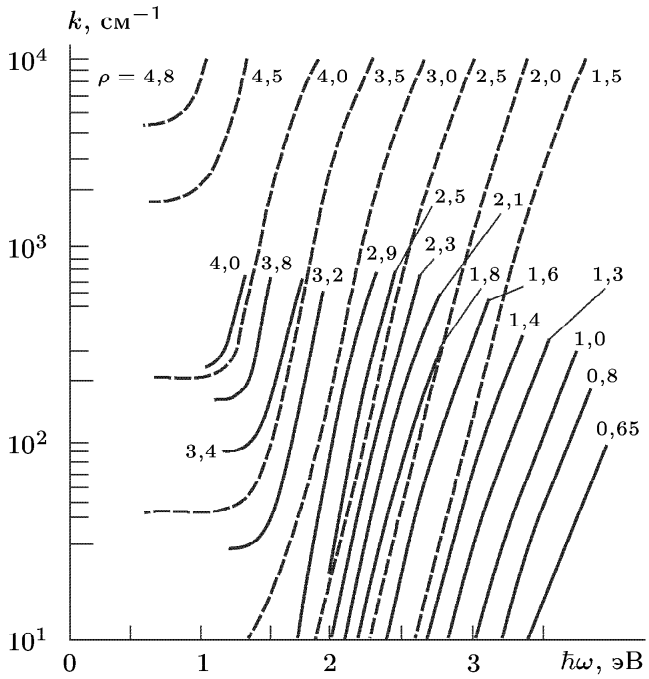


Рис. 2.15. Зависимость коэффициента поглощения ртути от энергии $h\omega$ (ω — частота падающего света) при $T = 1600°$ С и при различных плотностях ρ, г·см$^{-3}$: сплошные кривые — данные [35]; штриховые — [27]

Измерения коэффициента отражения R ртути были выполнены в [35, 36] (рис. 2.16). Они охватывают область, в которой ртуть при температурах, несколько превышающих критическую, теряет свои металлические свойства, переходя в состояние сильнонеидеальной плазмы.

Как и в результатах измерения удельной электропроводности, плотность 9 г·см$^{-3}$ разделяет области металла и диэлектрика. Измеренные коэффициенты поглощения и отражения были использованы [36–38] для получения зависимостей от частоты диэлектрической проницаемости и удельной электропроводности (см. гл. 8).

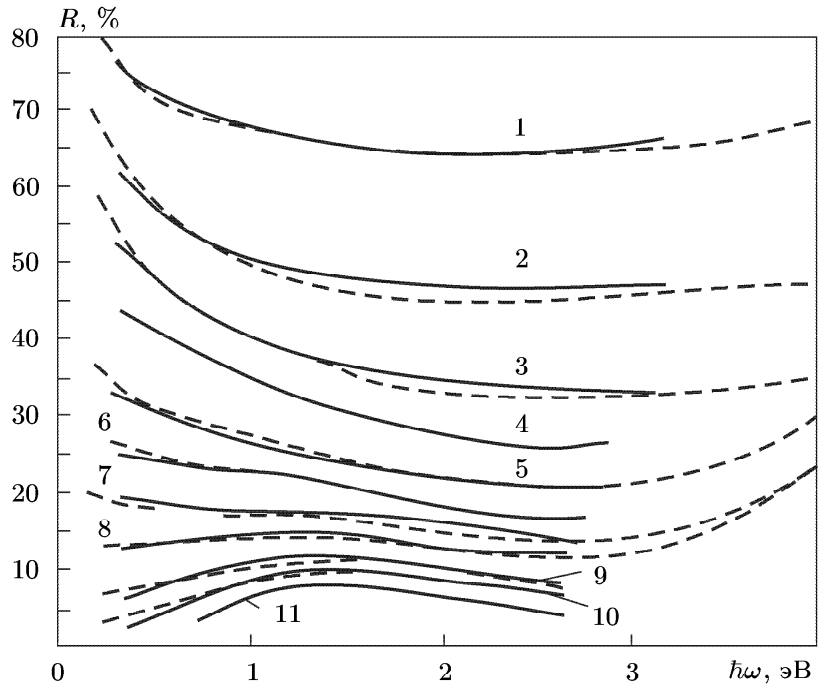


Рис. 2.16. Зависимость коэффициента отражения ртути от энергии [35]: Сплошные кривые — эксперимент; штриховые — расчет (см. гл. 8); 1 — $\rho = 13{,}6$ г·см$^{-3}$ / $p = 120$ МПа / $T = 20°$ С; 2 — 12 / 186,5 / 650; 3 — 11 / 177,5 / 1090; 4 — 10,6 / 169 / 1220; 5 — 10 / 174 / 1325; 6 — 9,6 / 177 / 1390; 7 — 9 / 179 / 1440; 8 — 8,3 / 181 / 1475; 9 — 6,5 / 185 / 1510; 10 — 5 / 187,5 / 1575; 11 — 4 / 175 / 1550

Излучательная способность ртути измерялась в [39] на установке, аналогичной представленной на рис. 2.15. Интенсивность излучения плоского слоя плазмы определялась вычитанием интенсивности, регистрируемой при пустой ячейке, из интенсивности, фиксируемой после заполнения ячейки ртутью. Излучательная способность ε определялась как отношение измеряемой интенсивности (нормальной к поверхности слоя плазмы) к интенсивности абсолютно черного излучателя. На рис. 2.17 представлены изохоры ε. Характерной особенностью этих кривых является возникновение при плотности, большей 3 г·см$^{-3}$, континуума в инфракрасной области, интенсивность которого резко возрастает при дальнейшем увеличении плотности. Это хорошо согласуется с результатами измерений коэффициента поглощения при той же плотности и будет обсуждаться в гл. 8.

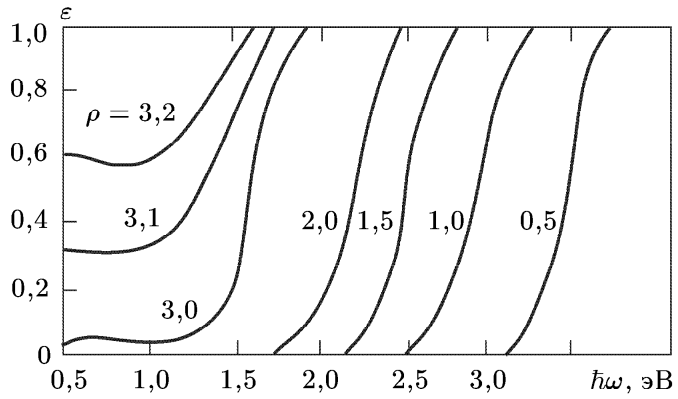


Рис. 2.17. Излучательная способность плазмы ртути при $T = 1600°$ С и разных плотностях ρ (г·см$^{-3}$) [39]

2.1.3. Измерения плотности. Для измерения плотности неидеальной плазмы металлов был развит метод, основанный на измерении интенсивности γ-излучения исследуемого металла [3, 40]. Вольфрамовая толстая трубка с одной стороны ограничена тонким вольфрамовым донышком, а с другой — эластичным сильфоном. Этот элемент под вакуумом заполняется жидким цезием и отпаивается. Внизу ячейки расположен точечный измерительный объем. Чтобы избежать конвекции, свободный объем заполняется спиралями из вольфрамовой проволоки. Исследуемый металл предварительно активировался в реакторе медленными нейтронами. Плотность измерялась методом регистрации интенсивности γ-излучения из измерительного объема. Излучение выводилось через специальное окно в камере высокого давления и коллимировалось с помощью свинцового коллиматора. Для регистрации γ-квантов использовался сцинтиллятор и далее фотоумножитель. Число импульсов с детектора (пропорциональное плотности) и температура, измеряемая вольфрам–рениевой термопарой, фиксировались в цифровом виде для последующей обработки. Этим методом измерена плотность цезия при температурах до 2500°С и давлениях до 60 МПа. Недостатком метода является малая точность измерения невысоких плотностей пара (примерно 10%), поскольку абсолютная погрешность измерения плотности цезия составляет $\pm 0{,}005$ г·см$^{-3}$.

Более точные данные были получены пьезометром постоянного объема, где давление пара цезия измерялось компенсационным методом. В [41, 42] датчиком давления служила упругая мембрана, введенная в пьезометр. Это снижало область исследуемых температур, так как при высоких температурах ухудшаются упругие свойства мембраны. В [43] мембрана была вынесена из нагреваемого объема. Это позволило провести p–ρ–T-измерения в паре цезия до 5,2 МПа и 1940 К.

Схема установки показана на рис. 2.18. Главной частью установки является пьезометр 1, состоящий из цилиндрической камеры объемом 50–100 см^3, который помещался в нагреватель 2. При нагреве пьезометра давление паров цезия, находящихся в камере, передавалось через столб жидкого цезия в капилляре 3 на мембрану 4 индукционного нуль-датчика давления 5. В результате этого мембрана прогибалась. Подачей давления аргона на мембрану с другой ее стороны она приводилась в «нулевое» положение. Удельный объем пара цезия определялся как отношение объема камеры пьезометра (с учетом ее теплового расширения) к массе пара цезия в ней. Погрешность ($\pm 0{,}65\%$) оценивалась по погрешности коэффициента сжимаемости.

Результаты измерения плотности, температуры и давления позволяют построить уравнение состояния p–ρ–T [7, 44–46], рис. 2.19 и 2.20.

Наиболее точные измерения кривых фазового равновесия цезия и рубидия были выполнены в [47] (рис. 2.21). Была обнаружена асимметричность ветвей этих кривых, свидетельствующая о несправедливости правила «прямолинейного диаметра» в сравнительно широкой области температур.

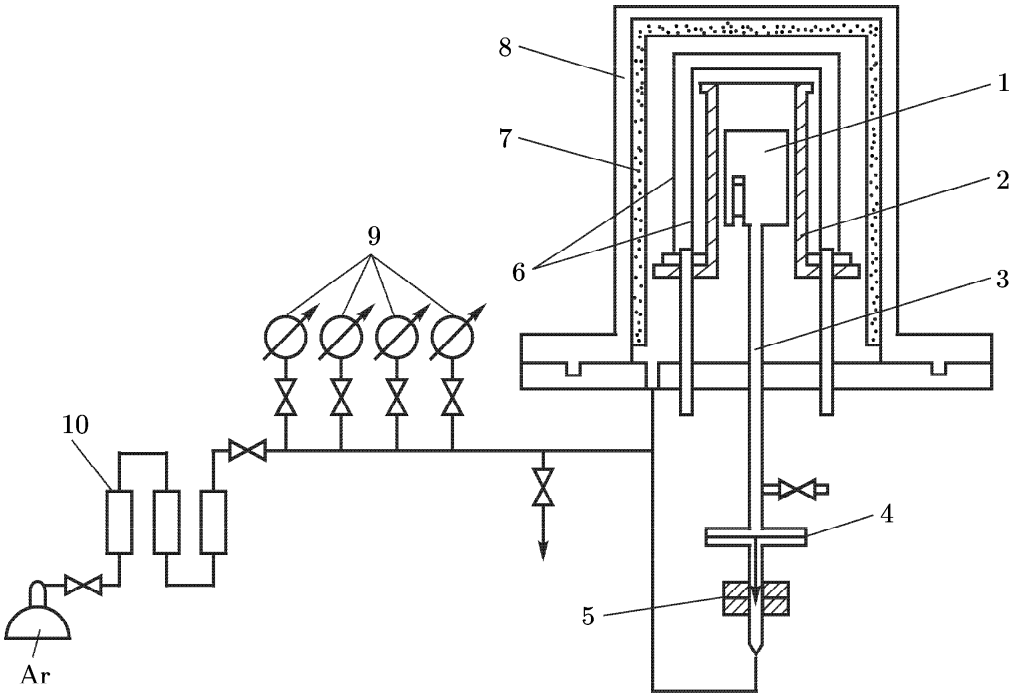


Рис. 2.18. Элемент для измерения плотности цезиевого пара [43]: 1 — пьезометр; 2 — графитовый нагреватель; 3 — капилляр с жидким цезием; 4 — мембрана; 5 — датчик «нулевого» манометра; 6 — тепловые экраны; 7 — тепловая изоляция; 8 — корпус установки; 9 — манометры; 10 — система очистки аргона

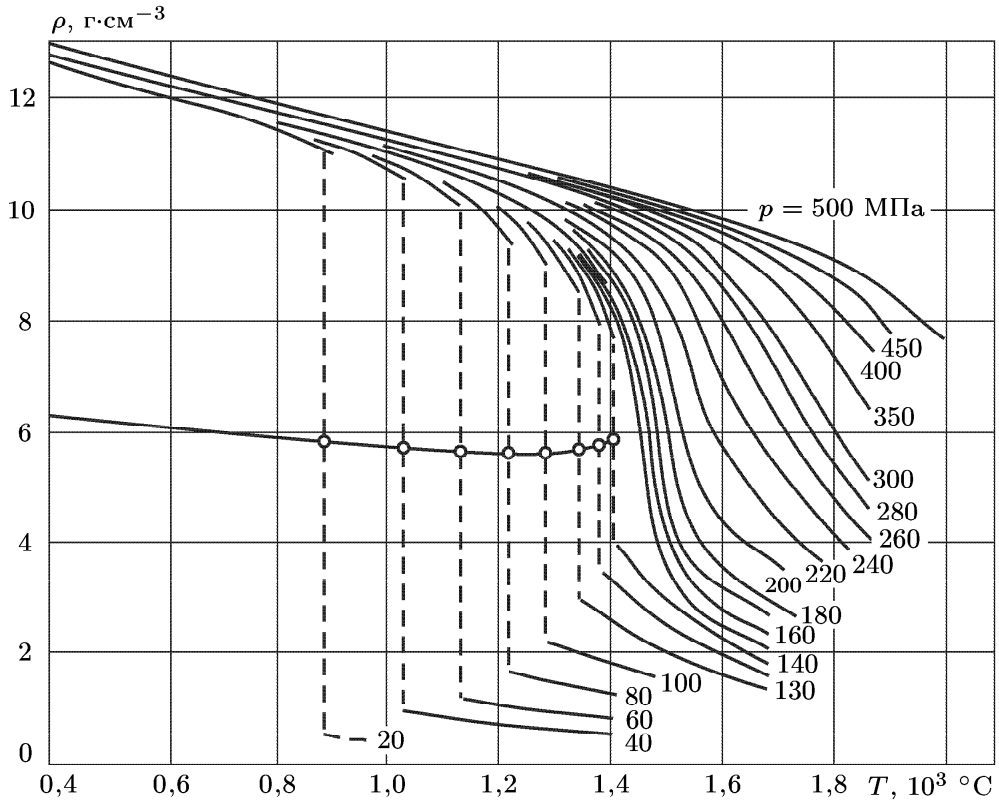


Рис. 2.19. Термодинамическое уравнение состояния ртути [44]

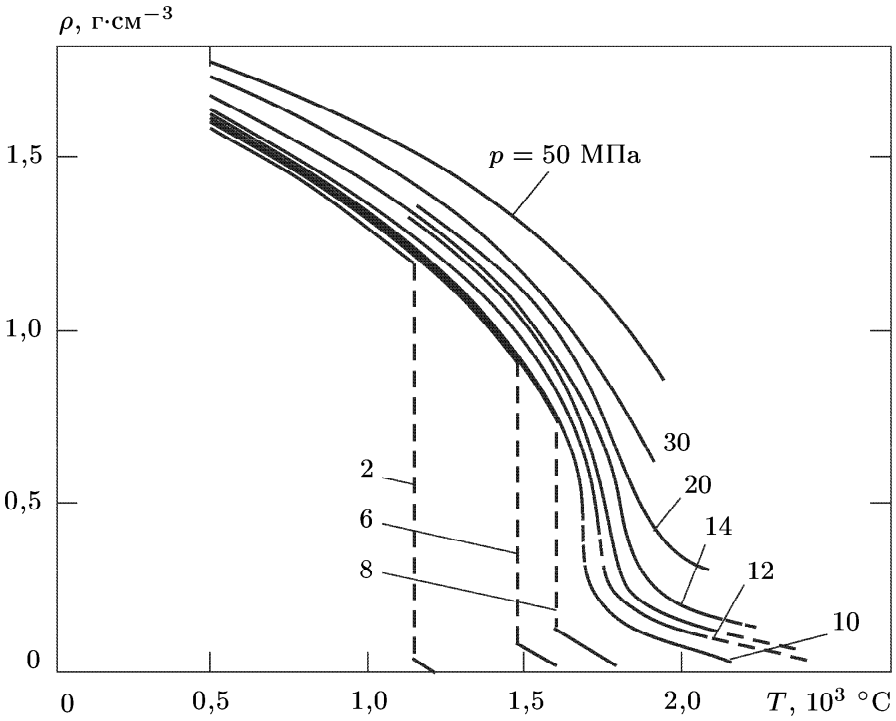


Рис. 2.20. Термодинамическое уравнение состояния цезия [7]

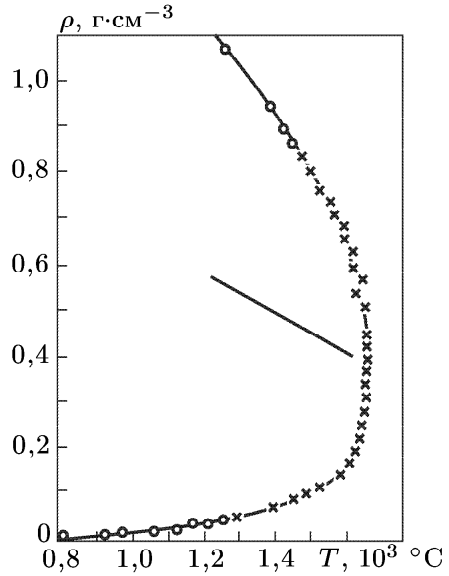


Рис. 2.21. Кривая фазового равновесия цезия [47]

Важную информацию о структуре вещества дают нейтронографические исследования структурного фактора (см., например, [48]). Статический структурный фактор $S(q)$ непосредственно связан с бинарной функцией корреляции $g(\mathbf{r})$:

$$S(q) = 1 + n \int d\mathbf{r}\, \exp(-\mathrm{i}\,\mathbf{q}\,\mathbf{r})[g(\mathbf{r}) - 1], \tag{2.4}$$

где n — плотность частиц среды. Статический структурный фактор рубидия и цезия был измерен в [49, 50] (рис. 2.22).

Основная погрешность обусловлена неточностью выделения интенсивности фона, ее количественная оценка крайне затруднена. Однако она может быть оценена иным путем, исходя из требований выполнения правила сумм, $\int\limits_0^\infty q^2 dq[S(q) - 1] = 2\pi^2 n$, выхода на асимптотику $S(\infty) = 1$ и значения в нуле, $S(0) = nkT\chi_T$, где χ_T — изотермическая сжимаемость. Исходя из этого и из воспроизводимости $S(q)$, измеренной с использованием разных измерительных ячеек и печей, авторы [49] пришли к заключению о погрешности $S(q)$: $\pm 5\%$ для $q > 1{,}3 \cdot 10^8$ см$^{-1}$ при низких T. При нагреве погрешность возрастает до $\pm 15\%$.

Из рис. 2.22 следует, что при $\rho < 0{,}66$ г·см$^{-3}$ (что в 2 раза превышает критическую плотность ρ_c) структура $S(q)$ при больших q полностью сглаживается, а поведение при малых q указывает на резко возрастающее рассеяние. Это поведение, однако, аналогично поведению $S(q)$ аргона. Отсюда, по-видимому, следует, что критические флуктуации не являются фактором, определяющим начало перехода металл–неметалл.

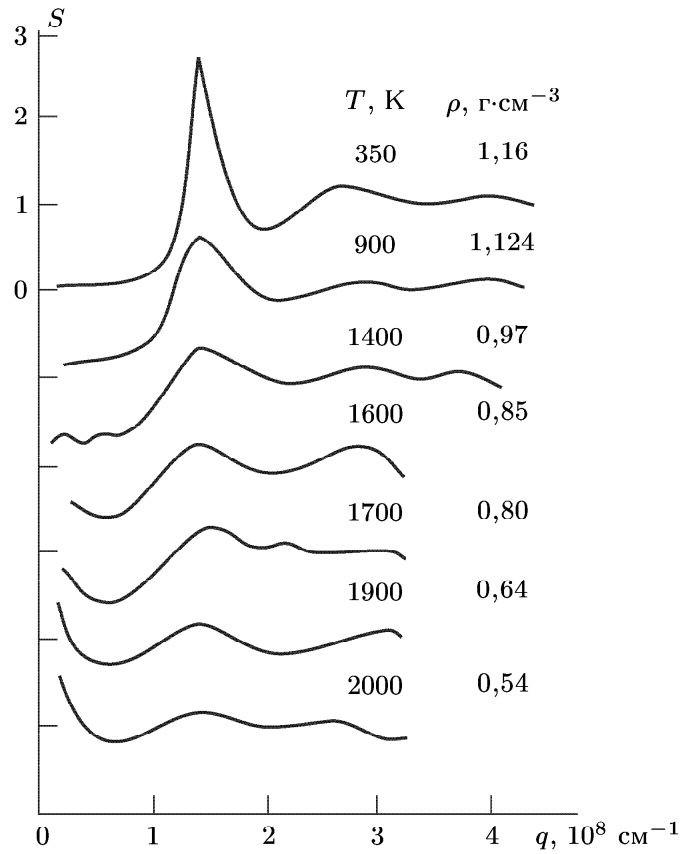


Рис. 2.22. Статический структурный фактор рубидия [49]

2.1.4. Измерения скорости звука. В акустическом методе «фиксированного расстояния» [50, 51] скорость звука v_s определяют по времени прохождения акустическим импульсом известной мерной базы в исследуемой среде, а затухание звука — по уменьшению его амплитуды. Принципиальная схема рабочего узла представлена на рис. 2.23. Продольные звуковые колебания возбуждаются в исследуемой среде с помощью пьезоэлектрических преобразователей 1. Два звукопровода 3 разделены ниобиевым кольцом 5. Кольцо заполнено исследуемым веществом, ширина кольца представляет собою мерную базу. Ниобиевая ампула 2 нагревается до нужной температуры. При изменении давления введенная в рабочий узел 6 ртуть вытеснялась в расширитель, который на рис. 2.23 не показан.

Схема измерений позволяет фиксировать отдельно импульс, прошедший оба звукопровода 3, а также импульс, однократно отраженный от внутренней поверхности раздела среда — приемный звукопровод и возвратившийся к излучающему пьезопреобразователю. Разность синфазных временных координат обоих импульсов дает время прохождения звуковой волной мерной базы, что позволяет вычислить скорость звука. Более подробно эта методика описана в [13].

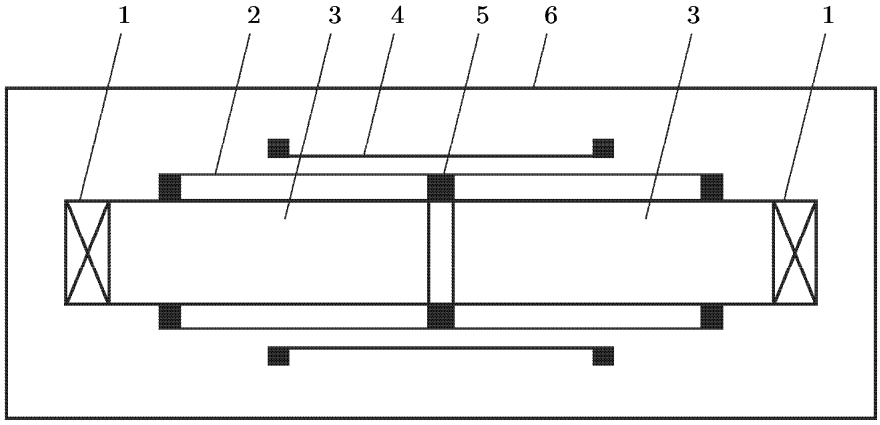


Рис. 2.23. Ячейка для измерения скорости звука в ртути [52]: 1 — кварцевые пьезопреобразователи; 2 — ниобиевая ампула; 3 — звукопроводы; 4 — нагреватель; 5 — ниобиевое кольцо; 6 — камера высокого давления

Результаты измерений, представлены на рис. 2.24. Видно нарастание крутизны изобар, особенно в жидкой фазе, по мере приближения к критической точке. Ход сверхкритических изобар становится тем более плавным, чем больше p/p_c. Полученная при перестройке этих данных зависимость $v_s(\rho)$ явно обнаруживает излом при плотности 9 г·см$^{-3}$, при которой, как известно, происходит металлизация ртути.

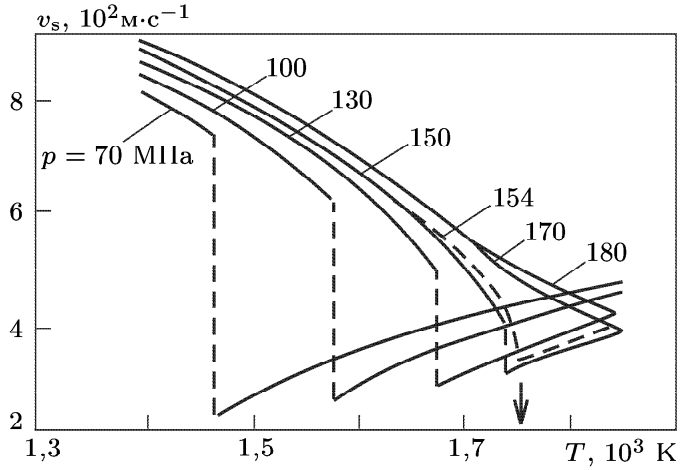


Рис. 2.24. Изобары скорости звука в ртути [52]

§ 2.2. Изобарический джоулев нагрев

Изобарический джоулев нагрев реализуется в капилляре или в атмосфере инертного газа. Эти методы позволяют получить высокую концентрацию заряженных частиц (до 10^{20} см$^{-3}$), высокие температуры (до 10^5 К) при давлениях до 0,1 ГПа. Однако генерируемая плазма оказывается существенно неоднородной. Кроме того, здесь не реализованы надежные прямые измерения температуры, плотности и давления.

2.2.1. Изобарический нагрев в капилляре. Этот метод был развит для исследования свойств неидеальной плазмы цезия, а затем натрия, калия и лития [13]. Принципиальная схема установки представлена на рис. 2.25. Прозрачный кварцевый капилляр 1 диаметром 0,7 и длиной 20 мм заполняется жидким цезием 3 под давлением аргона 4, которое поддерживается во время опыта постоянным. Цезий нагревается импульсом тока, формируемым электрической цепью 2.

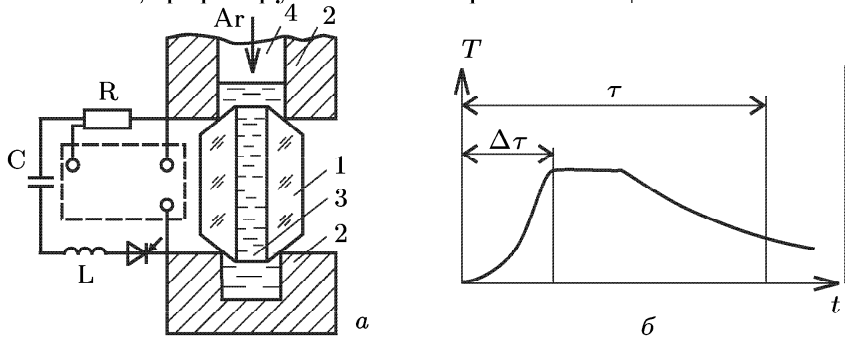


Рис. 2.25. Схема установки изобарического нагрева в прозрачном капилляре [19] (*а*) и характер зависимости температуры плазмы от времени (*б*): 1 — капилляр; 2 — электроды; 3 — жидкий цезий; 4 — аргоновая подушка

В эксперименте измеряется вольтамперная характеристика $F(i)$. Участок, соответствующий установившемуся режиму, используется далее для получения расчетным путем изобар удельной электропроводности $\sigma(T)$ и теплопроводности $\kappa(T)$.

Основными уравнениями являются уравнение баланса тепла и закон Ома:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\kappa\frac{dT}{dr}\right)+\sigma F^2=0; \tag{2.5}$$

$$i=2\pi F\int\limits_0^R \sigma r\,dr, \tag{2.6}$$

где r — расстояние от оси капилляра; R — его радиус. Граничными условиями являются: $dT/dr=0$ при $r=0$, $T=T_{\mathrm{s}}$ при $r=R$, где T_{s} — температура наружной поверхности плазмы, измеряемая пирометрически.

В исследуемой плазме основным механизмом, отводящим тепло и формирующим распределение температуры $T(r)$, является перенос излучения. Поскольку средняя длина пробега излучения — длина Россланда $l_{\mathrm{R}}\ll R$, то справедливо приближение лучистой теплопроводности. Поэтому коэффициент $\kappa(T)$ равен коэффициенту лучистой теплопроводности $\kappa_{\mathrm{R}}(T)$. Искомые функции $\kappa_{\mathrm{R}}(T)$ и $\sigma(T)$ получаются в результате подстановки в уравнения

$$T(r)=T_s+F^2\int\limits_r^R dr(r\kappa_R)^{-1}\int\limits_0^r \sigma r'\,dr', \tag{2.7}$$

$$i = (\pi R^2 F') \frac{2}{R^2} \int_0^R \sigma r \, dr \tag{2.8}$$

пробных функций $\sigma(T)$ и $\kappa_R(T)$ и последующей итерационной процедуры. В экспериментах было достигнуто наивысшее давление 0,111 ГПа и охвачена область температур $T = (4\text{–}18) \cdot 10^3$ K.

В обзоре И.Я. Дихтер и В.А. Зейгарника [53] отмечается, что основным методическим недостатком описываемого метода является трудность измерения плотности плазмы в процессе ее расширения и ее температуры. Градиент температуры вблизи границы разрядного столба очень велик, поэтому расчет температуры, основанный на ее граничном значении, в таких условиях, несомненно, приводит к большим неопределенностям. Ситуация еще больше усложняется наличием кварцевой стенки, в которой тоже имеется градиент температуры, а также возможна обратимая потеря прозрачности кварца. Кроме того, не исключена возможность плавления и испарения кварца на границе с цезиевой плазмой и частичного перемешивания плазмы цезия с кислородно–кремниевой плазмой кварца, т. е. нарушения чистоты исследуемого вещества.

В [54, 55] получены значения $\kappa_R(T)$ и $\sigma(T)$ лития, натрия, калия и цезия при давлениях $(100\text{–}1000) \cdot 10^5$ Па и температурах $(4\text{–}14) \cdot 10^3$ K. На рис. 2.26 представлены изобары коэффициента лучистой теплопроводности $\kappa_R(T)$ плазмы цезия.

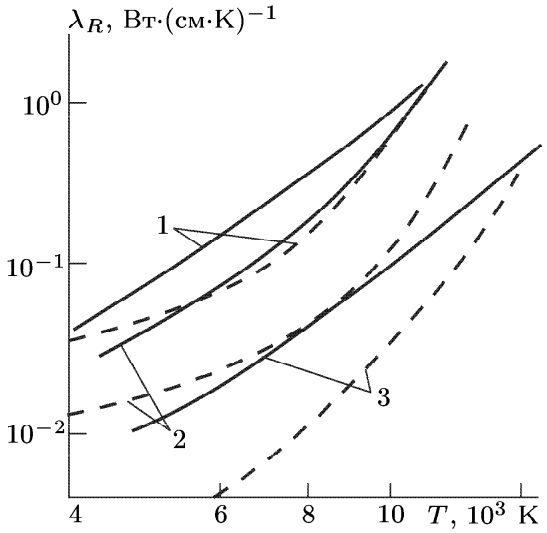


Рис. 2.26. Изобары коэффициента лучистой теплопроводности плазмы цезия по данным [54]. Пунктир — расчет [56]. Давление: 1 — 10 МПа; 2 — 30 МПа; 3 — 100 МПа

При низких температурах, т. е. при максимальных неидеальностях, полученные значения κ_R значительно превышают вычисленные в приближении слабой неидеальности [56]. Это означает, что неидеальная

щелочная плазма оказывается более прозрачной, чем это следует из идеально-газовых представлений. Наиболее отчетливо это видно из рис. 2.27, где представлены отношения росселандовых длин, измеренных в [54], к вычисленным в [56]. На рис. 2.28 представлены изобары и одна из изоэнтроп электропроводности плазмы цезия.

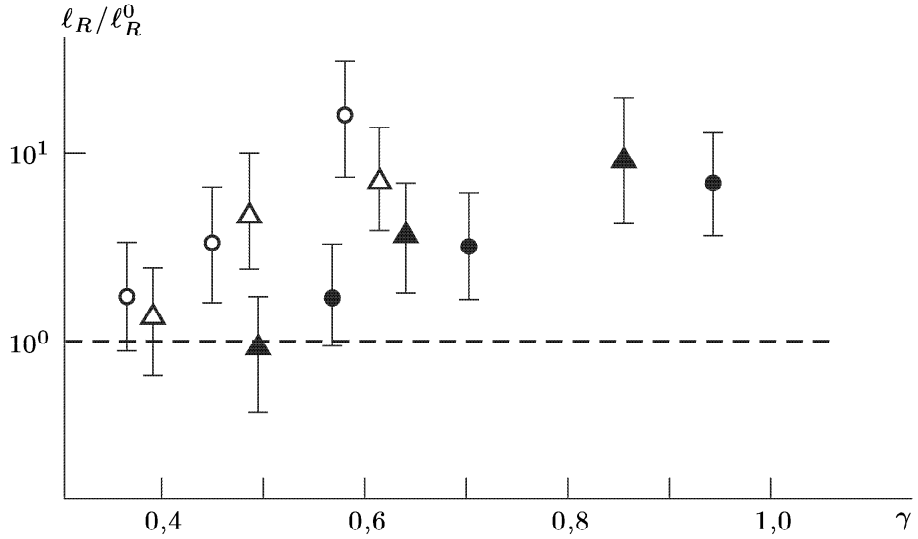


Рис. 2.27. Отношение измеренных длин Росселанда по данным [54] к расчетным значениям [56] в зависимости от параметра неидеальности γ, $T = 6000$ K: ○ — Li; Δ — Na; ▲ — K; ● — Cs

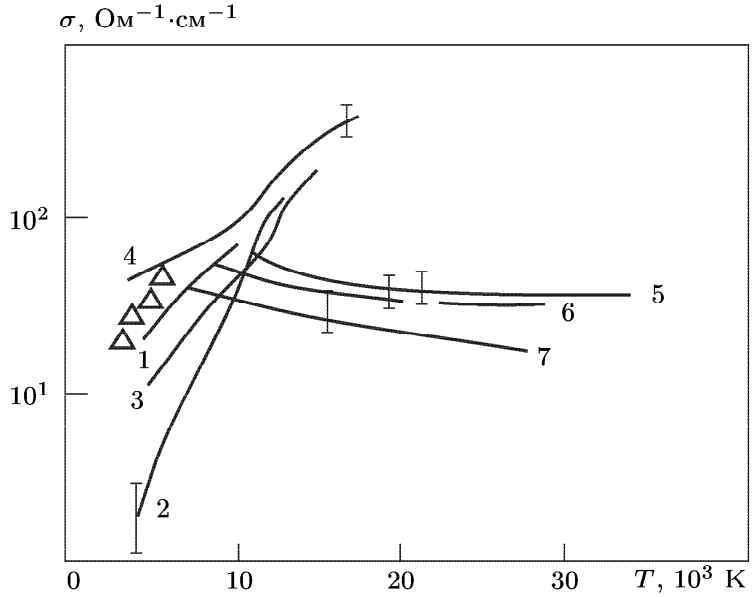


Рис. 2.28. Удельная электропроводность плазмы цезия. Изобары: 1 — p = = 13 МПа; 2 — $p = 27{,}5$ МПа; 3 — $p = 60$ МПа; 4 — $p = 110$ МПа [13]; 5 — $p = 50$ МПа; 6 — $p = 26$ МПа; 7 — $p = 126$ МПа [53]; Δ — изоэнтропа [17]

2.2.2. Метод взрывающихся проволок. Метод взрывающихся проволок впервые использовался для исследования жидкого состояния металлов в работах С.В. Лебедева и А.И. Савватимского [57–59]. Позднее этот метод использовался Гатерсом, Шанером, Янгом и Бри [60, 61] для измерения электропроводности и уравнения состояния жидкого урана в области высоких температур. В [53, 62] исследовались уравнение состояния и удельная электропроводность неидеальной плазмы цезия и лития. Схема установки представлена на рис. 2.29 и описана в [53]. В камеру высокого давления 5 помещается проволочка цезия (или лития) 6. Камера заполняется аргоном. На контур, в который помимо исследуемого вещества входит также балластное сопротивление 1, разряжается конденсаторная батарея 2. Через проволочку пропускается ток плотностью $(1–5) \cdot 10^6$ А·см$^{-2}$. Плазменное образование, удерживаемое инертным газом высокого давления, расширяется по мере нагрева. Причем давление в столбе остается постоянным и равным давлению инертного газа.

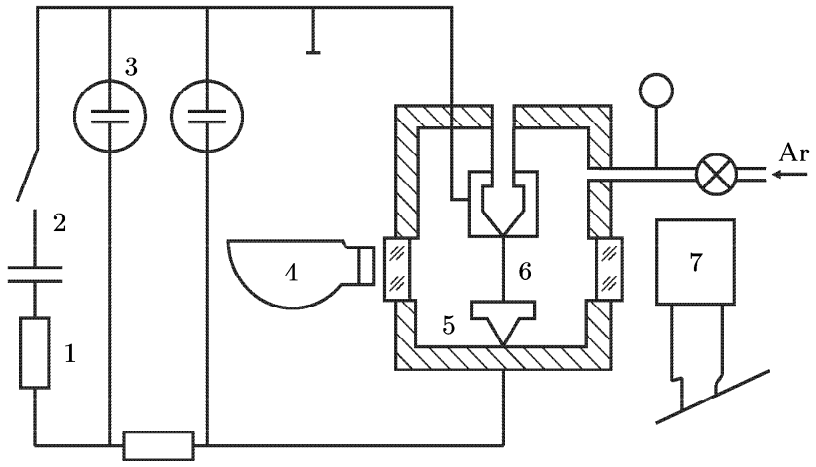


Рис. 2.29. Схема установки для изобарического нагрева в атмосфере аргона [53]: 1 — балластное сопротивление; 2 — конденсаторная батарея; 3 — осциллограф; 4 — скоростной фоторегистратор; 5 — камера высокого давления; 6 — нагреваемая проволочка; 7 — спектрограф

В эксперименте измеряется давление в камере, осциллографируются ток в контуре и падение напряжения на плазменном столбе, а также производится фоторегистрация процесса расширения столба во времени, что позволяет измерить зависимость диаметра столба от времени. Масса вещества в разряде постоянна (перемешиванием аргона и цезия можно пренебречь), а потери энергии малы. Поэтому по измеренным значениям можно рассчитать энтальпию, плотность и значения удельной электропроводности.

По оценкам [53], погрешность измерения тока и напряжения не превышает ±7%, диаметра — ±3%. Это приводит к следующим оценкам погрешностей энтальпии, плотности и удельной электропроводности:

$\delta H = 15\%$, $\delta\rho = 10\%$, $\delta\sigma = 20\%$. Разброс экспериментальных термодинамических данных не превышает 22%. Однако разброс значений σ достигает 40%.

На рис. 2.28 результаты измерения удельной электропроводности сопоставляются с данными других авторов. Обратим внимание на важное обстоятельство. Значения σ на изобарах, полученные обсуждаемым методом, не возрастают при нагреве, а, наоборот, убывают.

В экспериментах было обнаружено интересное явление — плазменный столб разбивался на темные и светлые слои — страты, ориентированные поперек тока. Страты наблюдаются уже на первых кадрах и отчетливо просматриваются в течение первых сотен микросекунд (рис. 2.30). При таком темпе нагрева вещества в нем успевает установиться локальное термодинамическое равновесие. Эти страты можно назвать тепловыми, в отличие от ионизационных страт, хорошо известных в физике газового разряда. В [63] было показано, что наблюдаемый эффект может быть результатом развития тепловой неустойчивости. Подчеркнем, что обнаруженные в [18] тепловые страты являются ярким проявлением неустойчивости неидеальной плазмы во внешних полях.

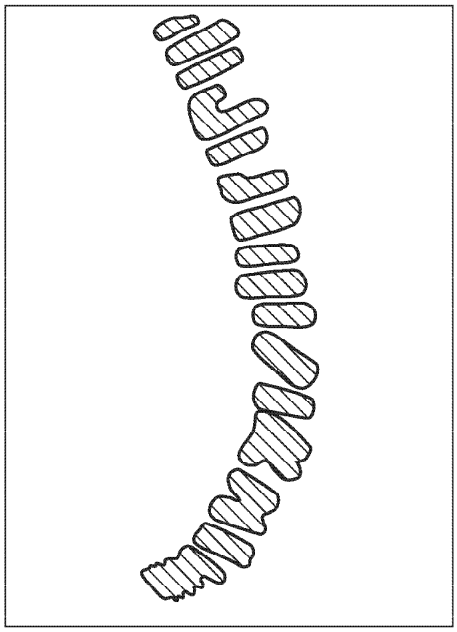


Рис. 2.30. Структура плазменного столба при изобарическом нагреве цезия в атмосфере инертного газа [53]

В серии экспериментов [60, 61, 64–66] электрический разряд под давлением инертных газов был использован для изучения теплофизических свойств металлов в жидкой фазе с последующей оценкой на этой основе параметров критических точек. В отличие от техники, использовавшейся в [53], в этих экспериментах использовался более

медленный подвод энергии к исследуемому образцу, имевшему длину около 25 мм и диаметр около 1 мм. Это приводило к большей однородности параметров разряда и позволяло избежать неустойчивости движущейся границы между металлом и газом. В то же время подвод энергии был достаточно быстр, чтобы предотвратить разрушение плазменного столба в гравитационном поле. В экспериментах фиксировались вольтамперные характеристики, поверхностная температура, диаметр канала и в ряде случаев — скорость звука. На основе этих измерений затем определялись удельная электропроводность, плотность, энтальпия и теплоемкость около десятка металлов при давлениях до 0,5 ГПа и температурах до $9 \cdot 10^3$ К. При этом авторы [60, 61, 64–66] в своих исследованиях ограничились однофазной жидкометаллической областью параметров, так как было установлено, что заход, в процессе «медленного» изобарического расширения, за кривую кипения вызывает резкое развитие неоднородностей параметров нагретой плазмы. Для описания термодинамики плотной плазмы металлов в [60, 64] привлекалась модель мягких сфер. Это позволило оценить параметры критических точек меди и свинца, которые хорошо соответствуют данным динамических измерений [67] и приведены в Приложении 1. Для измерения скорости звука столб вещества подвергался воздействию сфокусированного лазерного импульса (0,1–0,5 Дж, 25 нс, 100 мкм) [67]. В веществе возбуждалась акустическая волна, которая распространялась поперек столба и на выходе из него вызывала волну сжатия в газе. Это позволило определить время выхода волны из столба и, зная его диаметр, вычислить скорость звука. Полученная теплофизическая информация важна для построения полуэмпирического уравнения состояния.

В [68, 69] методика взрывающихся проволок использовалась для изучения термодинамических свойств жидкого вольфрама. Эксперименты проводились с проволоками в оболочке из фторопласта. Набор измеряемых величин был следующим: ток через образец, падение напряжения на нем, диаметр проводника и температура его поверхности. Для контроля геометрии проводника проводилось скоростное фотографирование. В процессе эксперимента делалось четыре кадра всего проводника с временем экспозиции около 10 нс (весь процесс имел характерное время — 200–300 нс). Распределения величин по сечению проводника исследовались при помощи численного моделирования. Удалось определить условия нагрева, которые обеспечивали однородность проводника вплоть до 3–4-х кратных расширений. Результатом этой работы стала оценка параметров критической точки. Критическая температура вольфрама оказалась $(1{,}5–1{,}6) \cdot 10^4$ К, а критическое давление 1,1–1,3 ГПа. Кроме того, в этой работе было установлено, что перегрев жидкой фазы был очень мал (в пределах погрешности эксперимента, т. е. 300–500 К), и испарение всегда начиналось вблизи бинодали.

Методика взрывающихся проволок использовалась для измерения электропроводности металлов в широком диапазоне плотностей [70–72]. Отрезок прямолинейной проволоки, помещался в конденсированную среду (воду, стеклянный капилляр) и нагревался импульсом тока плотностью $(3–5) \cdot 10^7$ А·см$^{-2}$. Проводимость плазмы определялась в предположении однородного распределения температуры, давления и других величин в столбе. Теневые фотографии столба позволили убедиться, что он действительно однороден по длине и аксиально симметричен. Однако радиальные распределения величин контролировать не удавалось. Кроме того, не всегда удавалось исключить влияние испарения. В работах [70–72] были получены весьма неожиданные данные по проводимости плотной плазмы меди, алюминия и вольфрама: был обнаружен минимум на изотермах проводимости как функции плотности при температурах 1–2 эВ, в интервале плотностей 10^{21}–10^{22} см$^{-3}$. Это свидетельствует о потере металлической проводимости лишь при значительном (в 5–7 раз) расширении твердых металлов.

В работе [73] вольфрамовые проволоки нагревались за 10 микросекунд в стеклянных и кварцевых капиллярах на воздухе. Момент заполнения капилляра жидким металлом контролировался по проводимости и свечению. Для плотностей жидкого расширенного вольфрама от 7,5 до 1 г·см$^{-3}$ удельное сопротивление увеличивалось от 0,5 до 5 мОм·см. Оценка температуры (по энтальпийному вкладу) дает значения от $1{,}0 \cdot 10^4$ до $1{,}4 \cdot 10^4$ К. Радиальное распределение измеряемых величин в [73] также не контролировалось.

В работе [74] электропроводность плазмы алюминия определялась на основе экспериментов по электрическому взрыву проволок в толстых капиллярах из свинцового стекла. Методика получения проводимости была следующей. Сопротивление определялось по измеренным току и напряжению, а сечение проволоки рассчитывалось, используя одномерную гидродинамическую модель и широкодиапазонное уравнение состояния SESAME [75]. Начальная фаза процесса, где металл находился в конденсированном состоянии (температуры ниже 1 эВ) не моделировалась. Тем не менее, на начальном этапе процесса наблюдался резкий рост сопротивления, вызванный, по-видимому, испарением, так как этот рост имел место при значениях рассеянного в проволоке тепла меньших теплоты сублимации алюминия.

Проводимость плазмы алюминия (и титана) была измерена в условиях изохорического нагрева в работе [76]. Образцы в виде фольг завернутых в спираль (вокруг оси в направлении тока) помещались внутрь толстых сапфировых цилиндров и нагревались током. Отношение внутреннего объема цилиндра к исходному объему металла составляло примерно 30. Таким образом, на начальном этапе фольга испарялась, пары заполняли внутренний объем цилиндра, и устанавливалось, как предполагается авторами, однородное

распределение величин (температуры, плотности и др.) в плазме. Авторы предполагают, что плазма становится однородной по истечении 100 мкс. Признаком установления однородного состояния служит начало монотонного падения сопротивления образца. По истечении 400 мкс от начала процесса сопротивление начинает расти, что авторы связывают с остыванием плазмы из-за лучистого теплопереноса. Анализируя используемую методику измерения электропроводности, нельзя не обратить внимания на многие неясности и, прежде всего, — на вопрос о распределении величин в объеме плазмы.

В [77] была предложена и применена оригинальная методика, которая позволила осуществить переход вольфрама из конденсированного состояния в газообразное, и при этом поддерживать практически однородные распределения температуры и давления в образце. Методика заключается в импульсном джоулевом нагреве образца в форме полоски тонкой фольги, помещенной между двумя относительно толстыми пластинами стекла. Благодаря использованию этой методики, были впервые проведены измерения проводимости вольфрама в процессе, при котором в образце поддерживалось давление 4–6 ГПа, а плотность менялась от нормальной плотности твердого тела, до значений в 20–30 раз меньших. Поскольку эти давления в несколько раз превышают давление в критической точке фазового перехода жидкость-пар, эффекты, связанные с испарением отсутствуют. На рис. 2.31 приведены зависимости удельного сопротивления ρ от относительного объема v/v_0 (v_0 — удельный объем твердого тела при нормальных условиях) полученные в экспериментах по импульсному джоулеву нагреву тонких вольфрамовых фольг в ячейках из стекла и сапфира. Видно, что эта зависимость имеет различный характер в твердом, жидком и газообразном состоянии. В жидкой фазе удельное сопротивление примерно пропорционально удельному объему, т. е. отношение удельной электропроводности к плотности остается почти постоянным. В интервале значений относительного объема от 9 до 11 происходит смена характера зависимости (для эксперимента со стеклянной ячейкой). При больших объемах проводимость выходит на постоянное значение. Заметим, что для этих экспериментов, при относительных объемах выше 5, процесс нагрева был близок к изобарическому. Таким образом, имеет место смена характера зависимости удельного сопротивления от удельного объема вдоль изобары. При возрастании давления от 4 до 6 ГПа, как следует из рисунка, зависимость становится гораздо более пологой. При этом интервал объемов, при котором происходит смена характера зависимости, увеличивается примерно в 3 раза. И, наконец, заметим, что никаких особенностей не было обнаружено для неизобарического процесса.

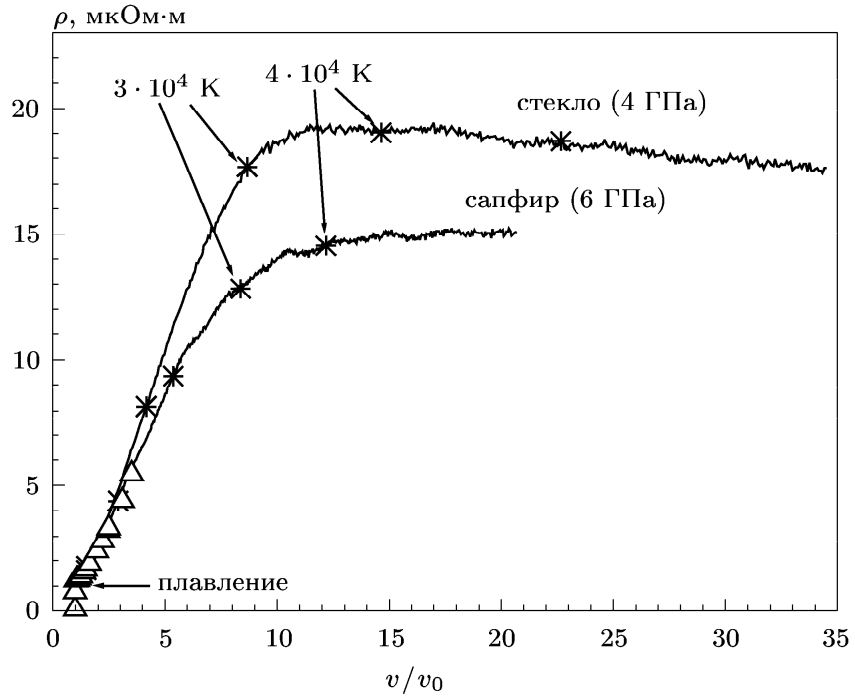


Рис. 2.31. Зависимость удельного сопротивления вольфрама от относительного объема для двух экспериментов [74]. Излом, отмеченный стрелкой — конец плавления. Звездочки соответствуют определенным значениям температуры (от 10^4 до $5 \cdot 10^4$ K с шагом 10^4 K). Треугольники — результаты измерений [65, 66]

§ 2.3. Электрические разряды высокого давления

Благодаря большой плотности вещества и высоким температурам, концентрация заряженных частиц в плазме электрических дуг и разрядов высокого давления достигает 10^{18}–10^{21} см$^{-3}$. В такой плазме дебаевский параметр неидеальности Г может достигать довольно больших значений. При этом при давлениях $p \gtrsim 1$ МПа плазма разряда высокого давления является локально-равновесной. В данном разделе будут кратко охарактеризованы основные направления в исследовании плазмы разрядов высокого давления. Хороший обзор исследований стационарных разрядов дан Э.И. Асиновским и В.А. Зейгарником [78].

Установки со стационарными дугами высокого давления появились в результате усовершенствования «каскадной» дуги Меккера, стабилизированной стенками. В конце 60-х годов в ряде лабораторий СССР и Германии были созданы установки, работающие при давлениях до 2 МПа. При этом был выполнен ряд исследований свойств неидеальной плазмы. Плазмотрон размещается в камере высокого давления. Дуговой канал образован набором медных диафрагм, изолированных друг от друга прокладками. Осевые отверстия диафрагм, охлаждаемых на периферии водой, образуют канал дуги. Анод представляет со-

бой медную диафрагму, катод — вольфрамовый продольный стержень, вдоль которого газ подается в канал. В работе [79] были измерены удельная электропроводность и излучательная способность аргоновой плазмы с параметрами: $p = 1$ МПа, $T = (12\text{–}15)\cdot 10^3$ K, $n_e = 10^{18}$ см$^{-3}$, дебаевский параметр неидеальности $\Gamma \lesssim 0{,}5$, удельная мощность, вкладываемая в разряд, 4,5 кВт·см$^{-1}$. Однако возможности дуг, стабилизированных стенкой, с точки зрения генерации неидеальной плазмы сильно ограничены. Сравнительно низкий уровень удельной мощности ограничивает уровень температур и, следовательно, значений степени ионизации.

Высокие параметры плазмы были получены Петерсом [80], который стабилизировал дугу жидкой стенкой. Дуга горела в парах воды, образующихся за счет испарения жидкости, прилегающей к столбу разряда. Сама жидкость образует вращающуюся жидкую стенку за счет вращения корпуса в целом. Благодаря сильному испарению воды с поверхности вихревого канала, давление плазмы воды достигало значения $p = 0{,}1$ ГПа, $T = 18 \cdot 10^3$ K, $n_e = 8 \cdot 10^{18}$ см$^{-3}$, $\Gamma = 1{,}25$, удельная мощность — 120 кВт·см$^{-1}$.

Значительно более интенсивно исследовались импульсные разряды, обладающие рядом преимуществ. Проблема охлаждения стенок здесь отсутствует, удельная мощность легко повышается до уровня 100 кВт·см$^{-1}$, что обеспечивает высокие степени ионизации вещества. При этом в типичной дуге в течение примерно 1 мс поддерживается квазистационарный режим горения, что достаточно для проведения измерений и, тем более, для установления локального термодинамического равновесия. Благодаря высоким давлениям и температурам, достижимые концентрации заряженных частиц на два порядка (и даже на три — в разрядах в жидкости) превышают характерные концентрации электронов в стационарных дугах и достигают 10^{19}–10^{22} см$^{-3}$. Однако имеется опасность возникновения неоднородностей в плазме, возможны волновые явления и даже проявления неравновесности.

Импульсные разряды в газах создаются при разряде конденсаторной батареи через межэлектродный промежуток. Методы инициирования разряда довольно разнообразны. На рис. 2.32 изображена одна из возможных конструкций такой разрядной трубки. Детальное описание этой конструкции дано в [81, 82]. Она представляет собой кварцевую трубку с диагностическим окном 1 и четырьмя электрическими вводами: анод 7, катод (содержащий датчик давления) 5 и два измерительных зонда 6. Внутри трубки смонтирован подвижной вспомогательный электрод 2, необходимый для поджига. Длина трубки 10 см, диаметр 1 см. Трубка наполняется инертным газом при начальном давлении до 0,1 МПа.

Основным элементом разрядной цепи являются несколько включенных параллельно LC-элементов, формирующих прямоугольный

импульс. Схема установки, использованной в [83], изображена на рис. 2.33.

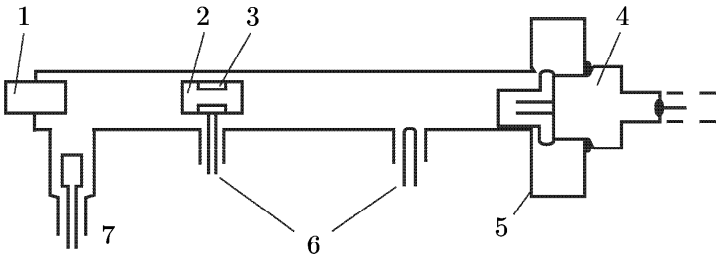


Рис. 2.32. Разрядная трубка [82]: 1 — кварцевое окно; 2 — вспомогательный электрод; 3 — стальное кольцо; 4 — датчик давления; 5 — катод; 6 — вольфрамовые зонды; 7 — анод

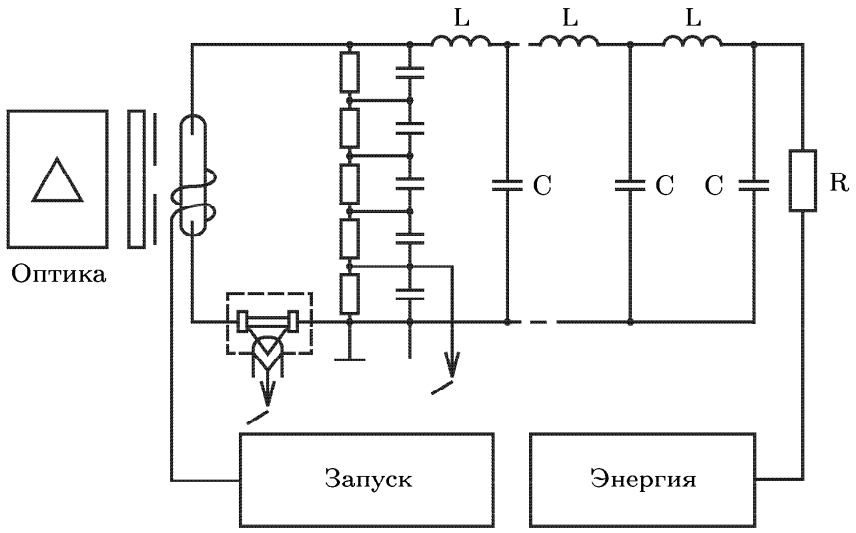


Рис. 2.33. Схема экспериментальной установки [83]

Измерение силы тока i и напряженности аксиального поля F в соответствии с (2.8) позволяет определить средние значения удельной электропроводности:

$$\overline{\sigma} = (2/R^2) \int_0^R \sigma(r) r \, dr. \tag{2.9}$$

Здесь R — радиус разрядной трубки. Так как при высоких давлениях излучение является основным механизмом теплопереноса, то поперечная неоднородность плазмы сравнительно невелика. На рис. 2.34 приведены радиальные профили температуры электронов, измеренные в лампе-вспышке длиной 1 м и радиусом 13 мм, наполненной ксеноном при давлении $4 \cdot 10^3$ Па.

В [85] была разработана методика получения сверхвысоких давлений (около 0,1 ГПа) в плазме импульсной свободной дуги высокого давления. В отличие от стационарных разрядов, мощность импульсной дуги может быть высокой, до 10 кВт·см$^{-1}$. Разряд состоит из узкой центральной высокотемпературной зоны (до $7 \cdot 10^4$ K) и периферийной низкотемпературной (примерно 10^4 K). В таких условиях обычные оптические методы диагностики дают информацию только о поверхности разряда, а фиксируемая мощность излучения характеризует интегральные свойства неоднородной плазмы. Импульсная каскадная дуга, в отличие от свободной, позволяет получить столб плазмы, однородный вдоль оси, но неоднородность по сечению столба сохраняется. Удельная электропроводность такой плазмы была измерена при параметрах неидеальности в диапазоне $0{,}1 \leqslant \gamma \leqslant 0{,}3$. Плотность вещества измерялась методом рентгеновского просвечивания. Пучок рентгеновских лучей стандартной рентгеновской трубки проходил через верхний полый электрод, торец которого, обращенный в камеру, был запаян бериллиевой пробкой с вольфрамовым наконечником, осевую область дуги, нижний электрод и регистрировался фотоумножителем.

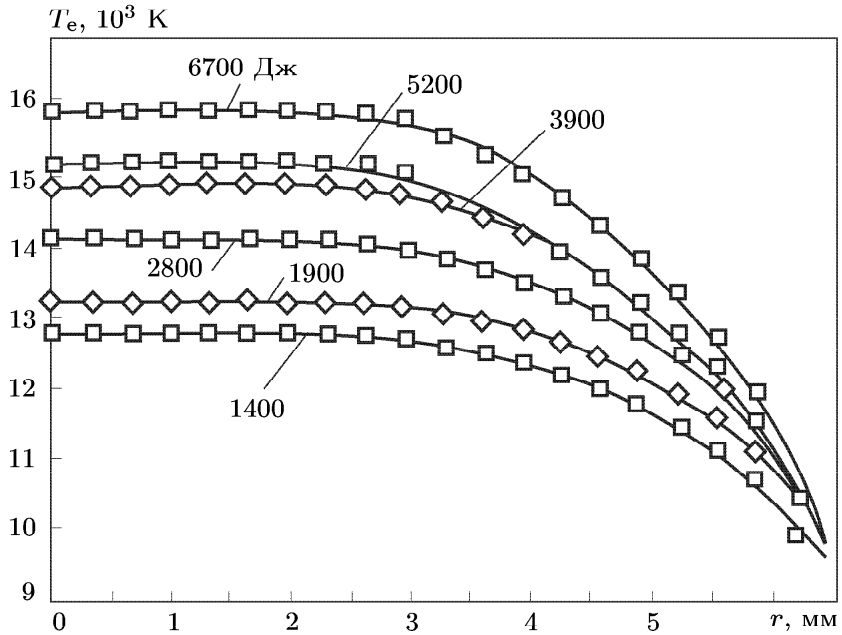


Рис. 2.34. Радиальные профили T_e в плазме ксенона в лампе–вспышке при различных энергиях разряда (цифры у кривых) [84]

Для исследования физических свойств плазмы при давлениях выше 10 МПа и температурах до 20000 K необходимо создание специальных источников. В [86–88] был описан и использован для измерения коэффициента электропроводности и излучательной способности воздуха источник плазмы, конструкция которого изображена на рис. 2.35. Он позволяет получить оптически прозрачную плазму при давлениях

свыше 10 МПа с равномерным и контролируемым распределением температуры и плотности. Установка, описанная в [86–88], представляет большие возможности для исследований в очень напряженной области параметров.

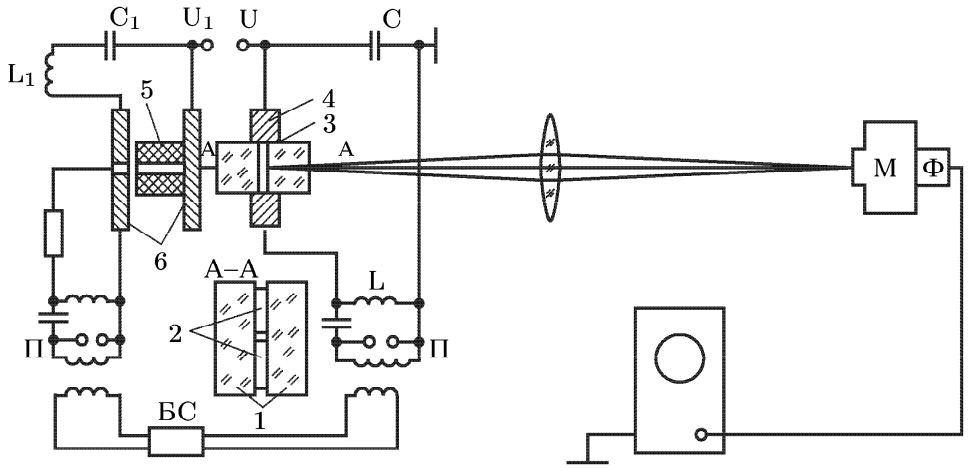


Рис. 2.35. Конструкция источника плазмы и оптическая схема измерения температуры [86]. Источник плазмы: 1 — кварцевые пластины, 2 — кварцевые прокладки, 3 — платиновые электроды, 4 — вольфрамовый цилиндр просвечивающий источник: 5 — фторопластовый капилляр, 6 — стальные электроды; М — монохроматор; П — поджиги; БС — блок синхронизации; А–А — сечение источника плазмы (см. вставку)

Плазменный объем размером $1{,}0 \times 1{,}1 \times 10$ мм ограничен кварцевыми пластинами 1 и прокладками 2. Герметичность обеспечивалась высоким качеством их обработки и сильным прижатием электродов 3 к кварцу. Через плазменный объем разряжалась батарея конденсаторов, $C = 3{,}75$ мкФ. Режим разряда был апериодическим ($L = 51$ мкГн) с амплитудой тока, достигающей 300 А и длительностью около 50 мкс. Начальное напряжение на конденсаторе варьировалось от 1 до 22 кВ, что позволило изменять температуру плазмы. Радиальные флуктуации плотности плазмы исчезали после поджига менее чем через 5 мкс.

Плазменный объем просвечивался источником света 5, 6. Измерения яркости источника просвечивания и прозрачности плазмы позволяли определить температуру. Пространственное разрешение оптической схемы позволяло получить распределение температуры (и плотности) в плазменном объеме. Поступление в плазму материалов стенки и электродов контролировалось спектроскопически.

В [86] этот источник был использован для измерения удельной электропроводности воздуха при $13400 \leqslant T \leqslant 18100$ К, $p = (95\text{–}150) \cdot 0{,}1$ МПа, что соответствует $n_e \approx 10^{18}\text{–}10^{19}$ см$^{-3}$, $\Gamma \approx 0{,}7\text{–}1$.

Сопротивление плазменного промежутка

$$R(t) = \left(U_0 - \frac{1}{C} \int_0^{t_m} i\,dt - L\frac{di}{dt} \right) i^{-1}. \qquad (2.10)$$

В момент прохождения тока через максимум t_{m}, достаточно знать U_0, $i(t_m)$, $C^{-1} \int_0^{t_m} i\,dt$. Измеренное сопротивление $R(t_{\text{m}})$ составило 1 Ом. Погрешность определяемых далее значений $\sigma(T)$ не превышала 15%, причем значения удельной электропроводности в центральной области плазменного объема отличались от среднего значения всего на 8–10%. Измеренные значения оказались примерно в 2 раза ниже спитцеровских. Эти результаты обсуждаются в гл. 7.

Наиболее высокие значения концентраций заряженных частиц были достигнуты в импульсных разрядах в жидкостях до 10^{21} см$^{-3}$. При этом достигаются давления в несколько десятых гигапаскалей. Плазма формируется разрядом батареи конденсаторов между двумя электродами, погруженными в жидкость, обычно в воду. Нагреваемая током плазма стремится расширить разрядный столб. Этому препятствует механическая инерция окружающей воды, в результате чего развиваются высокие давления. С этой целью нужно как можно быстрее разрядить конденсаторную батарею, пока объем плазменного столба еще мал. Разряд формируется за время около 1 мкс. Параметры плазмы, возникающей при разряде в воде: $T = (1\text{–}5)\cdot 10^4$ К, $p = (1\text{–}50)\cdot 0{,}1$ ГПа. Таким образом, высокие давления сочетаются с высокими температурами, что с трудом достигается в установках иного типа. Однако ввиду больших температур параметр неидеальности не столь велик, $\Gamma \leqslant 1{,}5$. Разряд обычно инициируется электрическим взрывом тонкой проволочки, соединяющей электроды. Плазма, таким образом, состоит из многокомпонентной смеси продуктов разложения паров воды с малой примесью металла, из которого была изготовлена проволочка.

Первые исследования плазмы импульсного разряда в воде были выполнены в [89, 90]. В настоящее время с использованием этих разрядов проводится широкий круг исследований, связанный с развитием перспективных технологий (см., например, [91, 92]).

Специфическим видом импульсного разряда является капиллярный разряд с испаряющейся стенкой (КРИС). Характерным признаком КРИС является продувка разрядного канала парами материала стенок, испаряемого за счет джоулева тепла разряда. В [93, 94] была получена плазма с концентрацией зарядов до 10^{20} см$^{-3}$, температурой $3\cdot 10^4$–10^5 К и давлением 20–50 МПа. Химический состав плазмы определялся исключительно составом материала стенки. Капилляры изготавливались из текстолита. Поэтому плазма имела сложный элементный состав: 47% водорода, 37% углерода, 16% кислорода. Плазма

исследовалась в квазистационарном режиме. Для этого: 1) разряд питался довольно длительными импульсами тока, до 10^{-3} мс; 2) использовались капилляры с открытыми торцами, через которые вводился ток разряда, а сток образующейся при испарении стенки плазмы происходил в виде плазменных струй; 3) относительное изменение диаметра капилляра за счет его выгорания было мало. Исследования показали, что КРИС позволяет получить однородную квазистационарную плазму заданного химического состава.

КРИС характеризуется высоким уровнем температур при умеренных давлениях. Дебаевский параметр неидеальности Г в зависимости от уровня энерговклада составляет 0,5–1,25. В плазме КРИС были выполнены измерения спектрального коэффициента поглощения непрерывного излучения и удельной электропроводности.

Литература

1. *Alekseev V.A., Iakubov I.T.* // Phys. Rcpts. 1983. Vol. 96, N 1. P. 1–67.
2. *Alekseev V.A., Iakubov I.T.* Handbook on Thermodynamic and Transport Properties of Alkali Metalls / Ed. Ohse R.W. — Oxford: BIackwell Sci. Publ., 1986. Ch. 7.1. P. 703–734.
3. *Алексеев В.А.* // ТВТ. 1968. Т. 6, № 6. С. 961–965.
4. *Кикоин И.К., Сеченков А.П.* // Физ. металлов и металловед. 1967. Т. 24, № 5. С. 843–857.
5. *Кикоин И.К., Сенченков А.П., Гельман Э.Б. и др.* // ЖЭТФ. 1965. Т. 49, № 1. С. 124–126.
6. *Hensel F., Frank E.U.* // Rev. Mod.Phys. 1968. Vol. 40, N 4. P. 697–703.
7. *Алексеев В.А., Овчаренко В.Г., Рыжков Ю.Ф. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 12, № 6. С. 306–309.
8. *Алексеев В.А., Овчаренко В.Г., Рыжков Ю.Ф.* // УФН. 1976. Т. 120, № 4. С. 699–702.
9. *Borzhievsky A.A., Sechenov V.A., Horunzhenko V.I.* // 18th Intern. Conf. Ioniz. Phenom. Gases. Contrib. Papers. — Swansea, 1987. Vol. 1. P. 250–251.
10. *Alekseev V.A., Vedenov A.A., Ovcharenko V.G. et al.* // High Temp. — High Press. 1975. Vol. 7. P. 677–680.
11. *Renkert H., Hensel P., Frank E.U.* // Ber. Bunsenges. Phys. Chem. 1971. Bd. 75. N 6. S. 507–512.
12. *Renkert H., Hensel P., Frank E.U.* // Phys. Lett. A. 1969. Vol. 30, N 9. P. 494–495.
13. *Кулик П.П., Рябый В.А., Ермохин Н.В.* Неидеальвая плазма. — М.: Энергоатомиздат, 1984.
14. *Алексеев В.А., Веденов А.А., Красицкая Л.С. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 12, № 11. С. 501–504.
15. *Pfeifer P., Freyland W.F., Hensel F.* // Phys. Lett. A. 1973. Vol. 43, N 2. P. 111–112.
16. *Исаков И.М., Ломакин Б.Н.* // ТВТ. 1979. Т. 17, № 2. С. 262–265.
17. *Сеченов В.А., Сон Э.Е., Щекотов О.Е.* // ТВТ. 1977. Т. 15, N 2. С. 413–414.
18. *Дихтер И.Я., Зейгарник В.А.* // ТВТ. 1977. Т. 15, № 1. С. 196–198.
19. *Барольский С.Г., Ермохин Н.В., Кулик П.П.* // ЖЭТФ. 1972. Т. 62, № 1. С. 176–182.
20. *Franz G., Freyland W., Hensel F.* // Proc. of IV Intern. Conf. of Liquid and Amorphous Metals, Contrib. Papers. — Grenoble, 1981. P. 44–46.

21. *Pfeifer P., Freyland W.F., Hensel F.* // Ber. Bunsenges. Phys. Chem. 1979. Bd. 83, N 3. S. 204–211.

22. *Freyland W., Hensel F.* // Ber. Bunsenges. Phys. Chem. 1972. Bd. 76, N 3–4. S. 347–349.

23. *Ломакин Б.Н., Лопатин А.Д.* // ТВТ. 1983. Т. 21, № 1. С. 163–165.

24. *Гоголева В.В., Зицерман В.Ю., Полищук А.Я., Якубов И.Т.* // ТВТ. 1984. Т. 22, № 2, С. 208–215.

25. *Ермохин Н.В., Ковалев Б.М., Кулик П.П.* // ТВТ. 1971. Т. 9, № 4. С. 665–675.

26. *Rochling G.* // Adv. Energy Convetsion. 1963. Vol. 3, N 1. P. 69–75.

27. *Uchtmann H., Hensel F.* // Phys. Lett. A. 1975. Vol. 53, N 3. P. 239–240.

28. *Dukers L.J., Ross R.G.* // Phys. Lett. A. 1972. Vol. 38, N 3. P. 291–294.

29. *Алексеев В.А., Веденов А.А., Овчаренко В.Г. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1972. Т. 16, № 2. С. 73–77.

30. *Tsuji K., Yao M., Endo H.* // J. Phys. Soc. Jap. 1977. Vol. 42, N 5. P. 1594–1600.

31. *Neale F.E., Cusack N.E.* // J. Phys. F. 1979. Vol. 9, N 1. P. 85–92.

32. *Hensel F.* // Ber. Bunsenges. Phys. Chem. 1971. Bd. 76, N 7. S. 847.

33. *Hensel F.* // Phys. Lett. A. 1970. Vol. 31, N 2. P. 88–89.

34. *Hensel F.* // Proc. VII Intern. Conf. on Amorphous Liquid Semicondectors. Contrib. Papers. — Edinburg. 1977. P. 58–70.

35. *Ikezi H., Schwarzenegger K., Simons A. et al.* // Phys. Rev. A. 1978. Vol. 18, N 6. P. 2494–2499.

36. *Hefner W., Schmutzler R.W., Hensel F.* // J. de Phys. 1980. Vol. 41. suppl., N 8. P. 8–11.

37. *Cheshnovsky O., Even U., Jortner J.* // Phil. Mag. B. 1981. Vol. 44, N 1. P. 1–11.

38. *Hefner W., Hensel F.* // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 48, N 15. P. 1026–1029.

39. *Uchtmann H., Popielawski J., Hensel F.* // Ber. Bunsenges. Phys. Chem. 1981. Bd. 85, N 7. S. 555–558.

40. *Коршунов Ю.С., Сенченков А.П., Асиновский Э.И. и др.* // ТВТ. 1970. Т. 8, № 6. С. 1288–1291.

41. *Stone J.P., Ewing C.T., Spann J.R. et al.* // J. Chem. Engng. Data. 1966. Vol. 11, N 3. P. 320–322.

42. *Новиков И.И., Рощупкин В.В.* // Измерительная техника. 1967. № 10. С. 27–29.

43. *Воляк Л.Д., Челебаев А.К.* // ТВТ. 1976. Т. 14, № 4. С. 913.

44. *Кикоин И.К., Сенченков А.П., Наурзаков С.П. и др.* Препринт ИАЭ № 2310. — М.: ИАЭ им. Курчатова, 1973.

45. *Корсунский И.М.* // ЖЭТФ. 1985. Т. 89, № 3. С. 875–883.

46. *Челебаев А.К.* Измерения параметров уравнения состояния плотных паров цезия. Автореф. Дис. канд. физ. матем. наук. — М. 1978.

47. *Jungst S., Knuth B., Hensel F.* // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 55, N 20. P. 2160–2163.

48. Физика простых жидкостей: Пер. с англ. / Под ред. *Темперли Г.М.*. — М.: Мир, 1971.

49. *Noll F., Pilgrim W.C., Winter R.* // Z. Phys. Chemie. 1988. Bd. 156, N 2. S. 303–311.

50. *Winter R., Hensel F., Bodensteiner T., Gläser W.* // Z. Phys. Chemie. 1988. Bd. 156, N 1. S. 145–149.

51. *Васильев И.Н., Трелин Ю.С.* // ТВТ. 1969. Т. 7, № 6. С. 1112–1118.

52. *Suzuki K., Inutake M., Fujiwaka S.* // Переходы металл–диэлектрики. — М.: Львов, изд. ЛГУ, 1977. С. 123–125.

53. *Дихтер И.Я., Зейгарник В.А.* // Обзоры по теплофизическим свойствам веществ. — М.: Теплофизический центр ИВТ АН СССР, 1981. № 4. С. 59–91.

54. *Vorobiov V.V., Kulik P.P., Pallo A.V. et al.* // XV Phenomena in Ionized Gases, Contributed papers. — Minsk, 1981. Part 1. P. 361–362.

55. *Yermokhin N.V., Kulik P.P., Riabyi V.A. et al.* // XV Phenomena in Ionized Gases, Contributed papers. — Minsk, 1981. Part 1. P. 363–364.

56. *Кузнецова Н.П., Лаппо Г.Б.* // ТВТ. 1979. Т. 17, № 1. С. 37–42.

57. *Лебедев С.В.* // ЖЭТФ. 1957. Т. 32, № 2. С. 199–207.

58. *Лебедев С.В.* // ЖЭТФ. 1966. Т. 50, № 3. С. 509–519.

59. *Лебедев С.В., Савватимский А.И.* // УФН. 1984. Т. 144, № 2. С. 215–250.

60. *Gathers G.R., Shaner J.W., Young D.A.* // Phys. Rev. Lett. 1974. Vol. 33, N 2. P. 70–73.

61. *Газерс Г., Шейнер Д.Ж., Бри Р.* // Приб. науч. исслед. 1976. Т. 47. № 4. С. 71–81.

62. *Дихтер И.Я., Зейгарник В.А.* // ТВТ. 1975. Т. 13, № 3. С. 483–490.

63. *Iakubov I.T.* // Beitr. Plasma Phys. 1977. Bd. 17, N 4. S. 221–229.

64. *Gathers G.R., Shaner J.W., Hodson W.M.* // High Temper.–High Pressures, 1979. Vol. 11, N 5. P. 529–538.

65. *Gathers G.R.* // Intern. J. Termophysics. 1983. Vol. 4, N 3. P. 209–227.

66. *Shaner J.W., Hixson R.S., Winkler M.A.* // The Physics of Ionized Gases // Symp. Phys. Ioniz. Gases. 1986 / Eds. Puric J., Belic D. — Beograd: Univ. of Beograd, 1986. P. 331–346.

67. *Альтшулер Л.В., Бушман А.Б., Жерноклетов М.В. и др.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 78, № 2. С. 741–752.

68. *Kloss A., Rakhel A.D., Hess H.* // Int. J. Thermophys. 1998. V. 19, N 3. P. 983–991.

69. *Rakhel A.D., Kloss A., Hess H.* // Int. J. Thermophys. 2002. V. 23, N 5. P. 1369–1380.

70. *DeSilva A.W., Kunze H.J.* // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 49, N 5. P. 4448–4454.

71. *DeSilva A.W.*, *Katsouros J.D.* // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 57, N 5. P. 5945–5952.

72. *Saleem S.*, *Haun J.*, *Kunze H.J.* // Phys. Rev. E. 2001. V. 64, N 5. P. 056403.

73. *Savvatimski A.I.* // Int. J. Thermophys. 1996. V. 17, N 2. P. 495–504.

74. *Benage F.J.*, *Shanahan W.R.*, *Murillo M.S.* // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83, N 15. P. 2953–2956.

75. SESAME. The Los Alamos National Laboratory Equation of State Database. Report No. LA-UR-92-3407.

76. *Renaudin P.*, *Blancard C.*, *Faussurier G.*, *Noiret P.* // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88, N 21. P. 215001.

77. *Коробенко В.Н.*, *Рахель А.Д.*, *Савватимский А.И.*, *Фортов В.Е.* // Физика плазмы. 2002. Т. 28, № 12. С. 1093–1102.

78. *Асиновский Э.И.*, *Зейгарник В.А.* // ТВТ. 1974. Т. 12, № 6. С. 1278–1291.

79. *Batenin V.M.*, *Minaev P.V.* // High Temper.–High Pressures. 1970. Vol. 2, N 3. P. 597–607.

80. *Peters T.H.* // Z. Phys. 1953. Bd. 135, N 5. S. 573–592.

81. *Günter K.* // Beitr. Plasma Phys. 1968. Bd. 8, N 3. S. 383–391.

82. *Radtke R.*, *Günter K.* // J. Phys. D. 1976. Vol. 9, N 7. P. 1131–1138.

83. *Popovic M.M.*, *Popovic S.S.*, *Vukovic S.M.* // Fizika. 1974. Vol. 6, N 1, P. 29–35.

84. *Mokhtari A.*, *Skowronek M.*, *Vitel Y.* // 14th Intern. Symp. Phys. Ionized Gases // Contrib. papers / Ed. Kojevic N. — Sarajevo: Univ. Of Saraievo, 1988. P. 373–376.

85. *Митин Р.В.* // Свойства низкотемпературной плазмы и методы ее диагностики / Под ред. Жукова М.Ф. — Новосибирск: Наука, 1977. С. 105–120.

86. *Андреев С.И.*, *Гаврилова Т.В.* // ТВТ. 1974. Т. 12, № 6. С. 1293–1297.

87. *Андреев С.И.*, *Гаврилова Т.В.* // ТВТ. 1975. Т. 13, № 1. С. 176–180.

88. *Андреев С.И.*, *Гаврилова Т.В.* // ТВТ. 1975. № 3. С. 647–649.

89. *Martin E.A.* // J. Appl. Phys. 1960. Vol. 31, N 2. P. 225–267.

90. *Robinson J.W.* // J. Appl. Phys. 1957. Vol. 38, N 1. P. 210–216.

91. *Иванов В.В.*, *Швец И.С.*, *Иванов А.В.* Подводные искровые разряды. — Киев: Наукова думка, 1982.

92. *Наугольных К.А.*, *Рой Н.А.* Электрические разряды в воде. — М.: Наука, 1971.

93. *Огурцова Н.Н.*, *Подмошенский И.В.* // Низкотемпературная плазма / Тр. XX Конгресса ИЮПАК: Пер. с англ. — М.: Мир, 1967. С. 432–440.

94. *Огурцова Н.Н.*, *Подмошенский И.В.*, *Смирнов В.Л* // ТВТ. 1974. Т. 12, № 3. С. 650–652.

Глава 3. ДИНАМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ГЕНЕРАЦИИ НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

§ 3.1. Принципы динамической генерации и диагностики плазмы

Наиболее высокие параметры плазмы получены динамическими методами [1], позволившими реализовать рекордно высокие локальные концентрации энергии. Эти методы основаны на кумуляции энергии в исследуемом веществе либо в результате вязкой диссипации во фронте ударных волн, вызывающих его сжатие, ускорение и необратимый разогрев, либо в результате адиабатического изменения давления среды. Не проводя здесь детального сопоставления электрических и динамических методик, отметим, что высокая чистота и однородность исследуемого объема, отсутствие электрических и магнитных полей, затрудняющих диагностику и вызывающих развитие разнообразных неустойчивостей в плазме, высокая воспроизводимость результатов, возможность достижения экстремально высоких параметров делают динамические методы удобным способом получения и исследования физических свойств сильнонеидеальной плазмы в экстремальных условиях. Кроме того, использование общих законов сохранения массы, импульса и энергии позволяет свести (см. § 3.2) регистрацию термодинамических характеристик плазмы к фиксации кинематических параметров движения ударных и контактных разрывов (т. е. к измерению времен и расстояний), что является дополнительным существенным преимуществом динамических методов в условиях, когда средства диагностики плотной плазмы не разработаны.

Использование ударных волн позволило получить давления конденсированного вещества до нескольких сотен тысяч мегапаскалей и провести при этом обширные термодинамические, оптические и электрофизические [2–6] исследования. Применение этих методов в физике неидеальной плазмы [1] дало возможность существенно продвинуться по шкале плазменных давлений и температур и сделало объектом лабораторных исследований состояния с чрезвычайно высокими концентрациями энергии. Таким образом, были проведены физические измерения в части фазовой диаграммы вещества, недоступной ранее для традиционных методов плазменного эксперимента.

Существуют три способа динамической генерации плазмы: ударное и адиабатическое сжатие, а также метод адиабатического расширения ударно-сжатого вещества.

Метод ударного сжатия наиболее эффективен для изучения невырожденной плазмы веществ, являющихся в исходном состоянии газами. Комбинация подогреваемых пневматических, электроразрядных и взрывных ударных труб дала информацию о термодинамических, электрофизических и оптических свойствах плазмы при давлениях до 30 ГПа, электронных концентрациях до 10^{23} см$^{-3}$ и плотностях до 4,5 г $\cdot$ см$^{-3}$, превосходящих в 1,5 раза кристаллографическую плотность ксенона. В таких условиях энергия кулоновского взаимодействия на порядок превосходит кинетическую энергию движения частиц, так что с физической точки зрения такая плазма напоминает жидкость, отличаясь от нее более богатым и сложным спектром межчастичных взаимодействий. Поведение плазмы при ультрамегабарных давлениях представляет сейчас повышенный интерес с точки зрения выяснения роли оболочечных эффектов и установления нижней границы применимости квазиклассических моделей уравнения состояния. Для достижения этого диапазона давлений сейчас с успехом используются ядерные взрывы, лазерное излучение, электронные и ионные потоки, быстрый электровзрыв металлических фольг.

Методы ударного и изоэнтропного сжатия создают высокие давления и температуры в среде повышенной плотности и в силу термодинамических ограничений не позволяют исследовать кривую кипения и околокритические состояния металлов. Для получения плазмы с плотностью меньшей твердотельной, эффективным является метод изоэнтропического расширения металлов (см. § 3.5), предварительно сжатых во фронте мощных ударных волн. Этому методу доступна чрезвычайно широкая область фазовой диаграммы металлов, от сильносжатой металлической жидкости вплоть до идеального газа, включая область неидеальной вырожденной и больцмановской плазмы и окрестность критической точки.

Результаты фиксации изоэнтроп разгрузки явились основой для построения современных широкодиапазонных уравнений состояния и, кроме того, позволили более определенно судить о качественном виде фазовой диаграммы вещества при высоких давлениях и температурах. Для сильнонеидеальной плазмы этот вопрос не является тривиальным, поскольку имеются многочисленные предсказания экзотических фазовых переходов, обусловленных превращением металл–диэлектрик, а также сильным взаимодействием заряженных частиц между собой и с нейтральными частицами.

Выполненная в гл. 1 классификация плазменных состояний показывает (см. рис. 1.1), что для последовательного теоретического

анализа оказываются доступными лишь плазменные состояния с экстремально высокими давлениями и температурами, расположенными на периферии фазовой диаграммы вещества, где межчастичное взаимодействие мало. Область существования неидеальной плазмы расположена внутри треугольника, ограниченного кривыми $\gamma = 1$ и $\varepsilon_F \sim e^2 n_e^{1/3}$, верхняя часть которого относится к вырожденной плазме, нижняя — к больцмановской, а максимально достижимые значения параметра неидеальности являются конечными и не превосходят нескольких единиц. Для генерации сильнонеидеальной плазмы существуют оптимальные условия, которые дополняются своими оптимумами, диктуемыми процессами ионизации при выбранном способе реализации этих состояний (см. § 3.2, 3.3). При изохорном нагреве больцмановской плазмы на начальных стадиях ионизации концентрация электронов резко увеличивается с ростом температуры, $n_e^2 \sim n_a T^{3/2} \exp(-I/kT)$, что приводит к более быстрому росту кулоновской энергии взаимодействия по сравнению с kT. Дальнейшее повышение температуры вызывает полную ионизацию данной электронной оболочки ($n_e \sim \text{const}$) и уменьшение γ ввиду роста кинетической энергии. Оставляя количественные оценки этого эффекта до § 3.2, 3.3, отметим, что эти оптимумы легли в основу конструкции большинства разработанных устройств динамического сжатия больцмановской плазмы.

Неидеальная плазма занимает чрезвычайно широкую область в реальной p–V-диаграмме состояний веществ (рис. 3.1), непосредственно примыкая и фактически вторгаясь в область конденсированного состояния [1, 7], где физическое описание крайне затруднено, так как определяется конкретными электронными спектрами атомов и молекул. Поэтому приоритет здесь принадлежит экспериментальным, и в первую очередь динамическим [2–6] методам, позволившим выполнить изящные измерения термодинамических, оптических и электрофизических свойств конденсированного вещества вплоть до давлений порядка 10^5 МПа. Методы современного высокотемпературного эксперимента дали возможность продвинуться в район кривой кипения и окрестность критической точки легкокипящих металлов Hg, Cs, Rb и исследовать область жидкой фазы ряда других элементов при $p \lesssim 0{,}4$ ГПа, $T \lesssim 5 \cdot 10^3$ K [8] (см. гл. 2). Однако у подавляющего большинства других металлов (составляющих около 80% всех элементов периодической системы) сейчас не только не найдены критические параметры, но и не выяснен качественный вид фазовой диаграммы, так как в большей своей части она занята недоступной для традиционной техники эксперимента областью неидеальной плазмы экстремально высоких параметров.

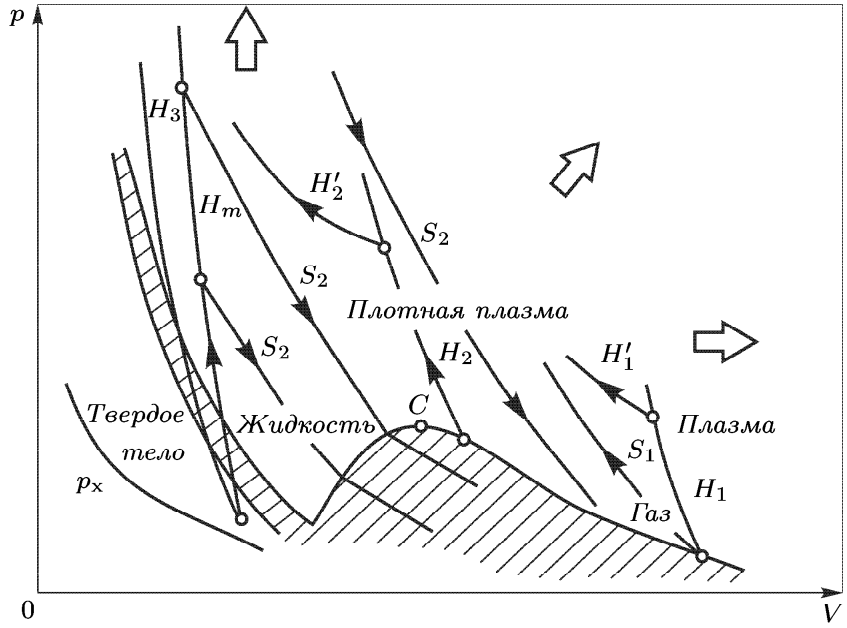


Рис. 3.1. Схема, поясняющая принципы динамической генерации плазмы: p_x — граница максимальных сжатий вещества — кривая «холодного» ($T = 0$ K) сжатия. Двухфазные области при плавлении и испарении заштрихованы; C — критическая точка; кружки — исходное состояние среды; H_1, H_2 — кривые сжатия цезия и инертных газов падающими и отраженными (H_1', H_2') ударными волнами; H_3, H_m — сжатие сплошных и пористых металлов ударными волнами; S_1 — кривая адиабатического сжатия цезия; S_2 — адиабаты разгрузки ударно-сжатых металлов

Для получения плазмы с сильным межчастичным взаимодействием необходимы значительные энерговыделения в среде повышенной плотности. Развиваемые при этом давления и температуры, как правило, значительно превосходят термопрочностные пределы конструкционных материалов установок, так что такую плазму удается сохранить в течение короткого времени, определяемого ее инерционным разлетом. Это заставляет проводить эксперимент в форсированном импульсном режиме на высоком уровне мощности, а соответствующие экспериментальные установки должны обеспечить быстрый подвод энергии к исследуемому веществу, имеющему достаточные для уверенной диагностики геометрические размеры. Имеющиеся возможности для генерации плазмы представлены в табл. 3.1, где приведены характерные (не обязательно максимальные) параметры источников энергий, применяемых для сжатия и разогрева вещества. При этом, в силу рассмотренных выше ограничений на вырождение и перегрев плазмы, экстремальные параметры табл. 3.1 вовсе не соответствуют максимальным эффектам кулоновской неидеальности.

Таблица 3.1. Источники энергии и экспериментальные устройства, применяемые в физике высоких концентраций энергии

Первичный источник энергии	Конечная форма источника энергии	Плотность энергии, МДж·см$^{-3}$	Температура, эВ	Давление, 10^5 Па	Полная энергия, МДж	Длительность, с	Мощность, Вт
Химические ВВ	–	10^{-2}	0,5	$5{\cdot}10^5$	10^2	10^{-7}	10^{10}
	Металлические пластины	0,3	60	10^7	3	10^{-6}	10^{12}
	Магнитное поле 1 МЭ	$4{\cdot}10^{-3}$	0,3	$5{\cdot}10^4$	5	10^{-6}	$5{\cdot}10^{12}$
	Магнитное поле 25 МЭ	2,5	200	$2{,}5{\cdot}10^7$	1	10^{-7}	10^{13}
	Взрывные генераторы плазмы	10^{-2}	60	10^5	30	10^{-6}	10^{12}
Ядерные ВВ	–	10^4	10^7	10^{10}	10^{11}	10^{-6}	10^{22}
	Нейтронный нагрев	10	50	$2{\cdot}10^7$	10^3	10^{-6}	10^{15}
	Ударные волны в твердом теле	5	50	$5{\cdot}10^7$	10^4	$3{\cdot}10^{-6}$	10^{15}
	Ударные волны в газе	0,3	40	$2{\cdot}10^5$	10^7	10^{-5}	10^{18}
Сжатый газ	Адиабатическое сжатие	$2{\cdot}10^{-5}$	0,3	150	10^3	$6{\cdot}10^{-3}$	10^5
	Ударные трубы пневматические	10^{-4}	1	250	10^{-2}	10^{-4}	$3{\cdot}10^8$
	Ударные трубы на горении	10^{-6}	2	10	$2{\cdot}10^{-2}$	$3{\cdot}10^{-4}$	10^8

Продолжение таблицы 3.1

Сжатый газ	Ударные трубы, электрический разряд	10^{-7}	2	1	10^{-2}	10^{4}	10^{8}
Конденсатор	–	10^{-8}	–	–	40	10^{-5}	10^{12}
Роторная машина	–	10^{-3}	–	–	100	10^{-4}	10^{12}
Индукционный накопитель	–	10^{-4}	–	–	100	10^{-4}	10^{12}
Аккумулятор	–	$5{\cdot}10^{-4}$	–	–	1000	10^{-3}	10^{12}
	Быстрый взрыв проволочек	$5{\cdot}10^{-2}$	4	10^{5}	10^{-3}	10^{-6}	10^{9}
	Медленный взрыв проволочек	$2{\cdot}10^{-2}$	0,5	$5{\cdot}10^{2}$	10^{-3}	10^{-4}	10^{7}
	Импульсные разряды	10^{-3}	10	10^{4}	10^{-4}	10^{-3}	10^{9}
	Плазменный фокус	10^{-2}	10^{3}	10	10^{-4}	10^{-5}	10^{10}
	Дуги высокого давления	10^{-5}	2	10^{4}	10^{-4}	∞	10^{4}
	Печные эксперименты	10^{-3}	0,3	$5{\cdot}10^{3}$	10^{-3}	∞	10^{3}
Лазер	–	10^{-6}	–	–	$0{,}5{\cdot}10^{-3}$	10^{-10}	10^{13}
	Мишень	10^{4}	$5{\cdot}10^{3}$	10^{8}	0,5	10^{-10}	10^{13}
Электронный пучок	–	10^{-6}	–	–	1	10^{-8}	10^{13}
	Мишень	$5{\cdot}10$	$5{\cdot}10^{3}$	10^{7}	0,1	10^{-8}	10^{13}

Динамические методы генерации основаны на гидродинамических способах разогрева вещества в результате вязкой диссипации энергии во фронте ударных волн [9]. Использование для возбуждения ударных волн и волн сжатия различных энергетических источников — сжатого и разогретого электрическим разрядом газа, конденсированных и ядерных взрывчатых веществ (ВВ), мощных лазерных, электронных, ионных и нейтронных потоков — позволило получить неидеальную плазму различных химических элементов в широком и непрерывно меняющемся диапазоне плотностей от твердотельного до газового, при давлениях в сотни тысяч мегапаскалей и температурах в десятки килоэлектрон-вольт.

Значительное количество этих данных получено с помощью ударных волн, которые распространялись по исследуемому веществу, вызывая его необратимое сжатие, нагрев и ускорение. При этом исходные состояния вещества могут находиться либо в твердой, либо в газовой фазе. Последний случай особенно удобен для получения сильнонеидеальной больцмановской плазмы (см. § 3.2, 3.3), образуемой в результате ударного сжатия газов высокого давления, исходные состояния которых расположены (см. рис. 3.1) в окрестности кривой насыщения (цезий, аргон) либо даже при сверхкритических условиях (ксенон). Регистрируя состояния одно- и двукратного сжатия, удается получить плазму сверхкритических параметров в широком интервале давлений (p до 11 ГПа) и температур (T до 10^5 К) и проникнуть со стороны газовой фазы в область конденсированного состояния. Максимальная плотность ксеноновой плазмы в экспериментах [1] составляла 4,5 г·см$^{-3}$, что превосходит в 1,5 раза плотность твердого ксенона, а также плотность твердого алюминия. Сжатие жидкого ксенона при помощи легкогазовых «пушек» при давлениях до 140 ГПа дает ценную информацию об электронном спектре сверхплотной плазмы диапазона давлений в 10^5 МПа. Адиабатическое сжатие насыщенных паров цезия (кривая S_1 на рис. 3.1) дает возможность (см. § 3.2) предотвратить чрезмерный разогрев плазмы и достичь области, где преобладающим является взаимодействие зарядов с нейтральными частицами. Сжатие металлов мощными ударными волнами [2–6], возникающими при детонация конденсированного ВВ, переводят металлы в состояние с давлением до 1000 ГПа и температурой в десятки тысяч градусов, когда металлы расплавлены и, по существу, реализуется неупорядоченная электрон–ионная плазма, в которой электронный компонент является вырожденным или частично вырожденным.

Применение мощных подземных взрывов [10–15], нейтронного излучения, возникающего при подрыве ядерных устройств [16], а также концентрированного лазерного излучения [17], увеличивает давления до 100 ТПа, являясь основой для проверок квазиклассических теорий [18].

Характерная особенность техники ударных волн состоит в том, что она позволяет получать высокие давления и температуры в сжатых средах в то время, как область пониженных плотностей плазмы (включая кривую кипения и окрестность критической точки) оказывается недоступной для таких методов. Исследовать промежуточные между твердым телом и газом состояния плазмы позволяет метод изоэнтропного расширения (см. § 3.5), основанный на генерации плазмы при адиабатическом расширении конденсированного вещества (кривая S_2 на рис. 3.1), предварительно сжатого и необратимо разогретого во фронте мощной ударной волны. Таким образом, удалось исследовать свойства металлов в широкой области фазовой диаграммы от сильносжатого конденсированного состояния вплоть до идеального газа, включая область вырожденной и больцмановской низкотемпературной плазмы, околокритические и двухфазные состояния, а также область перехода металл–диэлектрик.

Мы видим, что динамические методы в различных своих комбинациях дают возможность реализовать и исследовать широкий спектр плазменных состояний с разнообразным и сильным межчастичным взаимодействием. При этом оказывается возможной не только фактическая реализация состояний с высокими концентрациями энергии, но и достаточно полная диагностика этих экзотических состояний.

Динамические методы диагностики основаны на использовании связи термодинамических свойств исследуемой среды с наблюдаемыми в эксперименте гидродинамическими явлениями, возникающими при кумуляции в веществе высоких плотностей энергии [9]. В общем виде эта связь выражается системой нелинейных (трехмерных по пространственным координатам) дифференциальных уравнений нестационарной газовой динамики, полное решение которой затруднено даже для наиболее мощных современных компьютеров. По этой причине в динамических исследованиях стремятся использовать автомодельные решения типа стационарной ударной волны и центрированной волны разрежения Римана [2, 9], выражающие законы сохранения в простой алгебраической или интегральной форме. При этом для применения таких упрощенных соотношений в эксперименте должны быть обеспечены условия автомодельности соответствующих режимов течения.

При распространении по веществу стационарного ударного разрыва на его фронте выполняются законы сохранения массы, импульса и энергии [9], которые связывают кинематические параметры — скорость ударной волны D и массовую скорость вещества за ее фронтом u с термодинамическими величинами — удельной внутренней энергией E, давлением p и удельным объемом v:

$$\left.\begin{aligned} &v/v_0 = (D-u)/D; \quad p = p_0 + Du/v_0, \\ &E - E_0 = (1/2)(p+p_0)\,(v_0 - v), \end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

где индексом 0 отмечены параметры покоящегося вещества перед фронтом ударной волны. Эти уравнения позволяют по регистрации любых двух из пяти параметров E, p, v, D, u, характеризующих ударный разрыв, найти гидро- и термодинамические характеристики вещества. Наиболее легко и точно базисными методами измеряется скорость ударной волны D. Выбор второго измеряемого параметра зависит от конкретных условий эксперимента.

Анализ погрешностей соотношений в (3.1) показывает [19, 20], что в случае сильносжимаемых («газовых») сред целесообразно осуществлять регистрацию плотности $\rho = v^{-1}$ ударно-сжатого вещества. В настоящее время разработана методика таких измерений, основанная на фиксации поглощения плазмой цезия (см. § 3.2), аргона (см. § 3.5) и воздуха (см. § 3.6) «мягкого» рентгеновского излучения. При меньшей сжимаемости системы (конденсированные среды) приемлемые точности обеспечиваются [2] путем регистрации массовой скорости движения u. Таким образом, исследовались состояния вырожденной плазмы металлов [2] и плотной больцмановской плазмы аргона и ксенона (см. § 3.5).

В экспериментах по фиксации кривых изоэнтропического расширения ударно-сжатого вещества (см. § 3.5) состояния в центрированной волне разгрузки описываются интегралами Римана [9]:

$$v = v_{\text{н}} + \int\limits_{p}^{p_{\text{н}}} \left(\frac{du}{dp}\right)^2 dp; \quad E = E_{\text{н}} - \int\limits_{p}^{p_{\text{н}}} p \left(\frac{du}{dp}\right)^2 dp, \tag{3.2}$$

которые вычисляются вдоль измеренной изоэнтропы $p_S = p_S(u)$. Проводя регистрации при различных начальных условиях и интенсивностях ударных волн, можно определить калорическое уравнение состояния $E = E(p, v)$ в области p–v-диаграммы, перекрытой адиабатами Гюгонио или (и) Пуассона. В выполненных к настоящему времени экспериментах по динамическому воздействию на плазму изменение интенсивности ударных волн осуществлялось варьированием мощности источников возбуждения — давления толкающего газа (см. § 3.2), типов ВВ, метательных устройств и мишеней (см. § 3.5). Кроме того, использовались разнообразные способы изменения параметров исходных состояний: изменение начальных температур и давлений (плазма инертных газов — § 3.5, цезия — § 3.4, жидкости — [21]), применение мелкодисперсных мишеней в целях увеличения эффектов необратимости [9].

Таким образом, динамические методы диагностики, основываясь на общих законах сохранения, позволяют свести задачу определения калорического уравнения состояния $E = E(p, v)$ к измерению кинематических параметров движения ударных воли и контактных поверхностей, т. е. к регистрации расстояний и времен, что может быть

выполнено с высокой точностью. Внутренняя энергия, однако, не является термодинамическим потенциалом по отношению к переменным p, V, и для построения замкнутой термодинамики системы необходима дополнительная зависимость температуры $T(p, V)$. В оптически прозрачных и изотропных средах (газы, § 3.5) температура измеряется совместно с другими параметрами ударного сжатия. Конденсированные среды, и в первую очередь металлы, как правило, непрозрачны, так что световое излучение ударно-сжатой среды недоступно для регистрации.

Термодинамически полное уравнение состояния может быть построено непосредственно по результатам динамических измерений без введения априорных соображений о свойствах и характере исследуемого вещества [9, 22, 23], исходя из первого закона термодинамики и известной из эксперимента зависимости $E = E(p, V)$ (или более удобной функции $\gamma(p, V) = pV/E(p, V)$). Это приводит к линейному неоднородному дифференциальному уравнению для $T(p, V)$:

$$\left[p + \left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_p\right] \frac{\partial T}{\partial p} - \left(\frac{\partial E}{\partial p}\right)_V \frac{\partial T}{\partial V} = T, \tag{3.3}$$

решение которого строится методом характеристик:

$$\frac{\partial p}{\partial V} = -\frac{p + \left(\dfrac{\partial E}{\partial V}\right)_p}{(\partial E/\partial p)_V}; \quad \frac{\partial T}{\partial V} = -\frac{T}{(\partial E/\partial p)_V} \tag{3.4}$$

или

$$\begin{aligned} E &= E_0 \exp\{-\int_{V_0}^{V} \gamma\,(V, E)\, d\ln V\}; \\ T &= T_0 \frac{pV}{p_0 V_0} \exp\left\{-\int_{V_0}^{V} \left(\frac{\partial \ln \gamma\,(E, V)}{\partial \ln V}\right) d\ln V\right\}. \end{aligned} \tag{3.5}$$

Уравнения (3.3)–(3.5) дополняются граничными условиями: температура задается в области малых плотностей, где возможен ее надежный теоретический расчет (цезиевая плазма, § 3.2) либо она известна из эксперимента [22].

Необходимые для расчета правых частей (3.4), (3.5) зависимости $E(p, V)$ или $\gamma(p, V)$ определялись по экспериментальным данным в форме степенных полиномов и дробно-рациональных функций. Определение точности полученного решения в зависимости от экспериментальных погрешностей и погрешностей в начальных данных осуществлялось методом Монте-Карло путем численного моделирования вероятностной структуры процесса измерения [23].

Данный метод свободен от ограничивающих предположений о свойствах, характере и фазовом составе исследуемой среды, так как использует первые принципы механики сплошной среды (3.1), (3.2) и основное термодинамическое тождество (3.3). Эта термодинамическая

универсальность дала возможность построить по единой методике уравнения состояния широкого спектра конденсированных сред, а также применить его для описания фазовых превращений [24]. Особенно эффективным метод оказался для изучения термодинамики неидеальной плазмы цезия на основе экспериментов по ударному [19, 25] и адиабатическому [20] сжатию насыщенных паров.

§ 3.2. Динамическое сжатие плазмы цезия

Цезий обладает наименьшим для практически доступных атомов потенциалом ионизации 3,89 эВ, что позволяет получать высокую концентрацию зарядов n_e при умеренных температурах, обеспечивая тем самым высокие значения параметра неидеальности при относительно невысоких энерговкладах экспериментальных установок. Поэтому этот химический элемент наиболее популярен в экспериментах с неидеальной плазмой. Его фазовая диаграмма с доступными для различных методик областями параметров представлена на рис. 3.2. Динамическая генерация цезиевой плазмы осуществлялась адиабатическим (состояния 4) и ударным сжатием насыщенных паров во фронте прямой 6 и отраженной 7 ударных волн.

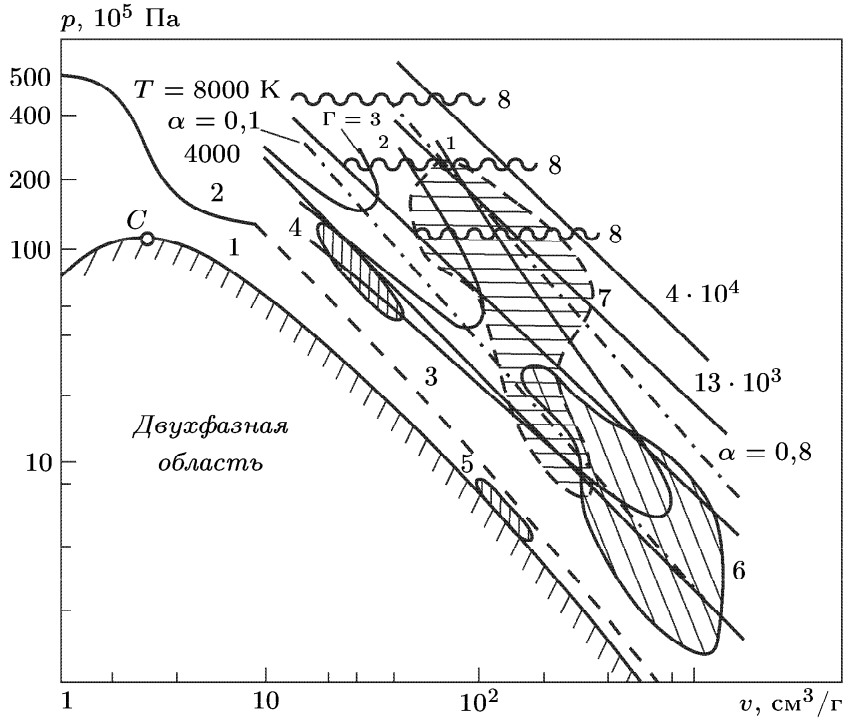


Рис. 3.2. Фазовая диаграмма цезия: 1 — кривая насыщения, статические эксперименты (см. гл. 4); 2, 3 — область статических экспериментов; 4 — область изоэнтропического сжатия [20, 26] из начальных состояний 5; сжатие прямой 6 и отраженной 7 ударными волнами; 8 — электрический взрыв; α — степень ионизации; Г — степень неидеальности

Опыты по динамическому сжатию цезиевых паров выполнены на пневматической диафрагменной ударной трубе [19, 25], схема которой приведена на рис. 3.3. В целях получения высоких начальных давлений насыщенных паров установка длиной 4 м и внутренним диаметром 4,5 см нагревалась до температуры 700 °C. Столь высокая температура наряду со значительной агрессивностью и химической активностью цезия определяли основные сложности такого эксперимента. Ионизующая ударная волна возникала при расширении в цезиевый насыщенный пар гелия, аргона или их смесей, предварительно сжатых до давления $\sim 0{,}1$ ГПа. Дополнительное увеличение параметров ударно-сжатой плазмы осуществлялось путем использования отраженных от торца трубы ударных волн.

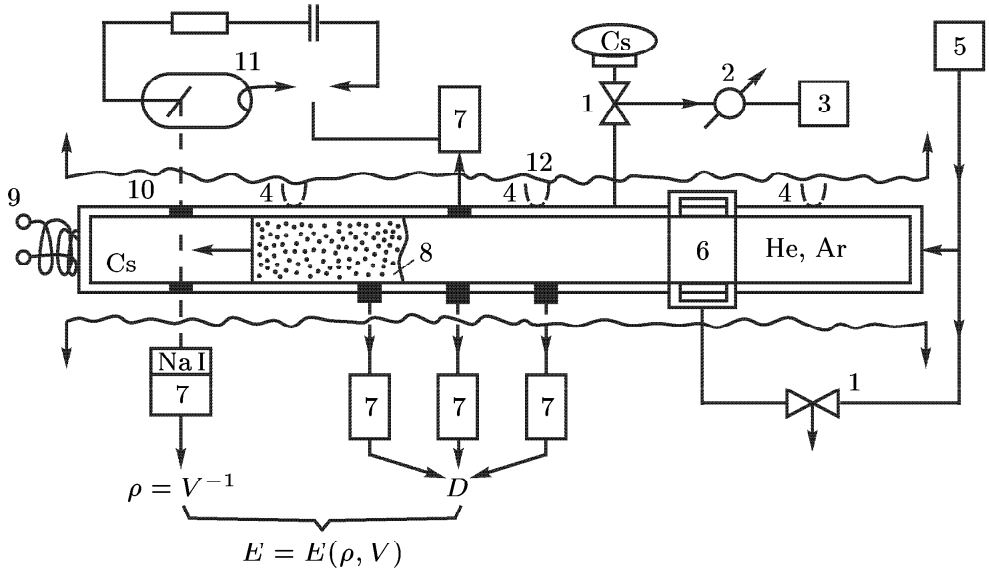


Рис. 3.3. Схема подогреваемой ударной трубы [19, 25]: 1 — пневмокраны; 2 — система измерения начального давления; 3 — объем с жидким цезием; 4 — термопары; 5 — толкающий газ; 6 — блок диафрагмы; 7 — фотоумножители; 8 — ударно-сжатая плазма; 9 — катушка измерения коэффициента электропроводности; 10 — бериллиевые окна; 11 — рентгеновская трубка; 12 — электрообогреватель

В соответствии с динамическим подходом в каждом опыте осуществлялась независимая регистрация двух механических параметров, характеризующих ударное сжатие. Оптический и рентгеновский [19] базисные методы применялись для определения скорости фронта ударной волны (погрешность около 1%) и контроля стационарности течения ударно-сжатой плазмы. Регистрация плотности плазмы осуществлялась методом импульсной рентгенографии, основанным на измерении ослабления плазмой «мягкого» рентгеновского излучения. Длина волны этого излучения выбиралась из соображений максимальной чувствительности и минимальной статистической погрешности

измерительной схемы и составляла $(0{,}2\text{–}0{,}5) \cdot 10^{-8}$ см. Полученные рентгенограммы свидетельствуют об отсутствии заметной конденсации ударно-сжатого цезия и позволяют определить плотность плазмы с погрешностью 5–10%, что подтверждалось рентгенографированием надежно рассчитываемых ударных волн в ксеноне [25].

Эксперименты по ударному сжатию цезия проводились в оптимальной, с точки зрения эффектов неидеальности, области параметров: при начальных давлениях $(0{,}04\text{–}0{,}5) \cdot 10^5$ Па и скоростях ударных волн $(0{,}8\text{–}3) \cdot 10^5$ см·с$^{-1}$. Эта область соответствует значительной части фазовой диаграммы (см. рис. 3.2): $p \sim (1{,}4\text{–}200) \cdot 10^5$ Па, $T \sim 2600\text{–}20000$ K, $n_e \sim 5 \cdot 10^{15}\text{—}5 \cdot 10^{19}$ см$^{-3}$, где кулоновская неидеальность максимальна ($\Gamma = 0{,}2\text{–}2{,}2$). Существенно, что на диаграмме рис. 3.2 области параметров за падающей и отраженной ударными волнами частично перекрываются и в нижней своей части соответствуют идеальной плазме. Это позволяет в полной мере использовать метод расчета температуры по (3.3), так как характеристики (3.4), (3.5) этого уравнения (изоэнтропы, рис. 3.1) целиком лежат в области, перекрытой экспериментом, включая область слабоионизованной плазмы $V = 1600$ см^3·г$^{-1}$, где задаются начальные данные для уравнений (3.3)–(3.5). Надежное вычисление входящих в (3.3)–(3.5) производных возможно в случае, если массив экспериментальных точек достаточно широк по переменным p и V, что заставляет при проведении экспериментов выходить за пределы оптимальных условий (рис. 3.2).

Статическая электропроводность ударно-сжатой плазмы цезия измерялась индукционным методом (погрешность 20–40%) по схеме параллельного колебательного контура [27] на частотах 0,2–2 МГц. Катушка индуктивности в виде плоской спирали помещалась в торец ударной трубы (рис. 3.3) и изменяла свою индуктивность под влиянием плазмы, образующейся за фронтом отраженной ударной волны. В условиях этих опытов ($10 \lesssim p \lesssim 150 \cdot 10^5$ Па, $4000 \lesssim T \lesssim 25000$ K) малы эффекты непарности взаимодействия и корреляции атомов, а также кластерные эффекты, что позволяет выделить кулоновскую компоненту удельной электропроводности и сопоставить ее с плазменными теориями (см. рис. 7.5).

В том случае, когда наибольший интерес представляет слабоионизированная плазма с сильным взаимодействием зарядов с нейтральными частицами, эффективным является метод адиабатического сжатия. В этом методе отсутствуют эффекты необратимости, и поэтому удается получить пониженные по сравнению с ударно-волновым методом температуры и высокие плотности вещества [20, 26, 28, 29]. Соответствующие установки были разработаны в 40-х годах [29] и позволили провести уникальные измерения характеристик сверхплотных газов при температурах до $9 \cdot 10^3$ K и давлениях до 0,1 ГПа. Применение этих методов в физике неидеальной плазмы потребовало существенного изменения принципиальных схем устройств адиабатического сжатия.

В двухступенчатой адиабатической трубе сжатие цезия осуществляется [20] разгруженным легким поршнем, перемещающимся в подогреваемой до 1000 °C камере. В этой установке утечка цезия через легкий поршень помешала реализовать основное преимущество адиабатического метода — высокие степени сжатия, которые не превосходили 6, что близко к характерным для ударных волн значениям. Этого недостатка удалось избежать в одноступенчатой трубе [26] с тяжелым поршнем 7, имеющим развитую поверхность уплотнения (рис. 3.4).

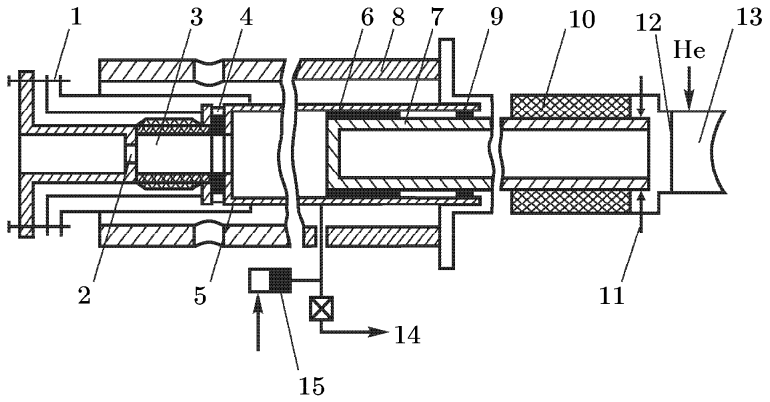


Рис. 3.4. Схема установки для адиабатического сжатия цезия [26]: 1 — регулировка уплотнения; 2 — фольга; 3 — датчик проводимости; 4 — бериллий; 5 — ствол; 6 — медная насадка; 7 — поршень; 8 — обогреватель; 9 — тефлон; 10 — датчик перемещения; 11 — контакты для запуска приборов; 12 — мембрана; 13 — толкающий газ; 14 — откачка; 15 — жидкий газ

Плотность сжатой плазмы измерялась с помощью «мягкого» рентгеновского излучения, электропроводность — индукционным методом, а для регистрации давления использовался крешерный метод. В экспериментах на этой установке были проведены измерения электропроводности плазмы при степени сжатия ~ 25, что соответствует давлениям до 33 МПа и температурам 4900–6100 K.

§ 3.3. Сжатие инертных газов мощными ударными волнами

Анализ экспериментов с цезием (см. § 3.2) выявил значительный вклад связанных состояний в термодинамику плотной плазмы (см. гл. 5), что сделало необходимым расширение исследуемой области параметров и переход к экспериментам с другими химическими элементами. Такая задача потребовала существенного увеличения интенсивности ударных волн и использования для их генерации новых высокоэнтальпийных рабочих тел.

В работах [30, 31] для генерации плазмы аргона, ксенона и воздуха использовалась ударная труба, в которой осуществлялось увеличение

энтальпии толкающего газа разрядом батареи конденсаторов с энергией около 60 кДж. Поскольку выбранный способ генерации позволяет получить слабонеидеальную плазму ($\Gamma \leqslant 0{,}2$) при умеренном давлении в нсколько мсгапаскалсй, в этих эксперимснтах были зафиксированы лишь первые проявления плазменной неидеальности.

Существенно более высокие параметры удается получить с использованием мощных конденсированных ВВ ввиду их высокой удельной энергоемкости и быстроты детонационного превращения ($\sim 10^{-7}$ с), позволивших создать установки высокой мощности ($\sim 10^{10}$–10^{12} Вт). В работе [32] взрывная техника была впервые применена непосредственно для фиксации ударной адиабаты газообразного аргона. Похожая техника затем использовалась в [33] для регистрации ударных адиабат воздуха атмосферного давления с последующим определением на этой основе энергии диссоциации азота. В серии последующих работ взрывные ударные волны в инертных газах и воздухе применялись как источник интенсивного оптического излучения для высокоскоростной фотографии, накачки лазеров, возбуждения детонации, изучения воздействия излучения на вещество, в спектроскопических исследованиях и т. п. [34]. Ввиду того, что начальное давление газа в этих устройствах не превосходило 10^5 Па, эффекты неидеальности в такой плазме не успевали заметно проявляться, да и не являлись предметом исследований.

Специальные эксперименты по изучению влияния неидеальности на физические свойства взрывной плазмы были поставлены в начале 70-х годов. В качестве объекта исследования в этих работах выбраны инертные газы, ввиду того что отсутствие потерь энергии на диссоциацию и большая атомная масса повышают эффективность разогрева во фронте ударной волны. Отсутствие сложных молекулярных и ионно-молекулярных образований и детальная изученность элементарных процессов существенно облегчают интерпретацию результатов измерений.

Для оценки оптимальных условий экспериментов и выбора принципиальных схем генераторов плазмы были выполнены компьютерные расчеты [35] теплофизических и газодинамических характеристик ударных волн в плотных инертных газах. Выяснилось, что оптимальные значения параметра неидеальности достигаются при скоростях движения ударных волн в аргоне $D \sim 9 \cdot 10^5$ см·с$^{-1}$ и в ксеноне $D \sim 5 \cdot 10^5$ см·с$^{-1}$. При этом увеличение D приводит к перегреву и росту кратности ионизации плазмы, а увеличение начального давления — к ее вырождению. Существенно, что оптимальные условия могут быть реализованы в простой линейной схеме возбуждения ударных волн, а для получения сильноразогретой многократно ионизованной плазмы необходимо использовать отраженные ударные волны либо эффекты геометрической кумуляции.

Во взрывной линейной ударной трубе (рис. 3.5) [36–39] ионизирующая ударная волна образуется при расширении в исследуемый газ продуктов детонации гексогена (конденсированного ВВ с удельной энергоемкостью $\sim 10^4$ Дж·см$^{-3}$), имеющего после завершения реакции детонационного превращения высокие динамические характеристики: $p \sim 37$ ГПа, $T \sim 5 \cdot 10^3$ К, $\rho \sim 2{,}3$ г·см$^{-3}$. Дополнительное, по сравнению с обычными ударными трубами, увеличение энтальпии толкающего газа вызвано тем обстоятельством, что распад разрыва давления происходит в системе координат, движущейся со скоростью $2{,}1 \cdot 10^5$ см·с$^{-1}$. Применение специальным образом профилированной детонационной линзы и выбор соответствующих размеров активного заряда ВВ обеспечивали одномерность и стационарность параметров детонационного фронта при его выходе из ВВ в исследуемый газ. Полное энерговыделение в каждом эксперименте составляло $\sim 3 \cdot 10^6$ Дж при мощности $\sim 10^{11}$ Вт, что приводило, разумеется, к уничтожению всего устройства и необходимости работы в специально защищенных помещениях с соблюдением соответствующих мер безопасности. Результаты фотографических, электрофизических и рентгенографических измерений показали одномерность и квазистационарность течения плазмы, что осуществлялось инерционным удержанием ударно-сжатой плазмы массивными стенками канала ударной трубы.

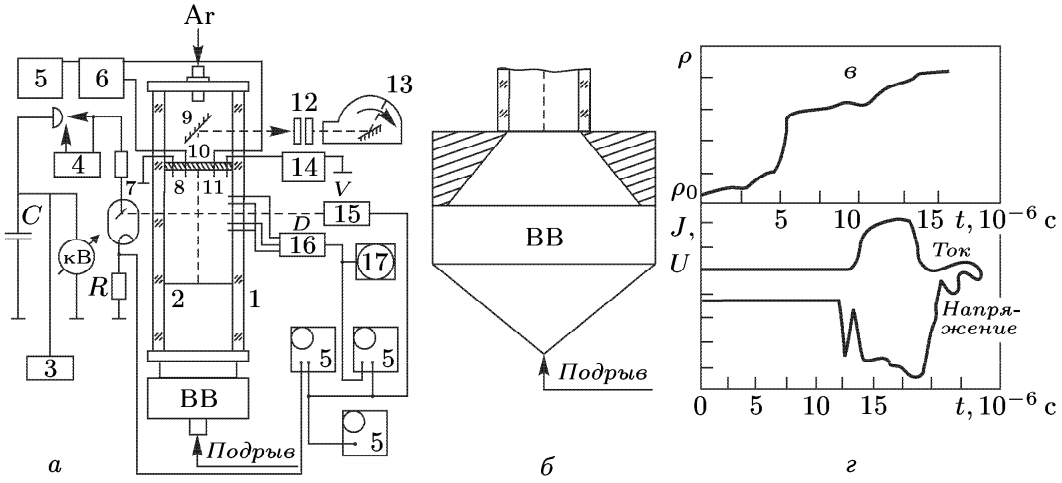


Рис. 3.5. Схема экспериментов на взрывном генераторе неидеальной плазмы: *а* — диагностика; *б* — кумулятивный заряд; *в* — рентгенограмма плотности плазмы; *г* — осциллограмма тока и напряжения; 1 — канал генератора; 2 — заряд ВВ; 3 — питание рентгеновской трубки; 4 — блок ее управления; 5 — осциллографы; 6 — дифференциальный усилитель; 7 — рентгеновская трубка; 8 — потенциальные и токовые зонды для регистрации удельной электропроводности; 9 — зеркало; 10 — преграда из оргстекла; 11 — зонды для измерения скорости фронта ударной волны; 12 — фильтры и ослабитель; 13 — скоростная кинокамера; 14 — источник постоянного тока; 15 — ФЭУ с осциллятором; 16 — питание электроконтактов; 17 — осциллограф регистрации скорости

Взрывная ударная труба (рис. 3.5) была оснащена полным комплексом независимых термодинамических и электрофизических измерений. Скорость фронта ударной волны измерялась [37] оптическим и электроконтактным базисным методами с помощью скоростных кинокамер и ионизационных датчиков с погрешностью около 1,5%. В пределах этой погрешности фронт изоляции совпадал с фронтом свечения ударной волны и положением гидродинамического скачка уплотнения.

Плотность ударно-сжатой аргоновой плазмы регистрировалась с погрешностью около 8% методом импульсной рентгенографии (см. § 3.2), обладающим высоким временным ($\sim 10^{-7}$ с) и пространственным (около 2 мм) разрешением и не вносящим возмущение в поток плазмы.

Ввиду прозрачности плазмы перед фронтом ударной волны и малых размеров вязкого скачка уплотнения тепловое излучение имеет возможность беспрепятственно выходить из плазменного объема и дает экспериментальную информацию о равновесной температуре и коэффициентах поглощения ударно-сжатой плазмы [34, 40]. Интенсивность этого излучения при яркостном методе (погрешность 5–10%) регистрации температуры определялась [37, 41] фотометрическим сравнением разверток во времени свечения ударно-сжатой плазмы и эталонных источников света — лампы-вспышки с яркостной температурой (8600 ± 200) K, импульсного капиллярного источника света с $T = (39700 \pm 700)$ K и ударной волны в воздухе с $T = (11800 \pm 600)$ K.

В специальной серии методических экспериментов, а также оценками показано отсутствие в условиях эксперимента эффекта самоэкранирования ввиду прогрева газа УФ-излучением плазмы. По данным [34], этот эффект становится заметным для аргона ($p_0 = 10^5$ Па) начиная с $D \gtrsim 15$ км·с$^{-1}$, а ксенона — с $D \gtrsim 8$ км·с$^{-1}$ и падает с ростом начального давления газа.

Регистрация скорости фронта и плотности позволяет в соответствии с законами сохранения (3.1) найти уравнение состояния неидеальной плазмы $E = E(p, v)$, которое совместно с измеренной $T = T(p, v)$ представляет собой термодинамически полную информацию о плазме аргона при $p \sim (1{,}6\text{–}5{,}8) \cdot 10^8$ Па, $T \sim (15{,}5\text{–}23) \cdot 10^3$ K, $\Gamma \sim 1{,}3\text{–}2{,}2$, $n_e \sim (1{,}5\text{–}3{,}5) \cdot 10^{20}$ см$^{-3}$.

Электропроводность является существенной характеристикой плазмы, несущей ценную информацию о ее структуре и элементарных процессах. Ввиду высокого уровня электропроводности ее измерение [38, 39, 42, 43] осуществлялось зондовым методом (см. рис. 3.5), обладающим высоким пространственным разрешением и относительной простотой реализации в условиях однократного динамического эксперимента. Характерные осциллограммы транспортного тока и напряжения представлены на рис. 3.5, где хорошо видна «пробка» ударно-сжатой плазмы.

Экстремально высокие плотности плазмы были получены двукратным сжатием околокритических состояний ксенона в прямой и отраженной ударных волнах [39]. Для этого на расстоянии 7 см от среза заряда ВВ (рис. 3.5) помещалась преграда из оргстекла, взаимодействие с которой плазменного сгустка создавало отраженную ударную волну, дополнительно сжимающую и разогревающую плазму ксенона. При этом в преграде возникала ударная волна, фиксация скорости которой позволяла определять давление, плотность, и энтальпию ксенона после его двукратного сжатия — точка 10 на рис. 3.6.

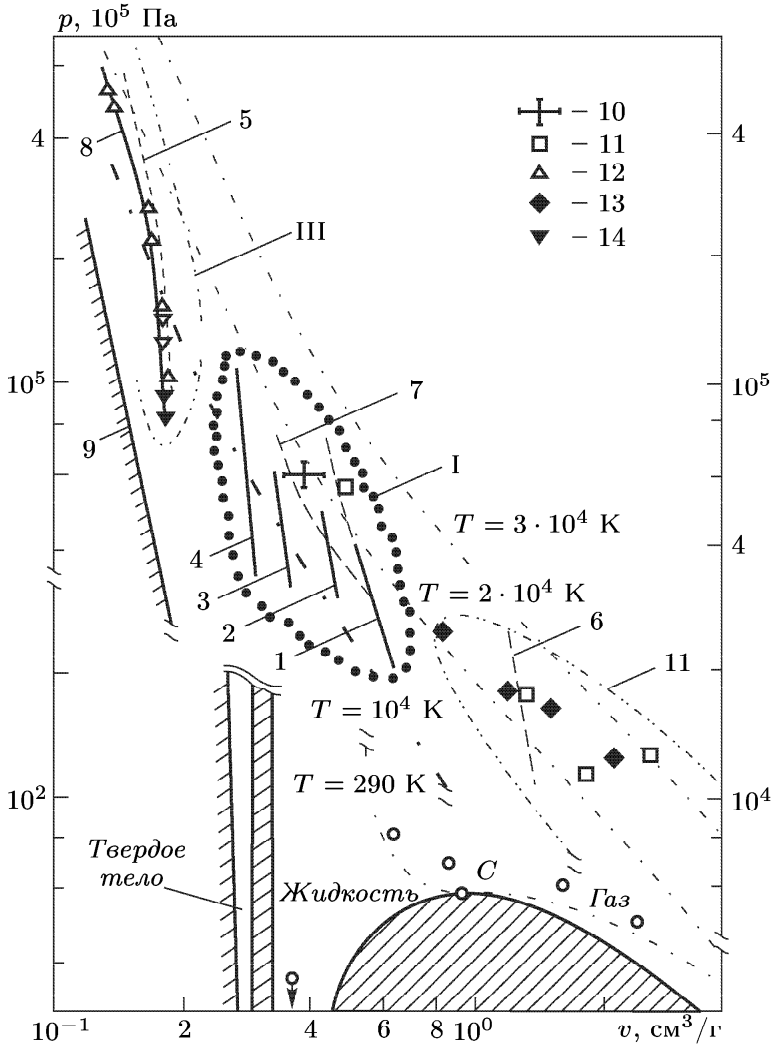


Рис. 3.6. Фазовая диаграмма ксенона. I — опыты с отраженными и II — падающими ударными волнами, III — ударное сжатие жидкого ксенона. Расчетные адиабаты: 1 — $p_0 = 5 \cdot 10^6$ Па; 2 — $p_0 = 6 \cdot 10^6$ Па; 3 — $p_0 = 7 \cdot 10^6$ Па; 4 — $p_0 = 8 \cdot 10^6$ Па; 5 — $p_0 = 2{,}8 \cdot 10^5$ Па; $T_0 = 165$ К; 6 — $p_0 = 2 \cdot 10^5$ Па; 7 — ударная адиабата вторичного сжатия [39]; 8 — расчет по зонной модели [47]; 9 — изотерма $T = 0$ К. Данные термодинамических измерений: 10 — метод отражений [39]; 11 — [45]; 12 — [47, 48]. Данные измерения удельной электропроводности: 13 — [38]; 14 — [48]

В результате экспериментов были получены данные по электропроводности плазмы ксенона [39] в сильно закритических условиях, $\rho \sim 1$–4 г·см$^{-3}$ ($\rho_c \sim 1{,}1$ г·см$^{-3}$), при высоких давлениях и температурах: $p \sim (2$–$11)$ ГПа, $T \sim (1$–$2) \cdot 10^4$ K, где реализуется широкий спектр сильных межчастичных взаимодействий с участием нейтральных и заряженных частиц. Исследованная область параметров I на рис. 3.6 простирается от состояний пониженной плотности II, где термодинамические и электрофизические свойства вещества описываются плазменными моделями, и непосредственно примыкает к полученной динамическим сжатием жидкого ксенона области III твердотельных плотностей, описываемых зонной теорией твердых тел.

Стремление получить плазму с высокими параметрами неидеальности заставляет проводить эксперименты при относительно невысоких температурах $T \sim 20000$ K, где плазма, как правило, ионизована не полностью [20, 25, 37, 40]. Вместе с тем изучение многократно ионизованной неидеальной плазмы представляет значительный интерес, позволяя исследовать чисто кулоновские эффекты в сильноразогретой среде.

Использование отраженных ударных волн дало возможность при пониженных начальных давлениях продвинуться в область многократной ионизации и получить плазму при температурах, больших 20000 K [42, 43]. Этой же цели служат кумулятивные взрывные трубы [42, 43], действие которых основано на увеличении параметров толкающего газа при его центростремительном движении [44] в конической камере (рис. 3.5) с углами раствора 60–120°. Таким образом, были получены скорости ударных волн в ксеноне 8–15 км·с$^{-1}$ при начальных давлениях до 1 МПа. Это соответствует экстремально высоким $(3$–$10) \cdot 10^4$ K разогревам неидеальной ($\Gamma \sim 2$) плазмы. Оставляя интерпретацию этих данных до гл. 5, отметим, что в данных условиях существенным является рассеяние тепловых электронов на внутренних оболочках ионов.

Для измерений термодинамических и оптических характеристик плазмы при более высоких по сравнению с ударными трубами давлениях применялись линейные взрывные генераторы прямоугольных ударных волн (рис. 3.7) различной интенсивности [45, 46] и длительности. В этих установках ионизирующая ударная волна возникала при расширении в исследуемые газы (аргон, ксенон) металлических или полимерных мишеней, предварительно ударно-сжатых до давлений порядка 0,1 ТПа. Возбуждение мощных ударных волн в мишенях осуществлялось линейными взрывными метательными устройствами [1, 2], действие которых основано на ускорении продуктами детонации плоских металлических ударников до скоростей 2–6 км·с$^{-1}$. Характерные энерговыделения в этих опытах составляли $(2$–$30) \cdot 10^6$ Дж, при мощности около 10^{11} Вт.

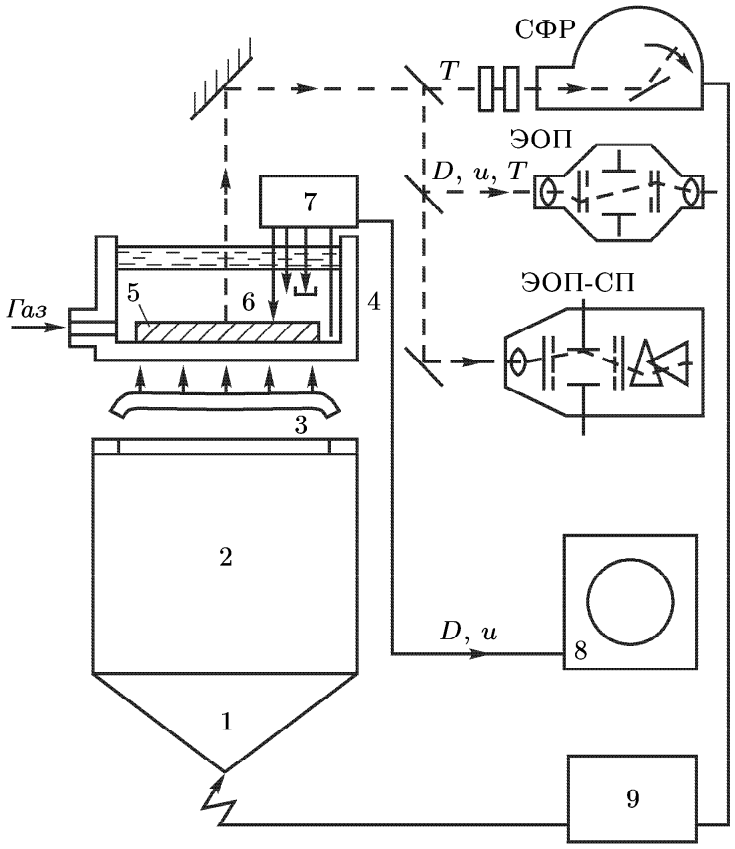


Рис. 3.7. Схема экспериментов по взрывному сжатию плазмы инертных газов: 1 — детонационная линза; 2 — заряд ВВ; 3 — металлический ударник; 4 — экспериментальная сборка; 5 — мишень; 6 — исследуемый газ; 7 — электроконтакты и блок формирования импульсов; 8 — осциллографы; 9 — блок синхронизации и подрыва

В соответствии с динамическим подходом, в опытах на этих генераторах электроконтактным и оптическим базисным методами выполнялась [45, 46] совместная независимая регистрация двух кинематических параметров — скорости фронта D и массовой скорости движения плазмы u. Открытые электроконтактные датчики регистрировали на осциллографах скорость фронта D с погрешностью около 1%. Измерение массовой скорости (погрешность 1,5–2%) осуществлялось закрытыми датчиками специальной конструкции, не реагирующими на ударную волну в плазме и срабатывающими в момент прихода тяжелой контактной поверхности раздела плазмы с мишенью. Система датчиков располагалась таким образом, чтобы учесть возможный перекос ударной волны и контролировать параметры задающего импульса давления от разогнанного продуктами детонации ударника. При оптической методике регистрации на заданном расстоянии от мишени устанавливалась преграда из оргстекла (рис. 3.7), через которую при помощи скоростных кинокамер или электронно-оптических преобразователей (ЭОП) фиксировалось излучение ударно-сжатой плазмы.

При выходе ударной волны из мишени в исследуемый газ, возникает свечение, которое усиливается в момент отражения ударной волны от преграды (что определяет D) и пропадает в момент прихода к мишени тяжелой контактной поверхности (фиксации u). В ряде экспериментов совместно с параметрами ударного сжатия яркостным методом регистрировалась температура ударно-сжатой плазмы. Применение скоростных многоканальных спектрометров (ЭОП-СП), снабженных ЭОП и цифровой системой регистрации, давало возможность регистрировать эмиссионный спектр ударно-сжатой плазмы и анализировать сдвиг и уширение ее спектральных линий.

Результаты фиксации ударных адиабат аргона и ксенона в кинематических переменных представлены на рис. 3.8, где хорошо видна взаимная согласованность данных, полученных оптическими, электроконтактными и рентгеновскими методами на взрывных ударных трубах и генераторах прямоугольных волн, использующих мишени из металлов, полимеров и конденсированных ВВ. Полученные результаты по уравнению состояния неидеальной плазмы аргона и ксенона относятся к широкому диапазону параметров (рис. 3.6, 3.9): $p \sim (0{,}3\text{–}40) \times \times 10^8$ Па, $T \sim (5{,}2\text{–}60) \cdot 10^3$ К, $n_e \sim 10^{14}\text{–}3 \cdot 10^{21}$ см$^{-3}$, где реализуется развитая ионизация, $\alpha \sim 3$, и сильное кулоновское взаимодействие: $\Gamma \sim 10^{-2}\text{–}5{,}2$.

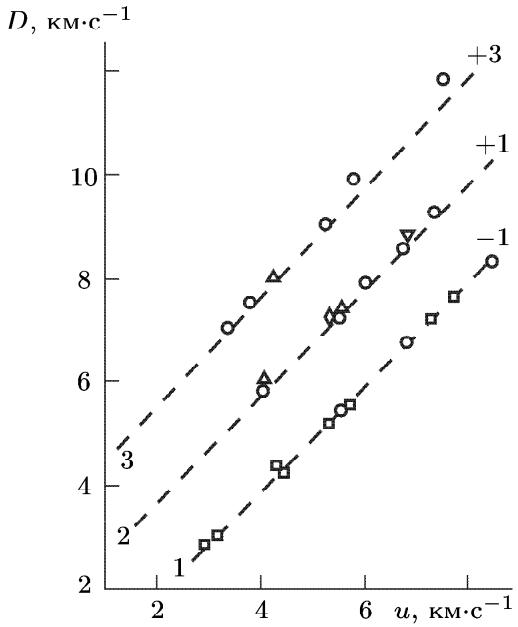


Рис. 3.8. Ударные адиабаты аргона и ксенона: 1 — $p_0 = 0{,}78 \cdot 10^5$ Па; 2 — $p_0 = 5 \cdot 10^5$ Па; 3 — $p_0 = 10^6$ Па; измерения различными методами: ▫ — оптика [32]; △ — электроконтакты [45]; ◊ — ренгеновские методы [37]; ▽ — оптика [42]; ○ — электроконтакты и оптика [46]; штриховая кривая — расчет [35]. Цифры справа — сдвиги каждого графика по скорости фронта D, км·с$^{-1}$; u — массовая скорость

Интересно, что в этих опытах изучено уравнение состояния плазмы с плотностью $\rho \sim 1{,}3$ г·см$^{-3}$, которая превосходит критическую плотность ксенона. В этих условиях взаимодействие оказывается настолько сильным, что вызывает заметный сдвиг и деформацию энергетических уровней в плазме.

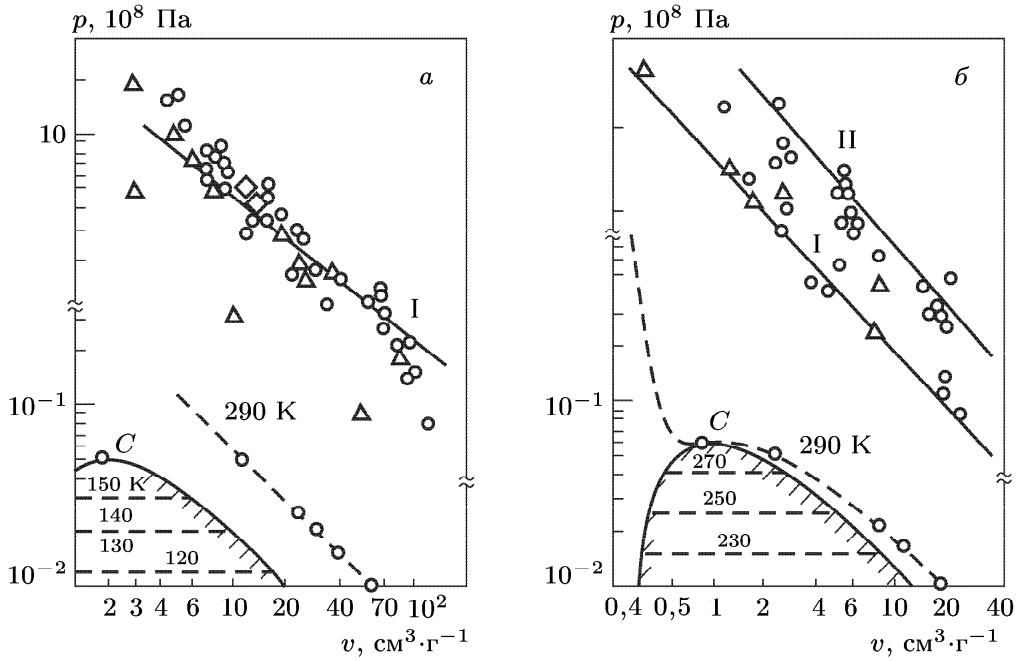


Рис. 3.9. Фазовая диаграмма аргона (*а*) и ксенона (*б*): штриховой линией отмечены границы двухфазовой области; C — критическая точка; штриховые кривые — изотермы исходных состояний; I и II — границы одно- и двукратной ионизаций; точки — результаты динамических экспериментов (см. рис. 3.8)

Изучению уравнения состояния плазмы аргона и ксенона твердотельных плотностей посвящены работы [47–49], где для ударно-волнового сжатия использована легкогазовая баллистическая установка [50]. В двухступенчатой легкогазовой «пушке» (рис. 3.10) образующиеся при сгорании заряда пороховые газы разгоняют тяжелый поршень, который при своем движении в камере длиной 10 м и внутренним диаметром 90 мм сжимает водород. После разрыва диафрагмы расширяющийся водород ускоряет легкий ударник диаметром 28 мм в разгонном вакуумированном канале длиной 9 м. Таким образом, осуществляется высокосимметричное «плавное» и безнагревное ускорение ударника массой $\sim$ 20 г до скоростей 7–8 км·с$^{-1}$, несколько больших, чем можно получить при плоском метании на взрывных устройствах типа, изображенного на рис. 3.7. Удар разогнанных таким образом ударников генерирует в жидких аргоне и ксеноне, а также в алюминиевых экранах, ограничивающих эти жидкости, плоские стационарные ударные волны, скорости движения которых

фиксировались системой электроконтактных датчиков, обладающих временным разрешением в сотни пикосекунд. Используя эти измерения с привлечением закономерностей распада разрыва на границе раздела экран — плазма, а также законов сохранения (3.1), авторы [47–49] получили уравнения состояния сильносжатой плазмы аргона и ксенона при давлениях до 0,13 ТПа и максимальных температурах до 30 000 К ($n_e \sim 5{,}7 \cdot 10^{22}$ см$^{-3}$). В этих условиях сильного сжатия (максимальная концентрация ядер $\sim 5{,}7 \cdot 10^{22}$ см$^{-3}$) наблюдается отчетливая деформация электронного энергетического спектра плазмы. При этом значительное количество электронов находится в термически возбужденном состоянии, а в целом сильносжатая плазма обладает «полупроводниковыми свойствами» [48].

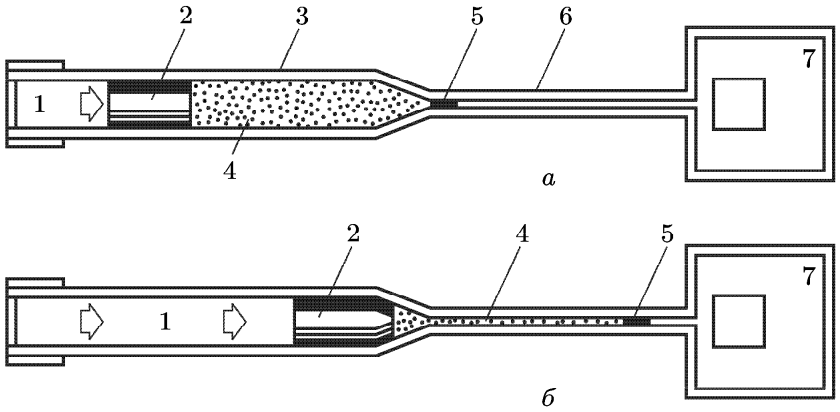


Рис. 3.10. Схема двухступенчатой баллистической установки [50]: *а* — до опыта; *б* — во время опыта; 1 — пороховые газы; 2 — тяжелый поршень; 3 — камера высокого давления; 4 — водород; 5 — ударник; 6 — разгонный канал; 7 — исследуемая мишень

Интересные результаты по теплофизике неидеальной плазмы аргона и ксенона получены на установке адиабатического сжатия [51]. Исследуемый газ начального давления ~ 2000 Па сжимался тяжелым поршнем (массой 4,9 кг) в стальном канале длиной 7,5 м и диаметром 150 мм. Давление адиабатического сжатия фиксировалось пьезоэлектрическим датчиком, а положение поршня позволяло найти степень сжатия. Кроме того, оптическим методом регистрировалось тепловое излучение плазмы, что давало информацию об эмиссионных спектрах и равновесной температуре. Зондовые методы использовались для фиксации электропроводности плотной плазмы. Эта уникальная установка позволила получить меньшие (по сравнению с ударно-волновыми генераторами) температуры разогрева плазмы $T \sim 14000$ К при высоких давлениях p до 14,5 ГПа и концентрациях электронов n_e до 10^{20} см$^{-3}$. Это заметно расширило доступную для эксперимента область фазовой диаграммы неидеальной плазмы и дало возможность проверить применимость асимптотических теорий.

Оптические свойства представляют значительный интерес для физики плазмы, позволяя проследить влияние неидеальности на динамику и энергетический спектр электронов в плотной неупорядоченной среде. Коэффициент поглощения κ_ν плазмы измерялся при регистрации нарастания во времени интенсивности оптического излучения, выходящего из плоского слоя плазмы, заключенного между фронтом ударной волны и контактной поверхностью [40, 52]. Ввиду малого времени фотонной релаксации по сравнению с характерным газодинамическим временем, спектральная интенсивность излучения такого слоя $J_\nu(t)$ в квазистационарном приближении [53] имеет вид

$$J_\nu(t) = J_\nu^0(1 - \exp\{-\kappa'_\nu(D - u)\,t\}),$$

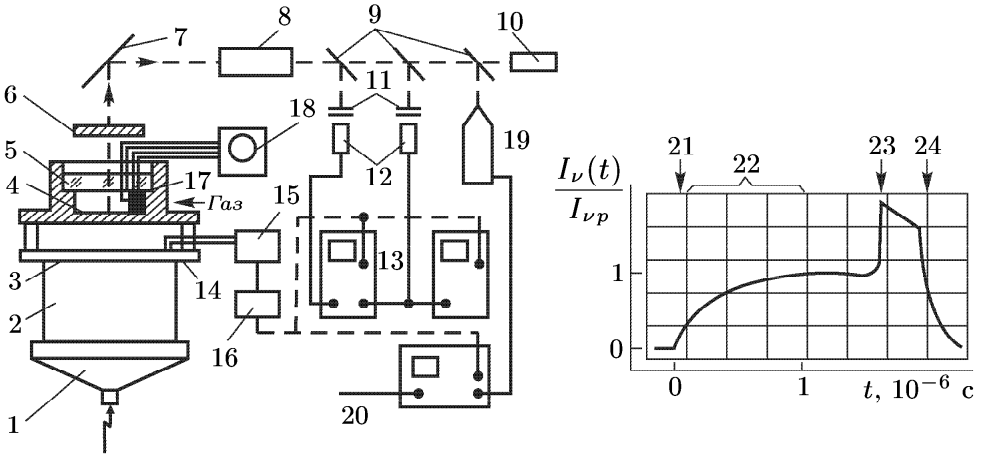
где $J_\nu^0 = J_\nu(\infty)$ — планковская интенсивность излучения; $\kappa'_\nu = \kappa_\nu(1 - e^{-h\nu/kT})$ — исправленный на вынужденное излучение коэффициент поглощения; D, u — скорости движения передних и задних границ излучающего слоя. Эта методика требует обеспечение условий одномерности и стационарности течения плазмы в зоне регистрации, что позволяет при интерпретации измерений использовать простую зависимость (3.6) вместо решения интегро-дифференциального уравнения переноса излучения. В экспериментах [52] эти условия контролировались электроконтактными и оптическими измерениями, а также газодинамическим расчетом.

Схема установки, использующей взрывные метательные устройства, изображена на рис. 3.11. Выходящее из плазмы световое излучение при помощи световолоконных линий, зеркал и оптической системы разводится на поляризационные фильтры и фотоумножители с записью соответствующих сигналов на скоростные осциллографы. Это же излучение подается на вход скоростного спектрометра, снабженного ЭОП, позволяющим проводить измерения в течение десятков наносекунд [54]. Выход ударной волны из мишени в аргон приводил к плавному нарастанию светового излучения (рис. 3.11*б*) до его насыщения в соответствии с (3.6). Всплеск яркости отмечает время (и, следовательно, скорость D) прихода фронта к прозрачной преграде. Последующая отсечка излучения вызвана разрушением преграды массивной мишенью, движущейся со скоростью u.

Отмстим, что такая постановка опытов даст возможность получить в одном эксперименте разнообразную физическую информацию. Нарастание интенсивности $J_\nu(t)$ на начальном участке течения определяет, в соответствии с (3.6), коэффициент поглощения света, а уровень излучения на стадии насыщения $J_\nu(\infty)$ — яркостную температуру. Регистрация отражения ударной волны от преграды позволяет измерить D и u, что с учетом законов сохранения (3.1) эквивалентно прямому измерению давления, плотности и внутренней энергии.

Для выявления эффектов сжатия и облегчения интерпретации результатов газодинамические характеристики взрывных генераторов

подбирались таким образом, чтобы обеспечить приблизительное постоянство температуры ударно-сжатой плазмы, $T \sim 2 \cdot 10^4$ К. Измеренные коэффициенты поглощения света (погрешность $\sim$ 30–40%) с частотой $(5{,}17 \pm 0{,}05) \cdot 10^{14}$ с$^{-1}$ представлены на рис. 8.13, где каждая экспериментальная точка получена усреднением результатов пяти–десяти опытов при двух–трех независимых частотных регистрациях в каждом из них. Видно, что результаты измерений охватывают широкий диапазон сжатий плазмы и находятся в разумном соответствии с оценками κ_ν из [34]. Спектральные измерения были выполнены в [54] для аргоновой плазмы при $T \sim 17{,}7 \cdot 10^3$ К и до концентраций электронов $n_e \lesssim 1{,}2 \cdot 10^{19}$ см$^{-3}$, выше которых уширение спектральных линий настолько велико, что не позволяет выделить отдельные линии.



а *б*

Рис. 3.11. Схема эксперимента по регистрации оптических свойств ударно-сжатой плазмы [52]: *а* — схема измерений; *б* — оптический синтез: 1 — детонационная линза; 2 — заряд ВВ; 3 — ударник; 4 — мишень; 5 — прозрачная преграда; 6 — диафрагма; 7 — зеркало; 8 — оптическая система; 9 — полупрозрачные зеркала; 10 — юстировочный лазер; 11 — интерференционные светофильтры; 12 — фотоэлектронные умножители; 13 — осциллографы; 14 — электроконтакты измерения скорости ударной волны; 15 — схема формирования импульсов; 16 — линия задержки; 17 — электроконтакты измерения скорости ударной волны; 18 — осциллограф для измерения скорости ударной волны; 19 — скоростной спектрометр; 20 — система цифровой обработки спектра; 21 — вход ударной волны из мишени в газ; 22 — участок нарастания излучения; 23 — столкновение ударной волны с преградой; 24 — разрушение преграды материалом мишени

Данный способ регистрации κ_ν оказывается ограниченным со стороны малых плотностей плазмы конечным временем существования плазменного стационарного течения. Поэтому для регистрации малых коэффициентов поглощения были поставлены эксперименты [41] в несколько измененной редакции, с использованием взрывных ударных труб в качестве источника плазмы воздуха. Затухание ударных волн

в таких системах приводило к появлению максимума регистрируемой зависимости $J_\nu(t)$, положение которого позволяло найти в каждом опыте значение κ'_ν, а другие параметры ударного сжатия оценить на основе газодинамических данных. Полученные результаты послужили основой для оценки сечения фотораспада отрицательного иона азота.

Отражение лазерного излучения от неидеальной плазмы дает интересную информацию о физических свойствах ударно-сжатой среды, позволяя изучать ее высокочастотную проводимость в поле электромагнитной волны. Этот метод получил достаточно широкое распространение в физике металлов и полупроводников, где он используется для определения энергетического спектра, концентрации и эффективных масс носителей заряда. Особый интерес при этом представляет область резонансного взаимодействия, когда частота падающей электромагнитной волны ω_λ сравнима с плазменной частотой $\omega_\mathrm{p} \sim \sqrt{\dfrac{4\pi\, n_\mathrm{e}\, e^2}{m}}$. В этом случае условие резонанса $\omega = \omega_\mathrm{p}$ соответствует сильному отражению падающего излучения и определяет электронную концентрацию, а дисперсия кривой отражения характеризует потери энергии электронов, позволяя найти частоту электронных столкновений.

Эксперименты по измерению отражения лазерного излучения от неидеальной плазмы [44] осуществлялись с использованием взрывных генераторов прямоугольных ударных волн, принципиальная схема которых была представлена на рис. 3.11. Вариация электронной концентрации ксеноновой плазмы осуществлялась изменением начальных параметров ксенона $p_0 \sim$ 1–5,7 МПа, $\rho_0 =$ 0,06–0,8 г·см$^{-3}$, $T_0 = 270$ K. Ввиду значительного собственного теплового излучения ударно-сжатой плазмы с $T \sim 3 \cdot 10^4$ K, зондирующий импульс создавался импульсным лазером с $\tau \sim 10^{-8}$ с на алюминиевом гранате, дающем высокую спектральную температуру ($T \sim 6 \cdot 10^7$ K) и малую угловую расходимость светового потока. Лазерная система была снабжена затвором Поккельса с электронным управлением, позволяющим синхронизировать взрывную генерацию и лазерное зондирование с разницей во времени не хуже 10^{-8} с. Зондирующее излучение с помощью специальной оптической системы вводилось во взрывную камеру и после отражения от ударно-сжатого вещества подавалось на скоростные фотоумножители, снабженные интерференционными фильтрами с $\Delta\lambda \sim 0{,}02$ мкм. При диаметре фокального пятна $\sim 0{,}6$ мм удельная плотность мощности лазерного излучения на фронте ударной волны составляла $\sim (1\text{–}7) \cdot 10^5$ Вт·см$^{-2}$, что недостаточно для существенного разогрева вещества.

Коэффициент оптического отражения плазмы R определялся сравнением интенсивностей падающего и отраженного в апертуру приемной кольцевой линзы излучения. Для проверки всей методики в динамическом режиме были проведены эксперименты по фиксации R четыреххлористого углерода и кремния, сжатых ударными волнами.

Полученные значения R находятся в хорошем соответствии с выполненными ранее оптическими и электрофизическими измерениями в области перехода металл–диэлектрик. Для определения термодинамических параметров ударно-сжатой плазмы в каждом эксперименте электроконтактным базисным методом измерялась скорость движения, ударной волны в плазме и скорость подлета ударника.

Измерениями был охвачен широкий диапазон давлений $p \sim 1{,}6$–17 ГПа и плотностей плазмы $\rho \sim 0{,}5$–4 г·см$^{-3}$, значительно превосходящий плотность ксенона в критической точке. В этих условиях реализуется сильноразогретая с $T \sim 3 \cdot 10^4$ К неупорядоченная плазма со значительным кулоновским взаимодействием $\gamma \sim 2$–7. При этом рассчитанная в рамках кольцевого дебаевского приближения концентрация электронов на порядок превосходит критическое для $\lambda \sim$ $\sim 1{,}06$ мкм значение $n_c \sim 10^{21}$ см$^{-3}$, а коэффициент отражения достигает 50%, что характерно для металлов. Сделанные оценки пространственной структуры фронта ударной волны, вызванные кинетикой ионизации и лучистым теплообменом, показали, что отражение излучения определяется именно резонансными свойствами электронов плазмы, что позволяет использовать эти измерения для анализа физических свойств сильнонеидеальной плазмы.

§ 3.4. Изоэнтропическое расширение ударно-сжатых металлов

Описанная в § 3.2 и 3.3 техника ударных волн позволяет получать высокие давления и температуры в сжатых средах, в то время как область пониженных плотностей (включая кривую насыщения и окрестность критической точки металлов) оказывается недоступной для таких методов исследования. Стационарные эксперименты при нормальном давлении и температурах ниже 2500 К определяют теплоемкость, изотермическую и адиабатическую сжимаемости, а также возникающие при плавлении скачки энтропии и плотности. К настоящему времени до давлений 5 ГПа определены кривые плавления металлов и общий вид фазовой диаграммы, а до 30 ГПа — их изотермическая сжимаемость. В диапазоне давлений в несколько сот гигапаскалей свойства металлов определяются на основе абсолютных фиксаций ударной и изоэнтропической сжимаемости сплошных и пористых образцов [2, 5], а до давлений в сотни–тысячи мегапаскалей — путем сравнительных измерений [10–15,16].

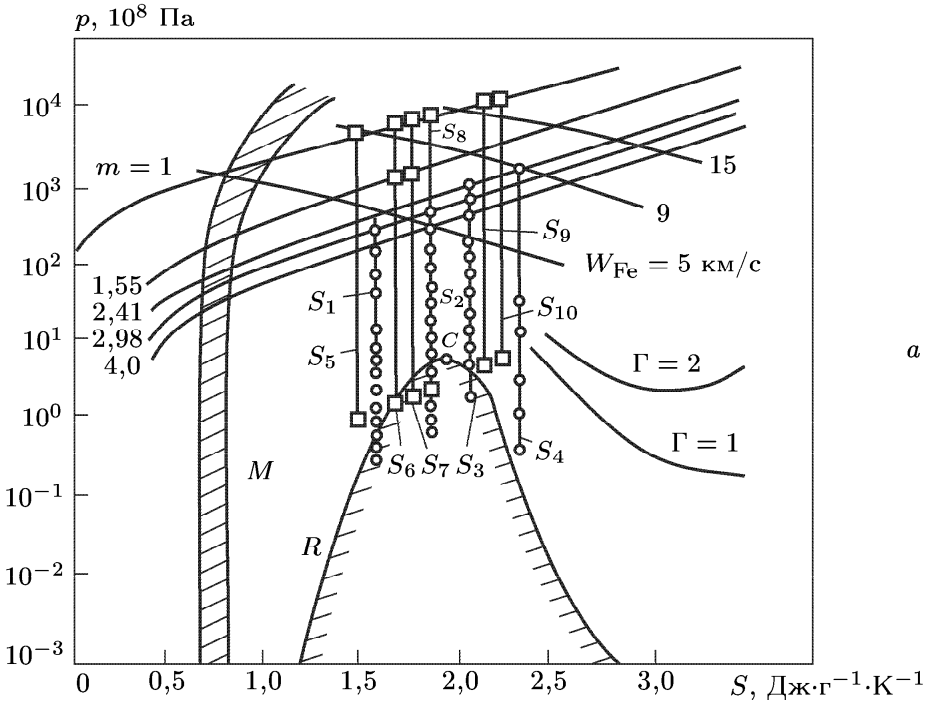
Неисследованной, таким образом, остается обширная и важная в практическом отношении часть фазовой диаграммы (см. рис. 3.1), характеризующаяся большим разнообразием и крайней сложностью описания происходящих здесь физических процессов. В этой области реализуется неидеальная по отношению к широкому спектру межчастичных взаимодействий плазма, плотная разогретая металлическая

жидкость, по мере расширения которой происходит снятие вырождения электронного компонента, его рекомбинация, переход металл–диэлектрик и высокотемпературное испарение металла в газовую или плазменную фазы. Имеющаяся сейчас информация относительно этих процессов крайне ограничена и существует в виде полуэмпирических оценок и немногих измерений. Достаточно отметить, что из более чем 80 металлов периодической системы параметры критической точки (см. приложение 1) определены экспериментально только у пяти наиболее легкокипящих [55], не говоря уже о более подробной информации о виде фазовой диаграммы металлов при высоких давлениях и температурах.

В область пониженных плотностей и высоких давлений плазмы позволяет продвинуться метод изоэнтропического расширения [56–59], основанный на генерации плотной плазмы при изоэнтропическом расширении конденсированного вещества, предварительно сжатого и необратимо разогретого во фронте ударной волны. В целях оценки возможностей динамических методов для изоэнтропической генерации неидеальной плазмы А.А. Леонтьевым и В.Е. Фортовым были проведены расчеты энерговыделений, приводящих при своем распаде к плавлению и испарению вещества в волнах разгрузки [60]. Для этих оценок необходимы сведения о критических параметрах металлов реперных точек на термодинамической поверхности вещества. Ввиду коллективизации валентных электронов, энергии связи, а следовательно, и параметры их критических точек являются в большинстве случаев чрезвычайно высокими [55], недоступными для традиционных методов теплофизического эксперимента. Исключение составляют щелочные металлы и ртуть, регистрация параметров высокотемпературного кипения которых позволяет проверить применимость для них принципа термодинамического подобия и на этой основе оценить [61] критические параметры для 80 неизученных сейчас металлов (см. приложение 1). Как следует из этих оценок, критические температуры металлов во многих случаях оказываются сравнимыми с их потенциалами ионизации, которые в плазме значительно понижены за счет сильного взаимодействия зарядов между собой и нейтральными частицами. Поэтому пары металлов находятся в термически ионизованном состоянии, а высокотемпературное испарение металлов соответствует переходу непосредственно в сильнонеидеальное плазменное состояние, минуя, в отличие от изученных сейчас элементов, область ионизованного газа. Это обстоятельство может отразиться на кинетике высокотемпературных фазовых переходов [61], а также резко исказить привычный вид фазовой диаграммы вещества, приводя к появлению дополнительных областей фазового расслоения и новых экзотических фазовых переходов (см. § 5.8).

Область плотностей промежуточных между твердым телом и идеальным газом характеризуется максимальной неопределенностью теоретических предсказаний, что не позволяет провести прямые вычисления изоэнтроп разгрузки в этих условиях. Поэтому для оценок энерговыделений, приводящих к фазовым переходам при адиабатическом расширении металлов, был использован энтропийный критерий [9], учитывающий условие изоэнтропичности течения в волне разгрузки. Этот критерий основан на сопоставлении критических и табличных энтропий фазовых превращений с энтропией конденсированной фазы металлов, где справедливы полуэмпирические уравнения состояния [63]. Наиболее подробные расчеты выполнены для Al, Ni, Cu, Pb [60], для которых имеются совершенные уравнения состояния [64] с переменной теплоемкостью, описывающие ударное сжатие сплошных и пористых образцов и имеющие высокотемпературные асимптотики идеального газа. Результаты оценок для меди и висмута приведены на рис. 3.12, а для других металлов (использовано уравнение состояния из [65]) — на рис. 3.13. Кроме того, на рис. 3.12 и в табл. 3.2 отмечены состояния, возникающие при торможении в мишени железного ударника, разогнанного до скорости $W_{\mathrm{Fe}} \sim 5$–15 км·с$^{-1}$. Результаты этих расчетов показывают, что динамические методы генерации позволяют достичь высокоэнергетических состояний металлов в широком интервале параметров вблизи линии равновесия жидкость–пар. Однако для достижения закритических условий в волне разгрузки требуются генераторы ударных волн чрезвычайно высокой интенсивности, лежащие на грани энергетических возможностей химических ВВ [2]. Необходимые амплитуды ударных волн могут быть существенно понижены применением пористых мишеней, обеспечивающих более эффективное увеличение энтропии ударного сжатия [9]. Видно, что увеличение исходной пористости мишеней при $W = \mathrm{const}$ приводит к снижению ударного давления, но при этом растет энтропия, что позволяет, таким образом, расширить доступную для динамического эксперимента область параметров. Другим способом увеличения амплитудных энтропий ударного сжатия является применение новых генераторов ударных волн, использующих эффекты пространственной и градиентной кумуляции.

Немногочисленные пока эксперименты по фиксации разлета плазмы под действием ударных волн можно разделить на две группы по характеру получаемой в них физической информации. Первая группа опытов [59, 69–72] основана на определении энтропии ударного сжатия твердых тел путем регистрации только конечных параметров расширившегося вещества. В экспериментах второй группы [56–58, 66] проводится подробная регистрация изоэнтроп разгрузки во всей промежуточной области параметров от твердого тела до плазмы или газа.



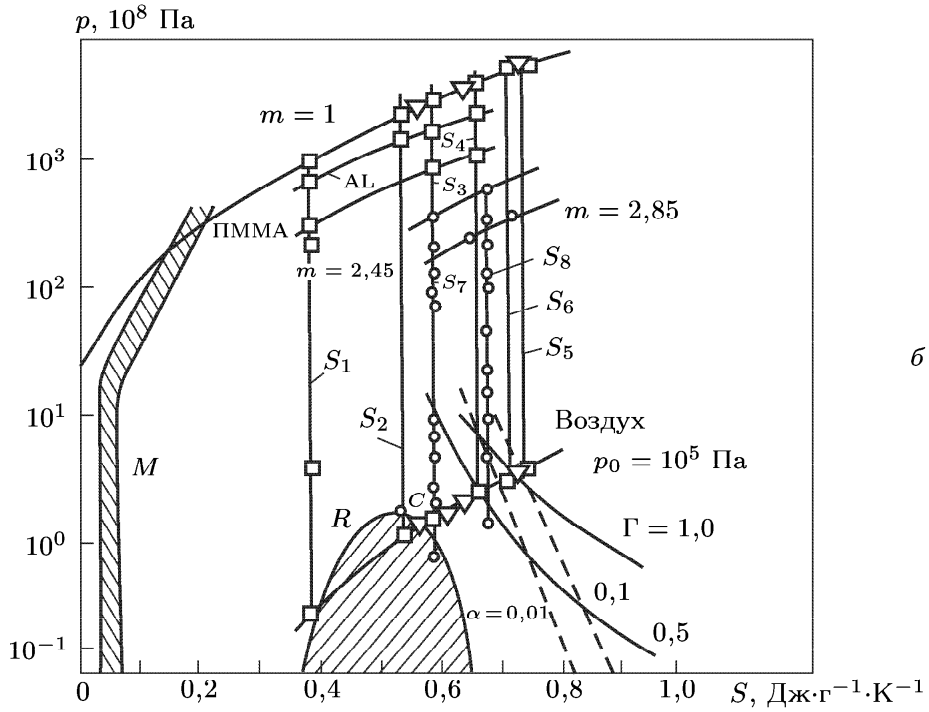


Рис. 3.12. Энтропийная диаграмма меди (*а*) и висмута (*б*): M, R — границы плавления и кипения; m — ударные адиабаты различной пористости; S — изоэнтропы расширения; W_{Fe} — кривые торможения железных ударников. На диаграмме (*б*) указаны адиабаты материалов, в которых осуществлялась разгрузка висмута. Точки — эксперимент [17, 59, 66–68]

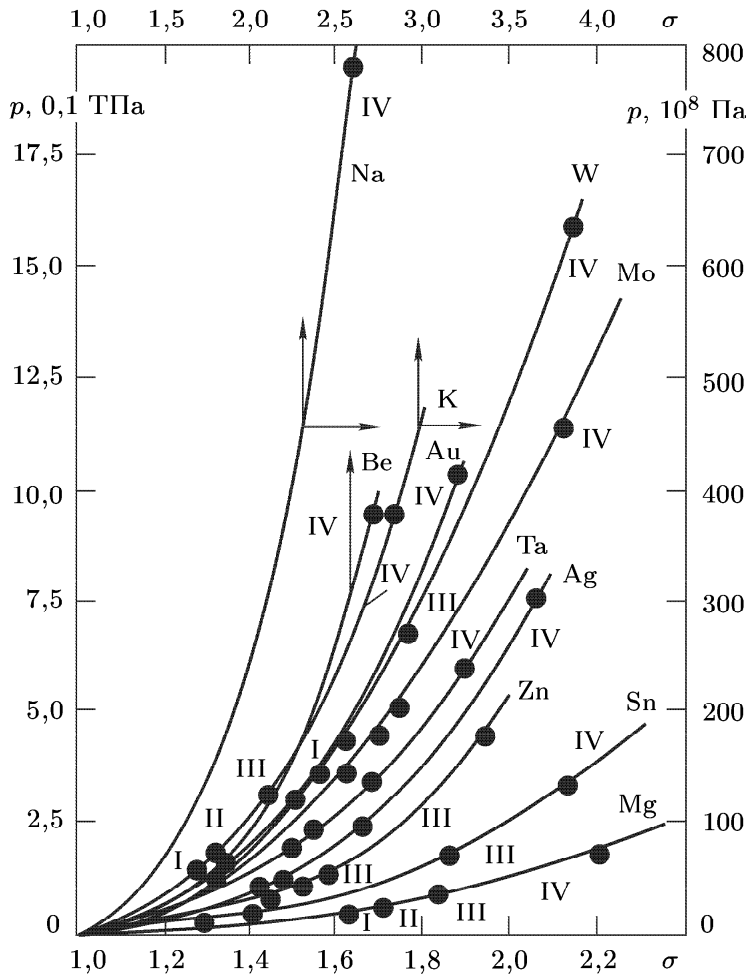


Рис. 3.13. Интенсивности ударных волн, вызывающих фазовые переходы в волнах разгрузки. Плавление: I — начало; II — конец; III — начало испарения; IV — достижение критической точки; $\sigma = \rho/\rho_0$ — степень сжатия вещества

Таблица 3.2

Параметр	Ni		Al		Cu		Pb	
Пористость, m	1	3	1	3	1	4	1	2
ρ_{ev}	3,8	0,3	1,7	0,2	2,7	0,2	0,7	0,1
ρ_c	7,3	0,5	4,4	0,5	7,5	0,7	1,9	0,4
ρ_{cond}	20	1,9	10	2,7	20	3,9	5,0	1,3

Известно [1, 9], что динамические методы дают возможность определить только калористическое уравнение состояния ударно-сжатой среды, не содержащее таких важных характеристик вещества, как температура или энтропия, измерение которых непосредственно в ударно-сжатом веществе крайне затруднено. После прохождения по веществу волн экстремальных интенсивностей, расширившееся вещество попа-

дает в состояние идеального газа или плазмы, энтропия которых (совпадающая с энтропией ударно-сжатого конденсированного вещества) может быть надежно вычислена по измеренным значениям температуры, давления или плотности. До последнего времени в таком виде данную методику не удавалось реализовать из-за больших трудностей получения при ударном сжатии высокоэнергетических состояний (см. рис. 3.12, 3.13 и табл. 3.2), и лишь применение кумулятивных генераторов мощных ударных волн позволило выйти при разгрузке в область идеального газа [66–68, 73]. В случае ударных волн меньшей интенсивности, конечные состояния оказываются в твердой или жидкой фазе, что позволило использовать [74] фотоэлектрический метод фиксации остаточной температуры и на этой основе найти [75] энтропию и температуру меди при давлениях до 190 Гпа. В [76] энтропию натрия, стронция, бария и урана находили путем оптических измерений доли испарившегося металла под действием коротких ударных волн с амплитудными давлениями $p \sim$ 20–300 Па, возбуждаемых тонкими (0,1–1 мм) ударниками, движущимися со скоростями 2–6 км·с$^{-1}$. Как следует из энтропийного анализа [60], ударные волны столь умеренных интенсивностей могут вызвать заметное испарение металлов лишь в результате их расширения до чрезвычайно низких давлений, что заставило проводить опыты [76] в вакууме с остаточным давлением $\sim 10^{-5}$ мм рт. ст. Адсорбционные измерения, выполненные в условиях существенной неодномерности течения, позволили найти [76] долю конденсата, связав ее, на основе качественных соображений о кинетике процесса испарения и конденсации, с энтропией ударно-сжатой плазмы. В серии последующих работ общие представления об испарении и ионизации в волне разгрузки были использованы для анализа высокоскоростного соударения твердых тел и для создания флюоресцирующих бариевых облаков в космическом пространстве в целях изучения магнитосферы Земли [75]. В последнем случае в открытом космосе проводились взрывы кумулятивных зарядов с облицовками из металлического бария.

Измерения скорости расширения свинца после прохождения по нему ударных волн с амплитудами 40–300 ГПа использовались для анализа испарения свинца в волнах разгрузки [59]. Зарегистрированное отклонение от правила «удвоения скоростей» является убедительным свидетельством эффекта испарения в волнах разгрузки.

В [74] была предпринята попытка дополнить традиционные кинематические измерения фиксациями температуры изоэнтропического расширения свинца в окрестности кривой его высокотемпературного кипения. В экспериментах осуществлялось адиабатическое расширение ударно-сжатого до давления $\sim$ 600 ГПа металла в гелий различного начального давления, который оставался прозрачным в ударно-сжатом состоянии и поэтому пропускал тепловое излучение расширившегося свинца. Это излучение при помощи световолоконных линий

связи подавалось на скоростные кремниевые фотодиоды и двухканальные пирометры, что позволяло найти температуру яркостным методом. Результаты этих измерений представлены на рис. 3.14, где переход изоэнтропы из однофазного состояния (степенная зависимость T и p) в область смеси фаз (экспоненциальная зависимость) выражается в резком изменении наклона кривых S и R.

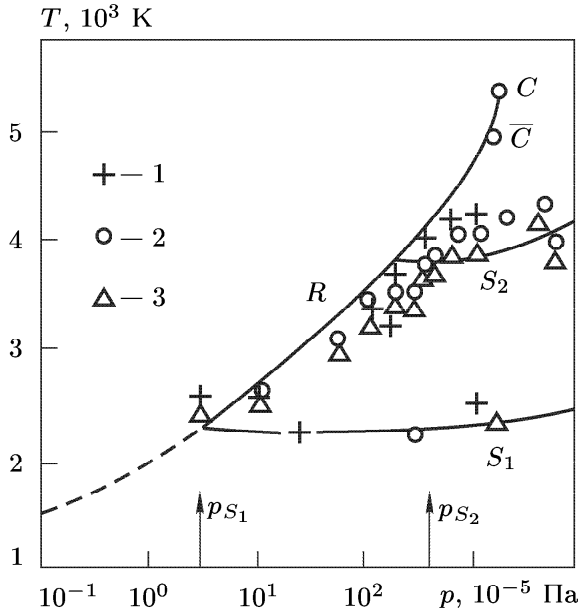


Рис. 3.14. Температурные измерения при адиабатическом расширении свинца: сплошные кривые — расчет по полуэмпирическому уравнению состояния [77] кривой кипения R, критической точки C и изоэнтроп разгрузки S; штриховая — статистические данные по кривой кипения; $\overline{C}$ — оценка параметров критической точки из [60]. Значки — результаты регистрации температуры фотодиодами (1) и двухканальным пирометром: $\lambda_1 = 449$ нм (2); $\lambda_2 = 560$ нм (3); $p_{S_1} = 3{\cdot}10^5$ Па; $p_{S_2} = 4{,}2{\cdot}10^7$ Па — давление на изоэнтропах при их вхождении в двухфазную область

Важно, что специальная серия экспериментов по измерению температуры состояний двухфазной области, при расширении от различных исходных давлений $p \sim 160$ ГПа и $p \sim 240$ ГПа, дали в соответствии с правилом фаз Гиббса одинаковые значения температуры, что является подтверждением равновесности процесса адиабатической разгрузки в двухфазной области. Эта равновесность, по-видимому, нарушается при давлениях ниже $3 \cdot 10^6$ Па, где зафиксированные температуры превосходят значения на кривой насыщения. Этот результат соответствует расчетам кинетики испарения и конденсации металлов [77]. Таким образом, данные эксперименты позволили с достаточной определенностью зафиксировать начало испарения металла при вхождении изоэнтропы в двухфазную область и определить кривую высокотемпературного кипения свинца в широком диапазоне

давлений $p \sim (50\text{–}1000) \cdot 10^5$ Па, превышающих более чем в 100 раз доступный для статических методов диапазон давлений.

Эксперименты [74], как и более ранние регистрации кинематических параметров [57–59, 68, 79], свидетельствуют об отсутствии термодинамических аномалий, которые можно было бы связать с фазовыми переходами в плотной плазме (см. подробней § 5.8).

Той же точки зрения на плазменный фазовый переход придерживаются авторы работ [71, 72], выполнившие по аналогии с [80] опыты по адиабатическому расширению в вакуум пористого алюминия, меди и полиметилметакрилата, предварительно нагруженных танталовым ударником разогнанным двухступенчатой легкогазовой пушкой до скоростей 6–7 км·с$^{-1}$. В этих экспериментах методами лазерной интерферометрии фиксировалась вызванная ударом испаренного металла о конденсированную преграду скорость ее движения. Эта скорость сопоставлялась с результатами расчета по одномерному газодинамическому коду, в который были введены различные уравнения состояния.

Использование в большинстве вариантов метода изоэнтропического расширения гидродинамических регистраций для получения термодинамической информации предполагает наличие в системе локального термодинамического равновесия, что соответствует малости характерных времен фазовых превращений по сравнению с типичным временем динамического эксперимента $\sim 10^{-7}$ с. Любопытно отметить, что при изоэнтропическом расширении реализуется уникальная возможность [61] проникновения в область абсолютной неустойчивости двухфазной системы $[(\partial p/\partial V)_T > 0]$ путем нестатического изменения давления, так как в критической точке, где $(\partial p/\partial V)_T = 0$, значение $(\partial p/\partial V)_S$ остается отрицательным, так же как и внутри спинодали. Кинетика снятия неравновесности в этом случае является безактивационной, определяется главным образом теплопередачей и допускает в условиях эксперимента, как показали оценки, лишь ничтожные переохлаждения, не превосходящие нескольких градусов [62].

Анализ кинетики распада металлической метастабильной жидкости показал [62], что высокие значения критических температур (сравнимые с соответствующими потенциалами ионизации) приводят к заметной термической ионизации металлического пара на бинодали. В этом случае метастабильная фаза содержит значительное количество зарядов, которые являются эффективными центрами конденсации, приводя в условиях экспериментов к времени фазовой релаксации порядка 10^{-9} с, что находится в соответствии с кинетическими измерениями при испарении металлов в вакуум [70–72] и разгрузке ударносжатого свинца в воздух [60] и гелий [74]. По оценкам [62], заметной неравновесности можно ожидать только при пониженных давлениях (до 1 МПа), что, видимо, и определяет нижний предел применимости метода изоэнтропического расширения в термодинамике. Данные измерений, по-видимому, подтверждают эту точку зрения (см. рис. 3.14),

свидетельствуя о квазиравновесном характере высокотемпературной конденсации металлов. Для дополнительного выяснения этого вопроса в [58] была поставлена серия опытов по фиксации скорости разлета металла в воздух пониженного давления и анализу удара паров свинца о медный экран. В равновесном случае в меди возбуждалась ударная волна $p = 73$ ГПа, в то время как удар перегретого свинца дал вдвое большее давление.

Отметим еще ряд работ по изучению разлета вещества после прохождения по нему мощных ударных волн [69, 75, 76]. При использовании техники сходящихся конических волн в [69] получены две точки по расширению плазмы урана и меди в воздух атмосферного давления. На основе этих данных сделана корректировка полуэмпирического уравнения состояния. Результаты по отражению от мягких преград ударных волн в пористой меди представлены в [81], где авторов интересовали главным образом вопросы двухфазной газодинамики.

Вторая группа экспериментов [56, 57, 66, 68, 73, 74, 76] с адиабатами разгрузки основана на фиксации не только конечных, но и промежуточных состояний, возникающих при изоэнтропическом расширении плазмы (рис. 3.15).

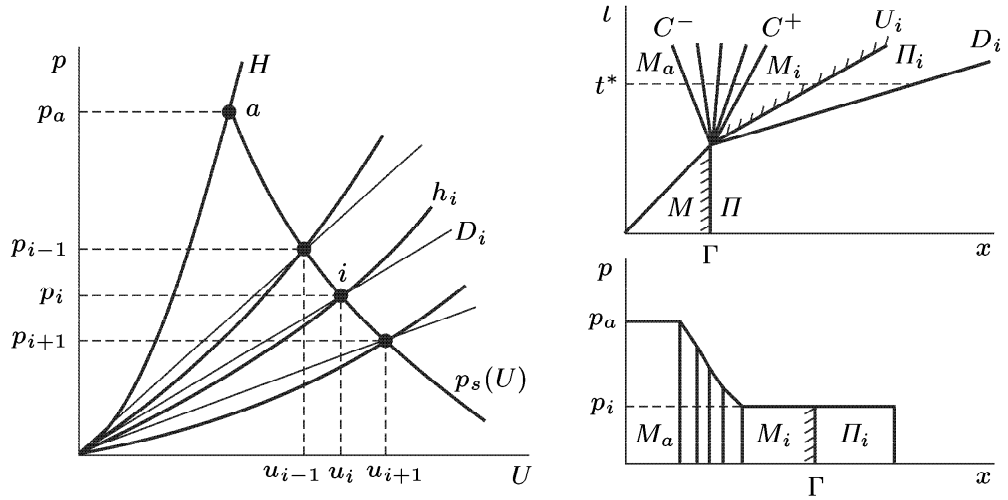


Рис. 3.15. Газодинамическая схема экспериментов по адиабатическому расширению

Ударная волна, распространяясь по исследуемому веществу M, вызывает его сжатие и необратимый нагрев до состояния a. Выход ударной волны на границу Г раздела с более мягкой в динамическом отношении преградой $П$ вызывает образование центрированной волны Римана C^+C^-, в которой происходит адиабатическое расширение ударно-сжатой плазмы из состояния a в состояние i. Это расширение генерирует в преграде ударную волну, распространяющуюся со скоростью D_i. Регистрация D_i дает возможность по известной ударной адиабате h_i определить давление и массовую скорость движения

преграды, которые, в силу условия непрерывности [9] на контактной границе Г, совпадают с соответствующими характеристиками расширяющейся плазмы.

Используя преграды различной динамической жесткости и регистрируя возникающие при этом p и u, можно непрерывным образом определить ход изоэнтропы расширения $p = p_s(u)$ от состояний на адиабате Гюгонио до более низких давлений и температур. Применение метательных систем различной мощности позволяет варьировать приращение энтропии в ударной волне и тем самым исследовать различные изоэнтропы, перекрывающие выбранную область фазовой диаграммы. Переход от гидродинамических p–u- к термодинамическим p–v–E-переменным может быть осуществлен вычислением интегралов Римана (3.2), выражающих законы сохранения для данного типа автомодельного течения.

В [76] с использованием линейных и сферических взрывных систем этим методом были зарегистрированы три изоэнтропы расширения ударно-сжатого урана. Эксперименты выполнены главным образом в жидкой фазе, в то время как наиболее интересная окрестность критической точки, двухфазная и плазменная области оказались не изученными, что заставило авторов [76] для описания хода изоэнтроп в области пониженных давлений ограничиться качественными оценками.

В серии работ [56, 66–68, 73] проведено систематическое изучение адиабатического расширения свинца, меди, алюминия и висмута, часть из которых для увеличения эффектов диссипации приготовлялась в виде мелкодисперсного порошка. При этом способе особое внимание уделялось плазменной области параметров, которая была достигнута путем использования в качестве преград газов, сжатых до давлений $(1–50)\cdot 10^5$ Па, в то время как повышение плотности и давления металлов достигалось применением «мягких» конденсированных преград — легкие металлы (Al, Mg), плексиглас, полиэтилен, фторопласт и различные пенопласты. Принципиальная схема эксперимента с использованием линейных взрывных систем и газовых преград аналогична показанной на рис. 3.11. Скорость торцевого метания алюминиевых и стальных ударников составляла 5–6,5 км/с. Измерения скоростей подлета ударников, ударных волн в экранах, мишенях и «легких» преградах осуществлялись электромагнитным и оптическим базисными методами. Погрешность электроконтактной регистрации волновых скоростей в конденсированных средах составляла около 1%. Скорость ударных волн в газовых преградах измерялась оптическим базисным методом (погрешность 1,5–2%) с помощью скоростного фотохронографа, путем регистрации начала свечения плазмы, при выходе ударной волны из образца в газ и резкого усиления свечения после ее отражения от установленной на заданном расстоянии прозрачной преграды.

Для увеличения скорости метания и, следовательно, ударно-волновых давлений были разработаны слоистые кумулятивные

метательные системы [66, 68, 82], принцип действия которых основан на механизме, аналогичном ускорению легкого тела при его упругом столкновении с тяжелым [83]. Для оптимизации многокаскадных метательных систем были проведены энтропийные и газодинамические расчеты, описывающие тепловые и газодинамические процессы с учетом плавления, испарения, упругопластических эффектов и разрушения.

В результате этих расчетов и многочисленных экспериментов были созданы двух- и трехкаскадные метательные устройства различной конструкции. В одном из них разогнанный продуктами детонации на базе движения 30 мм до скорости 5–5,5 км·с$^{-1}$ стальной ударник толщиной 1 мм и диаметром 60 мм ударялся о преграду из оргстекла толщиной 1 мм, с внешней стороны которой помешался молибденовый ударник толщиной 0,1–0,2 мм и диаметром около 30 мм. В результате волнового взаимодействия этот ударник, пролетев расстояние $\sim 1{,}5$ мм, ударял об узел мишени, что позволяло получать в нем плоские ударные волны диаметром 10–12 мм. Трехкаскадная метательная система отличалась от двухкаскадной тем, что в первой ступени ускорялся стальной ударник толщиной 2,5 мм, нагружая затем слой пластикового ВВ толщиной ~ 5 мм, с внешней стороны которого помещался стальной ударник толщиной 1 мм. Конструкция внешней ступени и узла мишени была такой же, как и в двухкаскадном генераторе.

Диапазон скоростей молибденовых ударников при этом расширился до 13 км·с$^{-1}$ по сравнению с 6 км·с$^{-1}$ при обычном торцевом метании. При этом характерные временные интервалы, подлежащие измерению в этих опытах, составляют $\sim 10^{-8}$ с, что на порядок меньше характерных времен регистрации в типичных взрывных опытах [102].

По этой причине в опытах со слоистыми системами определение ударной сжимаемости и адиабатического расширения сплошных образцов алюминия, меди и висмута выполнялось оптическим базисным методом с использованием ступенчатых мишеней. Для этой цели в мишени делались углубления со стороны подлетающего ударника и с внешней стороны, на фиксированном расстоянии от которой располагалось прозрачное плексигласовое окно, через которое и проводилось наблюдение. Для регистрации были использованы быстродействующие высокочувствительные электронно-оптические камеры «Агат-СФ» в режиме фотохронографа, позволяющие понизить погрешность измерения временных интервалов до 1% в диапазоне разверток ~ 2 нс·мм$^{-1}$. Такая постановка эксперимента дает возможность в каждом опыте получать непрерывную и независимую информацию о времени прихода ударника и о структуре течения в мишени, контролируя его квазиодномерность и стационарность и позволяя в существенной мере дублировать получаемую кинематическую информацию.

В данной постановке эксперимента фиксировалась скорость подлета молибденового ударника W, скорость движения ударной волны в мишени на разных базах, а также скорость адиабатического расширения металла в воздух атмосферного давления. По этим параметрам метод «торможения» [1] позволяет найти (с привлечением ударной адиабаты молибдена) давление p и массовую скорость ударно-сжатой мишени u, а также состояния на изоэнтропе разгрузки. При этом каждая экспериментальная точка получается усреднением четырех–шести экспериментов.

Наряду с линейными кумулятивными устройствами были выполнены также эксперименты с применением взрывных конических генераторов маховских ударных волн [68], использующие эффект геометрической кумуляции при нерегулярном (маховском) отражении конически сходящихся ударных волн [67]. В этих устройствах по сравнению с плоским случаем достигается дополнительная концентрация энергии при схождении ударной волны к оси симметрии и вместе с тем обеспечивается повышенная устойчивость течения по сравнению со сферическим схождением ударных волн [84].

Один из типичных генераторов конических ударных волн (рис. 3.16) состоял из сплошного металлического конуса с углом при вершине 45–60°, ударная волна в котором возбуждалась либо прямым действием продуктов детонации, либо разогнанными ими до скоростей $\sim$ 3–4 км·с$^{-1}$ коническими лайнерами из меди и алюминия толщиной около 3 мм [67, 68]. Асинхронность движения ударных волн на образующей конуса была не хуже 50 нс. Маховская ударная волна на расстоянии $\sim$ 40–50 мм от вершины медного конуса имела диаметр $\sim$ 7–8 мм, скорость $\sim$ 12,1 км·с$^{-1}$ и давление $p \sim 6 \cdot 10^5$ Па.

Как и в слоистых системах, для регистрации кинематических параметров применялись ступенчатые мишени с фиксацией оптических сигналов на скоростные ЭОП «Jmacon-640» (развертка $\sim$ 50–100 нс/мм) и «Кадр-2» (развертка $\sim$ 10–20 нс/мм). В ряде экспериментов излучение на фотокатод ЭОП подавалось с базисных плоскостей мишеней по кварцевым световодам диаметром около 60 мкм.

Такая постановка экспериментов позволяла в каждом опыте фиксировать скорость ударной волны в медном конусе (экране), на разных базах в мишени из исследуемого вещества, а также скорость его адиабатического расширения. Кроме того, полученные фотохронограммы дают возможность контролировать кривизну и затухание ударных волн. Применение метода отражения (с медью в качестве эталона) позволяет затем найти все остальные термодинамические параметры. При фиксации изоэнтропы разгрузки расширение ударно-сжатого висмута и меди осуществлялось в алюминий, плексиглас и воздух атмосферного давления. Каждая экспериментальная точка была получена усреднением 4–10 независимых экспериментов при двух–четырех

регистрациях в каждом из них. Погрешность отдельного измерения оценивается в 2–3%, а усредненная погрешность — в 1%.

Ряд экспериментов был выполнен на генераторах, использующих одновременно эффекты геометрической и градиентной кумуляции. В этих опытах коническая маховская ударная волна через прокладку из конденсированного ВВ воздействовала на молибденовый (толщина около 0,1 мм) и вольфрамовый (около 0,25 мм) ударник, который, ускоряясь на базе 100–500 мкм до скорости 16 км·с$^{-1}$, сталкивался со ступенчатой мишенью из меди. В этих опытах были достигнуты давления ударного сжатия $\sim$ 1400 ГПа ($kT \sim 5$ эВ) и зафиксирован изоэнтропический разлет меди в воздух атмосферного давления. Отметим, что эти параметры разлета в разумных пределах согласуются с измерениями французских ученых [68].

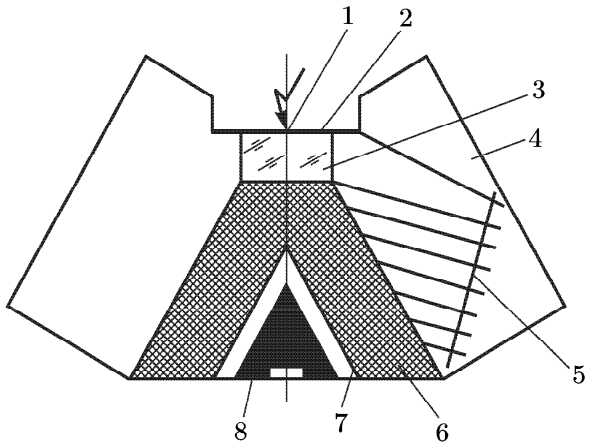


Рис. 3.16. Схема взрывного генератора маховских ударных волн: 1 — детонатор; 2, 5 — линии детонационной разводки; 3 — поглощающая шайба; 4 — текстолитовая пластина детонационной разводки; 6 — конический заряд ВВ; 7 — метаемый конический лайнер; 8 — коническая мишень

На рис. 3.12 приведена p–S-диаграмма меди и висмута, а на рис. 3.17, 3.18 p–u-диаграммы свинца и меди. Для висмута экспериментами охвачен широкий диапазон состояний от сильносжатого вещества на ударной адиабате с $p \sim 670$ ГПа, $\rho \sim 2,6\rho_0$ до разреженного металлического пара с $\rho \sim 10^{-2}\rho_0$ (ρ_0 — плотность вещества при нормальных условиях).

Экспериментальные данные показывают, что процессу адиабатического расширения соответствует чрезвычайно широкий диапазон параметров (четыре порядка по давлению и два — по плотности), от сильносжатой металлической плазмы, где ионы разупорядочены, а электроны вырождены, до квазинеидеальной больцмановской плазмы и разреженного металлического пара.

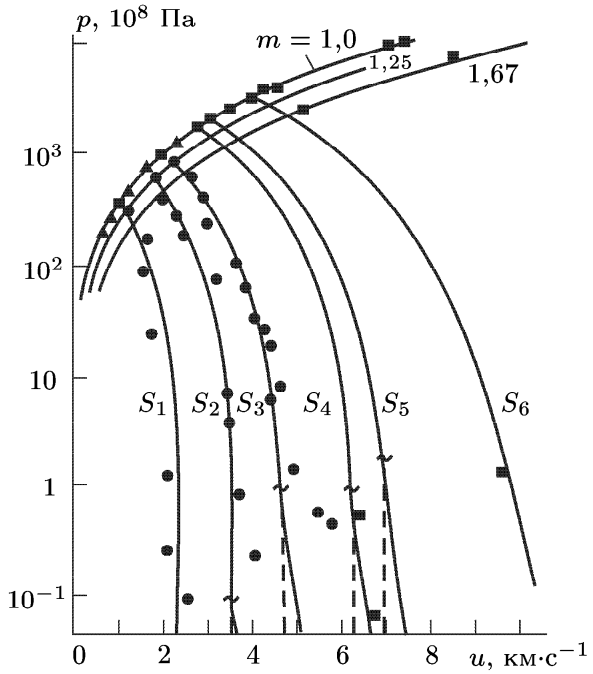


Рис. 3.17. p–u- диаграмма свинца [59]: m — ударные адиабаты различной пористости; S — изоэнтропы расширения. Штриховые линии — метастабильные ветви; точки — эксперимент

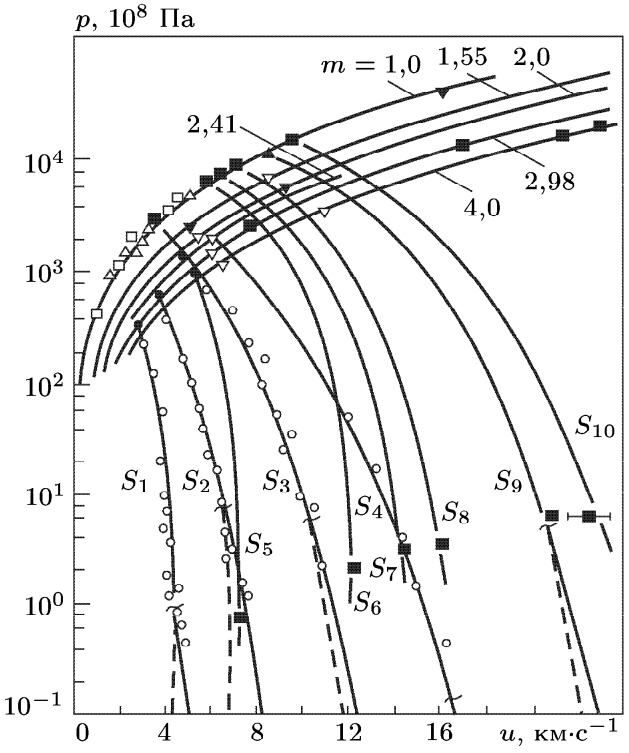


Рис. 3.18. p–u- диаграмма меди [68]. Обозначения см. на рис. 3.17

По мере расширения в системе происходят разнообразные малоизученные физические процессы — снимается вырождение электронов, коренным образом перестраивается электронный энергетический спектр, осуществляется частичная рекомбинация плотной плазмы, реализуется переход металл–диэлектрик в электронной неупорядоченной структуре, и возникает неидеальная по отношению к различным видам межчастичного взаимодействия плазма.

Наличие сильного коллективного взаимодействия затрудняет последовательное теоретическое описание вещества в этом диапазоне параметров, и здесь предложен лишь ряд эвристических моделей (см. гл. 5), описывающих отдельные эффекты в относительно узких частях фазовой диаграммы. Основным качественным результатом большинства моделей является указание на возможность потери термодинамической устойчивости и расслоения сильнонеидеальной плазмы на новые экзотические фазы (см. подробней § 5.8), что существенно исказило бы привычный вид фазовой диаграммы металлов. Проведенные эксперименты показали отсутствие заметных скачков термодинамических функций или каких-либо гидродинамических аномалий, которые можно было бы интерпретировать как специфические плазменные фазовые превращения. Подчеркнем, что обсуждаемые в литературе плазменные фазовые переходы наиболее вероятны именно в исследованном диапазоне параметров, так как увеличение температуры и уменьшение плотности больцмановской плазмы, а также увеличение давления вырожденной плазмы, приводит к относительному уменьшению эффектов неидеальности (см. § 3.1). К такому же выводу относительно плазменных фазовых переходов пришли недавно и американские исследователи [71, 72].

Наибольшие степени расширения плазмы металлов соответствуют реализации околокритических состояний. Вхождение изоэнтроп в двухфазную область жидкость–пар со стороны жидкой фазы сопровождается испарением, а со стороны газовой фазы — конденсацией, что приводит к изменению их наклона и дополнительному приращению скорости в волне разгрузки. Наличие этих изломов на экспериментальных кривых рис. 3.17, 3.18 и их соответствие априорным оценкам эффектов испарения [55, 62], а также результаты оптических измерений (рис. 3.14), являются дополнительным свидетельством равновесности процесса двухфазного расширения. Из выполненных экспериментов следует, что фазовые диаграммы меди и свинца в исследованной их части имеют обычный вид с одной критической точкой фазового перехода жидкость–пар.

Особый интерес представляет область наибольших расширений металлов, когда металл находится в сильнозакритических условиях. На рис. 3.12 даны рассчитанные по химической модели плазмы [1] значения параметра неидеальности γ и степени ионизации

$\alpha = n_e/(n_e + n_i)$ висмута. Аналогичное рассмотрение для меди показывает, что адиабатическое расширение от состояний на ударной адиабате с $p \sim 1410$ ГПа, $T \sim 5{,}25 \cdot 10^4$ К, $v \sim 0{,}0521$ см^3·г$^{-1}$ приводит к слабонеидеальной плазме с параметрами $p \sim 0{,}73$ ГПа, $T \sim$ ~ 9200 К, $v \sim 1{,}3$ см^3·г$^{-1}$, $\Gamma \sim 0{,}1$, $\alpha \sim 0{,}003$. Это значит, что энтропия слабоионизованного металлического пара в этих состояниях может быть надежно рассчитана по квазиидеально-газовому приближению и в силу условия изоэнтропичности сопоставлена со значениями, определенными по полуэмпирическим уравнениям состояния сильносжатого металла. Такое сопоставление с уравнением состояния [56] дало близкие результаты.

Мы видим, что полученные благодаря применению современных взрывных генераторов мощных ударных волн результаты дали возможность впервые объединить участки фазовой диаграммы, соответствующие радикально отличающимся физическим состояниям [85].

Изоэнтропы расширения соединяют состояния одинаковой энтропии сверхплотной вырожденной плазмы на ударной адиабате с околоили закритическими состояниями слабоионизованного пара и, кроме того, при вхождении в двухфазную область жидкость–пар имеют согласующиеся с параметрами линии равновесия значения энергии и объема. Тем самым удалось экспериментально реализовать идею Я.Б. Зельдовича [9] получения термодинамически полного уравнения состояния по результатам механических измерений — найденная для сильнорасширившегося идеального пара энтропия в силу адиабатичности оказывается равной энтропии ударного сжатия. Равновесная температура ударно-сжатого вещества рассчитывается затем по термодинамическому тождеству второго начала термодинамики [75].

Опытные данные по изоэнтропическому расширению явились основой для построения полуэмпирических уравнений состояния [63, 85, 86], описывающих всю имеющуюся совокупность статических и динамических данных в твердой, жидкой и плазменной фазах, воспроизводящих эффекты плавления и испарения и имеющих при сверхвысоких давлениях и температурах правильную асимптотику к теориям Томаса–Ферми и Дебая–Хюккеля. Подробнее мы обсудим эти вопросы в гл. 5.

§ 3.5. Генерация сверхплотной плазмы в мощных ударных волнах

По существующим сейчас представлениям [1, 18] свойства плазмы радикальным образом упрощаются при экстремально высоких давлениях и плотностях, когда внутренние электронные оболочки атомов и ионов оказываются «раздавленными» и реализуется квазиравномерное распределение электронной плотности внутри элементарных ячеек

Вигнера–Зейтца. В этом случае справедливо квазиклассическое приближение к методу самосогласованного поля (см. § 5.5), когда описание ведется не на квантово-механическом языке волновых функций и собственных значений, а через среднюю плотность электронного компонента плазмы. Эти представления составляют основу модели Томаса–Ферми, область применимости которой определяется малостью обменных, корреляционных и оболочечных эффектов [18]. Малость соответствующих буквенных критериев приводит к общей оценке нижней границы применимости модели Томаса–Ферми, $p_{\lim} \sim e^2/a_0^4$, соответствующей экстремально высоким давлениям $\gtrsim 30$ ТПа ($T = 0$ K), которые значительно превосходят возможности экспериментальных устройств, основанных на использовании конденсированных ВВ. Поэтому в настоящее время активно ведется поиск альтернативных способов генерации сверхвысоких параметров плазмы, которые позволили бы приблизиться к области квазиклассического описания вещества в целях оценки реальной границы ее применимости и выяснения роли оболочечных эффектов в термодинамике сверхплотной плазмы. К таким способам относятся использование мощных ударных волн, возникающих в ближней зоне сильных взрывов [10–16, 86–90], применение когерентного лазерного излучения [91, 92], релятивистских электронных и ионных пучков, электровзрыв тонких металлических фольг и использование рельсотронных электродинамических ускорителей и т. д. Последние из перечисленных методов сейчас находятся лишь в стадии развития, а количественную информацию о термодинамике сверхплотной плазмы дают измерения в опытах с сильными взрывами. По понятным причинам, объем экспериментальной информации, полученный в них, пока невелик и вряд ли в обозримом будущем сможет сравниться с объемом лабораторных исследований. Поэтому целесообразно использовать уникальные возможности таких опытов для решения ключевых проблем физики высокоинтенсивных процессов. Наиболее яркой из таких проблем в последние годы стала проблема изучения влияния оболочечной электронной структуры атомов на термодинамические свойства плотных веществ [14]. Оболочечные эффекты проявляются в осциллирующем поведении термодинамических функций (например, ударных адиабат, изохор). Это, в свою очередь, может обусловливать существование таких областей, в которых $(\partial^2 p/\partial v^2)_S < 0$, что является причиной аномального [9] поведения веществ в динамических процессах (разгрузка происходит в ударной волне, а сжатие плавно). Учет таких свойств реальных веществ в газодинамических расчетах потребовал бы модификации алгоритмов, применяемых в современных математических программах [86]. Это обстоятельство дополнительно подогревает интерес к оболочечным эффектам.

В настоящее время подавляющее большинство экспериментов с мощными ударными волнами выполнено сравнительным способом (метод «отражений» [1]) — путем регистрации скоростей ударных волн, проходящих последовательно через слои исследуемых веществ, одно из которых является эталоном. Ясно, что такой метод содержит неопределенность, связанную с экстраполяционной процедурой построения ударной адиабаты эталона как раз в той области параметров, где необходимо выполнить прямые измерения. Эта неопределенность отсутствует в экспериментах по абсолютной регистрации ударной сжимаемости молибдена [16] и алюминия [13] с использованием для диагностики проникающих физических полей — нейтронного и γ-излучения.

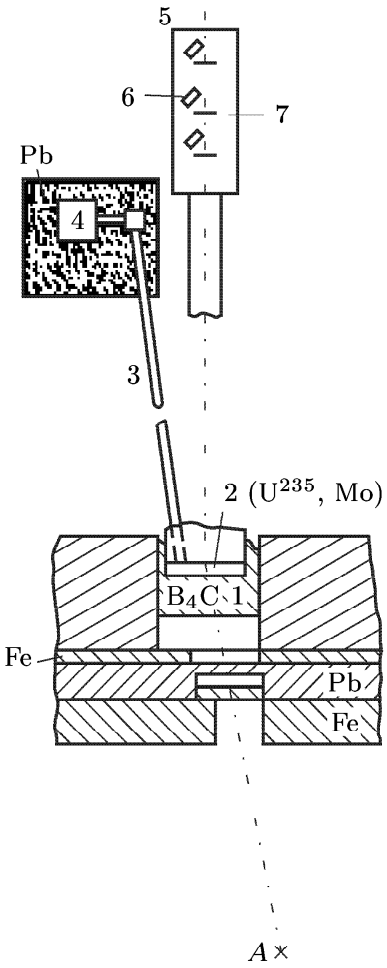


Рис. 3.19. Схема опытов по генерации мощных ударных волн с помощью подземного ядерного взрыва [16], A – ядерное устройство: 1 — поглотитель нейтронов B_4C; 2 — экспериментальная сборка из урана-235 и молибдена; 3 — световоды (длина 12 м); 4 — регистраторы оптического излучения; 5 — времяпролетный, нейтронный спектрометр; 6 — твердотельные детекторы; 7 — фольги из лития и плутония

Американские исследователи предложили [16] схему абсолютных измерений ударной сжимаемости в области высоких давлений, которая основана на смещении резонансов взаимодействия нейтронов с ядрами движущегося вещества по отношению к их положению у покоящихся ядер (доплеровский сдвиг). Для получения высоких давлений используется энергия деления ядер урана нейтронами, образующимися при ядерном взрыве. В этих опытах на расстоянии 1,1 м от ядерного заряда (рис. 3.19) за поглотителем медленных нейтронов 1 из B_4C помещался докритический блок из урана-235, на котором монтировался исследуемый образец из молибдена 2 с расположенными в нем световодами 3 для базисной регистрации 4 скорости достижения фронта ударной волны. Нейтронный поток, возникающий при детонации ядерного устройства A, вызывает быстрый и равномерный нагрев урана приблизительно до 50 эВ, который при последующем

расширении приводит к генерации в молибдене плоской ударной волны с амплитудным давлением 2 ТПа. Измерение второго кинетического параметра скорости движения ударно-сжатого молибдена осуществлялось по доплеровскому сдвигу резонансных линий нейтронного поглощения в диапазоне энергий 0,3–0,8 кэВ, регистрируемых пролетным нейтронным спектрометром 5.

Существенное значение для экспериментального обеспечения метода имеет поток нейтронов в резонансной области энергий 10–10^3 эВ. Количество таких нейтронов в делительном спектре весьма мало. Для увеличения их между ураном и образцом в [93] помещался тонкий слой водородсодержащего вещества — оргстекла. Это позволяет повысить нейтронный поток на границе примерно на порядок.

Обсуждаемый способ измерения массовой скорости не является универсальным. Для исследуемых веществ сечения в резонансах должны обеспечивать хорошо регистрируемое ослабление нейтронного потока как неподвижным, так и движущимся веществом, т. е. на толщинах, сопоставимых с измерительными базами. Такими свойствами обладают молибден, железо, медь и др. Кроме того, имеются элементы, ядра которых обладают аномально большими резонансными сечениями (вольфрам, золото, кобальт).

Молибден в дальнейшем [88] был использован как эталон в экспериментах по измерению сравнительной сжимаемости урана при давлении около 6,7 ТПа, давших более высокие, чем предсказывалось квазиклассической теорией, давления. Отметим, что при обработке этих данных авторам [88] пришлось прибегнуть к достаточно далекой экстраполяции (от $p \sim 2$ ТПа до $p \sim 5$ ТПа) эталонной адиабаты молибдена.

В абсолютных измерениях [13] регистрация фазовой и массовой скорости движения ударных волн в алюминии осуществлялась с помощью реперных слоев и расположенных параллельно друг другу щелевых коллиматоров, расстояния между которыми представляли базы измерений (рис. 3.20). Регистрируемое сцинтилляционными датчиками γ-излучение возникло в результате нейтронного излучения помещенных в алюминий реперных образцов, изготовленных из материала с аномально большим сечением радиационного захвата (европий).

В экспериментах наиболее просто реализуется «плоская» геометрия фронта ударной волны, реперных слоев и коллимирующих щелей, при которой плоскости соответствующих поверхностей параллельны друг другу (рис. 3.20). С этой целью по ходу волны устанавливается цилиндрический канал, изготовленный из вещества (магния, органика и др.), плотность которого меньше плотности материала, в котором размещена экспериментальная установка. Как следует из результатов двумерных газодинамических расчетов, постановка такого канала обеспечивает достаточное опережение фронта ударной волны по отношению к фронту в окружающей

среде. Измерительный блок устанавливается на торце цилиндра. Защита коллимирующей системы, которая исключает ее повреждение до завершения регистрации моментов прохождения реперными слоями контрольных положений, осуществляется постановкой по ходу волны слоев плотного вещества (свинец, сталь).

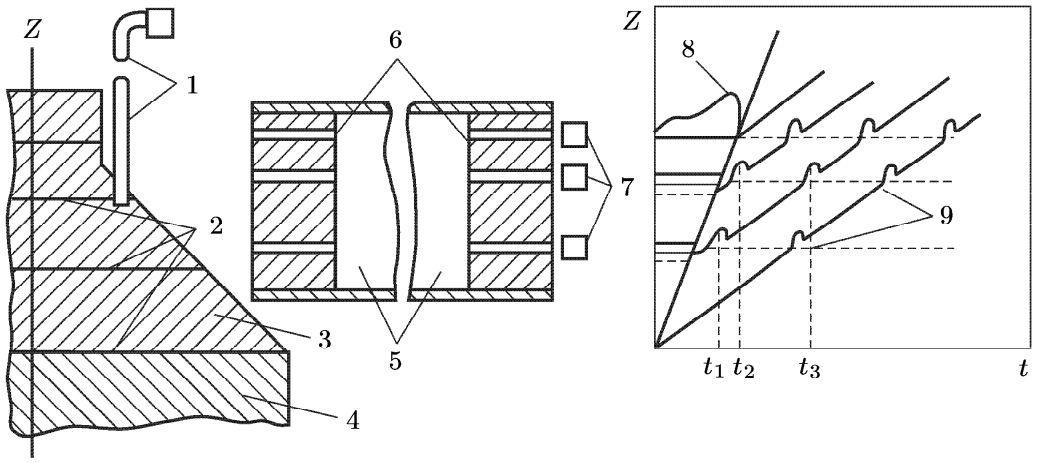


Рис. 3.20. Схема опытов [13] по абсолютной фиксации ударной сжимаемости алюминия: 1 — оптический канал; 2 — реперные слои; 3 — исследуемое вещество; 4 — канал формирования ударной волны; 5 — коллимирующая система; 6 — коллимирующие щели; 7 — детекторы γ-излучения; 8, 9 — сигналы излучения неподвижного и движущегося репера

В экспериментах [13] интенсивный γ-источник был получен при импульсном облучении нейтронами вещества, ядра которого обладают сечением радиационного захвата, примерно в 10^3 раз превосходящим соответствующие сечения исследуемого. В существующих импульсных источниках обычно рождаются быстрые нейтроны ($E \sim 1$ МэВ). Реакции радиационного захвата эффективно идут при более низких энергиях. Поэтому нейтронный импульс должен опережать регистрируемое газодинамическое движение на временной интервал, необходимый для замедления нейтронов в исследуемом веществе до оптимальных энергий. В ряде случаев в реперных слоях можно использовать европий, для которого при $E = 10$–100 эВ сечение (n, γ)-реакции составляет $q = (220\text{–}80) \cdot 10^{-24}$ см^2.

Замедление нейтронов в образце приводит к нагреву исследуемого вещества, который в общем случае влияет на его ударную сжимаемость. Для простоты интерпретации результатов эксперимента необходимо, чтобы такое влияние было слабым, что ограничивает сверху поток значением $\Phi \lesssim 10^{17}$ см$^{-2}$.

Измерительный блок (рис. 3.20) выполнялся в виде набора плит, изготовленных из алюминия, в которые реперные слои внедрялись в виде таблеток. Такая форма слоя согласуется с цилиндрической геометрией канала формирования ударной волны и позволяет при

необходимости размещать дополнительные коллимирующие системы. Контроль формы ударной волны осуществлялся с помощью трех оптических каналов, размещенных в углах равностороннего треугольника на диаметре 150 мм (на рис. 3.20 показан один канал). Данные измерений [13] свидетельствуют о значительных (в алюминии) погрешностях квантово-статистической модели, при $p \sim 1{,}1$ ТПа, и будут более детально рассмотрены в гл. 5.

Основные эксперименты в области сверхвысоких давлений выполнены сравнительным методом. В опытах по динамическому сжатию сплошных веществ в качестве эталона использовались свинец [10, 11] и железо [89], для которых строились интерполяционные ударные адиабаты, связывающие область сверхвысоких ($p \gtrsim 10$ ТПа) давлений с доступным для прямых экспериментов [1] диапазоном пониженных давлений около 1 ТПа. В такого рода экспериментах погрешность измерения временных интервалов составила 0,7–1,0%, затухание волны было на уровне 1–2%, что в совокупности обеспечило приемлемую точность нахождения волновых скоростей на контактной границе. Для проверки плазменных моделей эти результаты могут быть использованы, но ответа на вопрос о влиянии оболочечной структуры они не дают: измерения проведены вблизи нижней по давлению границы проявления оболочечных эффектов. Переход от плоской постановки экспериментов к сферической в измерениях [94] позволил еще выше поднять потолок экспериментально достижимых давлений, доведя его до экзотически высоких значений ~ 400 ТПа. Однако такой переход привел к большему затуханию ударной волны в образцах, и неопределенность его учета внесла основной вклад в суммарную погрешность измерений.

Нетрадиционные эксперименты по изучению влияния оболочечной структуры предприняли авторы [90]: найденные из опыта времена прохождения ударной волны по образцам из различных материалов сравнивались с расчетными. При прохождении образцов давление на фронте волны падало в 3–4 раза, т. е. при моделировании условий прохождения волны существенно знание не только участка ударной адиабаты, но и изоэнтроп разгрузки, что затрудняет интерпретацию этих измерений.

Наиболее явно вклад оболочечных эффектов был зафиксирован в [95]. В исследовательских сборках возбуждались ударные волны с хорошо определенной формой фронта, измерения проводились в единой постановке при нескольких значениях давления на фронте волны. Базы измерений были выбраны так, что поведение волновых скоростей внутри исследуемых слоев было по расчетам монотонным.

Моменты выхода фронта волны на контрольные поверхности фиксировались по оптическому свечению прилегающих к ним слоев воздуха, которое передавалось к детектору — коаксиальному фотоэлементу

(ФЭК) по световому каналу с полированными металлическими внутренними стенками. Для обеспечения точности измерений в поле зрения одного ФЭК находились три контрольные поверхности, соответствующие выбранному давлению: две — эталона, одна — образца. Два слоя одинакового вещества ставились для экспериментального нахождения затухания волны. В каждом световом канале устанавливалось по два детектора, каждый из которых записывал сигнал полностью. Сложность трехступенчатой формы сигнала сделала необходимой применение осциллографической аппаратуры.

Измерения проведены для следующих пар материалов: железо–алюминий, железо–свинец, свинец–железо, железо–вода, железо–кварцит. Первое вещество в каждой паре стояло первым по ходу движения волны. Оставляя обсуждение этих результатов до гл. 5, отметим, что в работе [14] надежно были зафиксированы оболочечные эффекты на ударных адиабатах в свинце и алюминии.

Наиболее рельефно плазменные эффекты выражены в экспериментах по сжатию пористой меди мощными ударными волнами [12]. В этих экспериментах за фронтом ударной волны генерировалась плазма с удельной внутренней энергией до 0,75 МДж·см$^{-3}$, концентрацией электронов $n_e \sim 10^{23}$ см$^{-3}$ и давлением до 2 ТПа (см. § 5.6). При максимальных температурах $T \sim (3\text{–}5) \cdot 10^5$ K снимается вырождение электронов $n_c \lambda_e^3 \sim 1$ в пятикратно ионизованной плазме, а кулоновское и короткодействующее взаимодействия остаются сильными, $\Gamma \sim 2$. В этих условиях, как показано в § 5.6, квазихимическая модель плазмы, с учетом кулоновского взаимодействия в рамках кольцевого дебаевского приближения в большом каноническом ансамбле статистической механики, дает приемлемое описание динамического эксперимента [12], в то время как отличия от квазиклассической модели достигают 20–30% по плотности и нескольких раз по давлению.

§ 3.6. Неидеальная плазма при воздействии мощных потоков направленной энергии

В последнее время наряду с привычной техникой генерации ударных волн (химические и ядерные ВВ, легкогазовые и пороховые пушки) все большее внимание исследователей привлекают нетрадиционные методы, основанные на воздействии интенсивных потоков направленной энергии на вещество. Речь идет о лазерах, генераторах импульсных электронных и ионных потоков, электровзрывных и электродинамических метательных устройствах. Созданные для целей инерционного управляемого термоядерного синтеза, дистанционного воздействия и технологических приложений, современные импульсные генераторы направленной энергии способны подводить к исследуемому веществу энергии килоджоульного–мегаджоульного масштаба на мегаваттном уровне

мощности. Фокусировка этой энергии в субмиллиметровые области пространства позволяет получить экзотически высокие плотности мощности (10^{15}–10^{20} Вт·см$^{-3}$), что приводит к возникновению экстремально высоких давлений и температур сильносжатой плазмы.

При импульсном воздействии интенсивных потоков направленной энергии на конденсированные мишени, возникает широкий спектр плазменных состояний, а для их термодинамического описания трудно выделить какой-либо специфический диапазон параметров [96, 97]. Сведения о свойствах вещества необходимы в чрезвычайно широком участке фазовой диаграммы, начиная от сильносжатого конденсированного состояния вплоть до идеального газа, включая область, занятую сильнонеидеальной плазмой. Поясним это на примере воздействия интенсивного лазерного излучения на конденсированную мишень (рис. 3.21) [91].

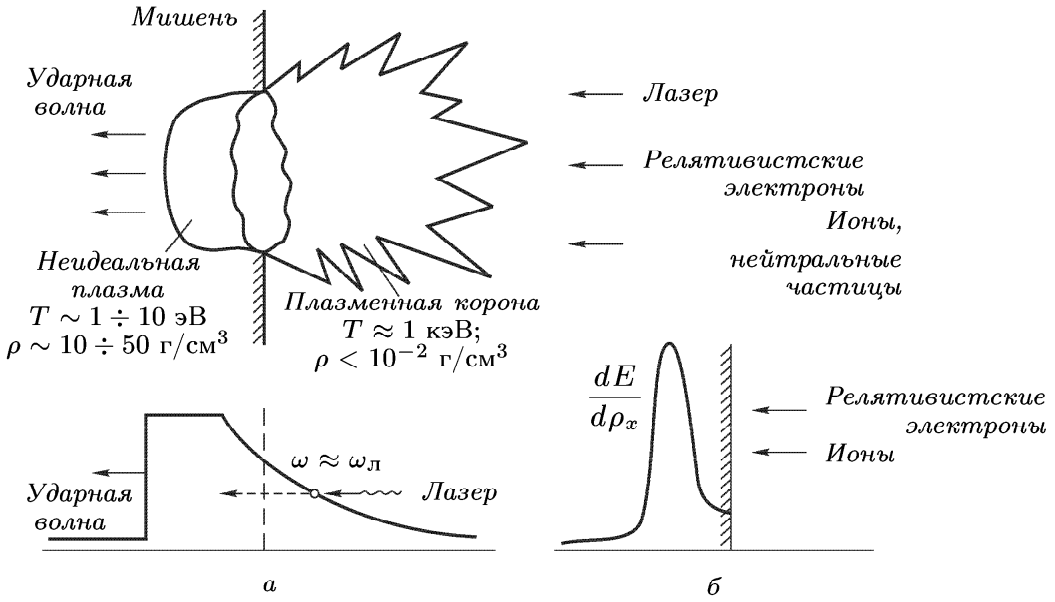


Рис. 3.21. Схема воздействия потоков направленной энергии на конденсированную мишень: *а* — лазерное воздействие; *б* — заряженные частицы

Лазерное излучение с частотой $\omega \sim \omega_p \sim \sqrt{4\pi n_e e^2/m}$ поглощается в разогретой плазменной короне, занятой идеальной плазмой высокой температуры, а тепловая энергия передается в область относительно холодной ударно-сжатой плазмы высокого давления путем электронной теплопроводности (пунктир на рис. 3.21) через охваченную сложным гидродинамическим движением неидеальную больцмановскую плазму. В задачах управляемого термоядерного синтеза с инерционным удержанием [92] изображенная на рис. 3.21 мишень является внешним аблятором многослойной сферической термоядерной

микромишени, внутри которой развиваются плотности $\rho \sim 10^3 \rho_0$, давления $p \sim 10^{14}$ Па и температуры $T \sim 10$ кэВ. Воздействие интенсивных потоков релятивистских электронов и ионов [98, 99] качественно напоминает ситуацию, соответствующую рис. 3.21, с той разницей, что в этом случае основная энергия пучка выделяется в области высокой плотности $\rho \sim \rho_0$ (рис. 3.21*б*), а разлет плазменной короны близок к адиабатическому.

Анализ показывает, что действие концентрированных потоков направленной энергии на материалы является перспективным инструментом генерации мощных ударных волн и создания неидеальной плазмы экстремальных состояний.

Большинство такого рода физических экспериментов выполнено сейчас с импульсными лазерами [91], дающими уникальную возможность для фокусировки когерентного электромагнитного излучения на малые ($\sim 10^{-4}$ см$^{-2}$) поверхности, что приводит к экстремально высоким локальным концентрациям энергии. Достигнутые в настоящее время удельные мощности, вкладываемые в мишени, составляют $\sim 10^{14}$–10^{17} Вт·см$^{-2}$ и в ближайшем будущем могут быть, по-видимому, доведены до 10^{21} Вт·см$^{-2}$. Возникающий в результате действия таких световых потоков «импульс отдачи» (рис. 3.21) генерирует в мишени мощную ударную волну, которая может быть использована для сжатия и необратимого разогрева плотной плазмы исследуемых веществ. Анализ [79] гидродинамических расчетов интенсивностей ударных волн, возникающих при воздействии лазерных систем с длиной волны $\lambda \sim 1{,}06$ мкм на разные материалы, показывает (рис. 3.22), что в этом случае имеется реальная возможность продвинуться в ультрамегабарный диапазон давлений и исследовать свойства сверхплотной плазмы.

При конструировании лазерных мишеней для таких экспериментов возникает ряд специфических требований [79, 91, 100], диктуемых физическими особенностями процесса и характеристиками диагностических средств. Толщина мишени определяется отсутствием искажающих волн разгрузки в момент окончания лазерного импульса и малым влиянием «нетепловых» электронов, возникающих в зоне резонансного поглощения лазерного излучения. Диаметр мишени выбирается из условий получения достаточно высокой интенсивности излучения и отсутствия боковых волн разгрузки. Кроме того, размер мишени должен быть достаточно мал, либо необходимо использовать специальные экраны для уменьшения роли поверхностных токов из разогретой плазмы. При этом значительными преимуществами обладает коротковолновое лазерное излучение, благодаря большой эффективности его поглощения плазмой и меньшей роли нетепловых электронов.

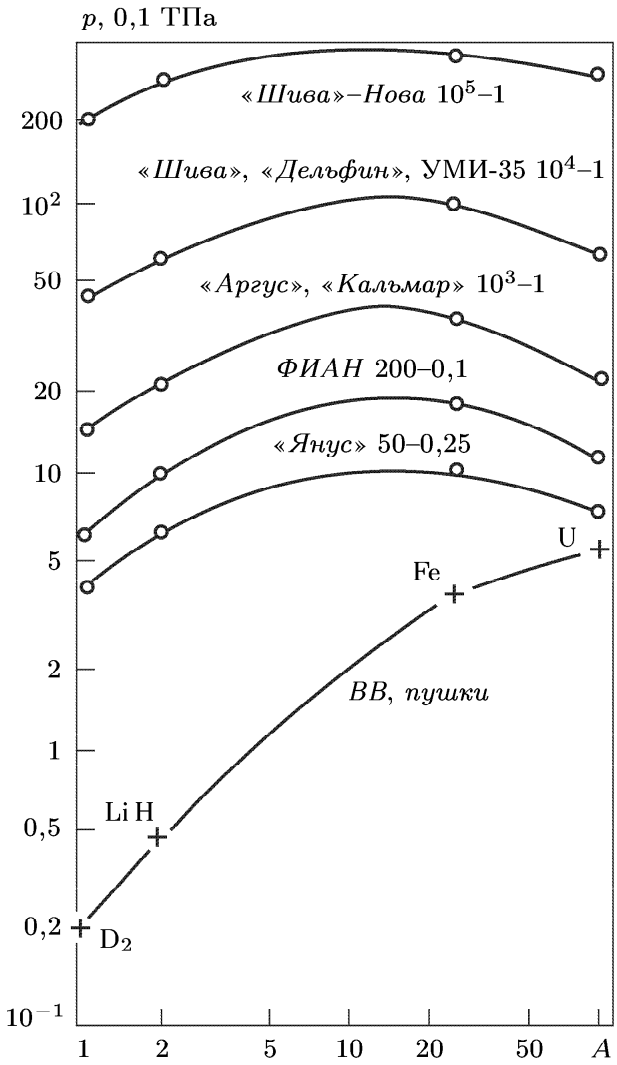


Рис. 3.22. Максимальные давления плазмы [78], генерируемые различными лазерными системами (первая цифра — энергия в джоулях, вторая — время импульса в 10^{-9} с), нижняя кривая — доступные для техники химических ВВ и легкогазовых пушек параметры, A — атомный номер элемента мишени

Первые опыты по возбуждению ударных волн в водороде и плексигласе были выполнены с маломощным неодимовым лазером [101] с энергией $E \sim 12$ Дж, длительностью импульса $\tau \sim 5 \cdot 10^{-9}$ с. Ввиду малого размера фокального пятна (40 мкм) ударные волны быстро затухали и вырождались в сферические. Для получения плоских ударных волн в [102] использовалась более мощная лазерная система: $E \sim 30$ Дж, $\tau \sim 0{,}3 \cdot 10^{-9}$ с. Измерения времени прохождения ударной волной ступенчатого алюминиевого образца позволили зарегистрировать скорости фронта ударной волны равные или порядка 13 км·с$^{-1}$, соответствующие давлению $\sim 0{,}2$ ТПа. Эти давления были увеличены [103] на порядок путем использования лазера с повышенными пара-

метрами, $E \sim 100$ Дж, $\tau \sim 0{,}3 \cdot 10^{-9}$ с, создающего на мишени интенсивность излучения в $8 \cdot 10^{14}$–$3 \cdot 10^{13}$ Вт·см$^{-2}$ (рис. 3.23). Здесь была использована мишень малого диаметра, уменьшающая, по мнению авторов, влияние поверхностных токов, и впервые в лазерных опытах получено соответствие теории и эксперимента [104, 105]. Давления $p \sim 3{,}5$ МПа получены на лазерной установке «Шива» [106] при облучении световым потоком с плотностью мощности $J \sim 3 \cdot 10^{15}$ Вт·см$^{-2}$ составной мишени из алюминия и золота. В последующих работах [107] 10 лучей этой установки (энергия около 1 кДж, длительность импульса порядка 3 нс) разгоняли десятимикронную углеродную фольгу толщиной 10 мкм до скорости $\sim$ 100 км/с, что создавало при ударе об углеродную мишень ударную волну с амплитудным давлением около 2 ТПа. Тот же диапазон скоростей метания пластмассовых ударников был реализован в опытах с йодным лазером [108] при характерных плотностях мощности от 10^{12} до $6 \cdot 10^{15}$ Вт·см$^{-2}$.

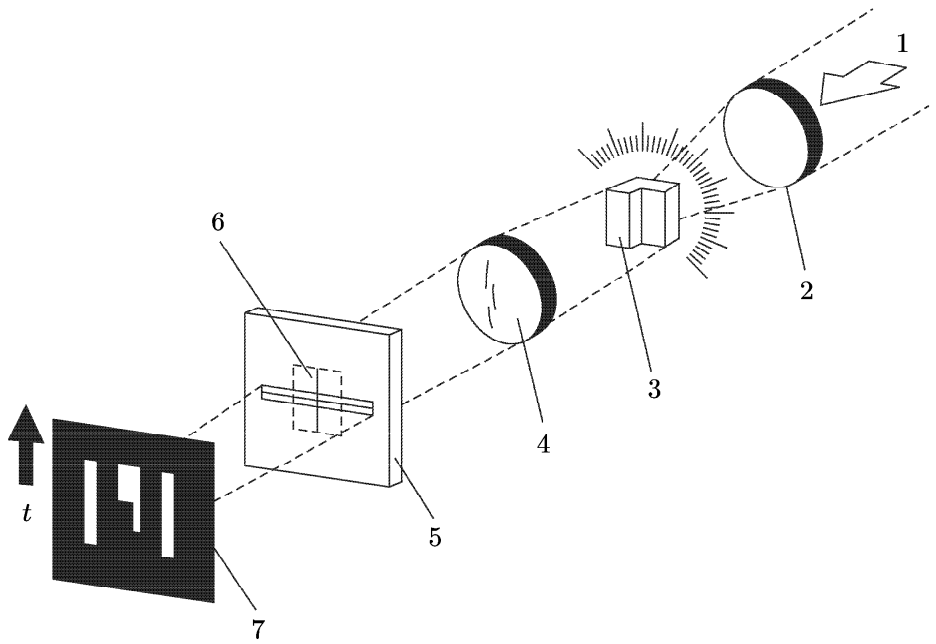


Рис. 3.23. Схема эксперимента по лазерной генерации мощных ударных волн [102]: 1 — лазерное излучение; 2 — фокусирующая линза; 3 — ступенчатая мишень; 4 — фокусировка изображения; 5 — входная щель фотоприемника; 6 — изображение мишени; 7 — развертка изображения

В опытах [102] для получения информации о массовой скорости движения плазмы использован метод «отражения», при котором осуществлялся переход ударной волны из алюминия ($p \sim 0{,}3$ ТПа) в золото ($p \sim 0{,}6$ ТПа). Применение CO_2-лазера установки «Янус» [104] дало давление ударных волн в алюминии $\sim 5 \cdot 10^{11}$ Па при плотности мощности на слоистой мишени $J \sim 5 \cdot 10^{13}$–$4 \cdot 10^{14}$ Вт·см$^{-2}$. В конструкцию этой мишени был введен слой золота толщиной 1 мкм для

поглощения нетепловых электронов, возникающих в плазме алюминиевого аблятора.

Пример использования нетепловых электронов для изохорного нагрева плазмы представлен в [109], где нетепловые электроны с энергией $E \sim 15$ кэВ вызывали быстрый нагрев и взрыв слоя алюминия толщиной 3 мкм, приводящего при своем расширении к генерации ударной волны с амплитудным давлением $\sim 1{,}3$ ТПа.

Рассмотрение физических процессов в лазерной плазме приводит к тому, что основным ограничением при генерации ударных волн в однородных мишенях является прогрев вещества высокоэнергетическими электронами, возникающими в зоне резонансного поглощения [91]. Поэтому применение коротковолнового излучения (полученного с применением нелинейных кристаллов или в лазерных системах на KrF, Se и т. п.) позволяет существенно увеличить диапазон достигаемых давлений. Так, в экспериментах [106] действие второй гармоники неодимового лазера ($\lambda \sim 0{,}52$ мкм) при $J \sim 1$–$1 \cdot 10^{14}$ Вт·см$^{-2}$ дало ударную волну в алюминиевой мишени с амплитудным давлением $\sim$ $\sim$ 1,0–1,2 ТПа, в то время как применение первой гармоники $\lambda \sim$ $\sim 1{,}06$ мкм дало бы вдвое меньшее давление. По этой причине в настоящее время эксперименты по лазерным ударным волнам стараются проводить именно с коротковолновым излучением [110–113]. В [113] четвертая ($\lambda \sim 0,26$ мкм) гармоника неодимового лазера генерировала в алюминиевой мишени ударно-волновое давление около 5 ТПа, которое удваивалось при переходе ударной волны из алюминия в золото. В этой серии экспериментов наибольшие давления ~ 15 ТПа были получены при ударе о мишень алюминиевой фольги толщиной 12 мкм.

Опыты с лазерными системами предъявляют чрезвычайно высокие требования к диагностической аппаратуре: временное и пространственное разрешение должны быть порядка 10^{-11} с и 10^{-4} см. Поэтому в настоящее время в большинстве лазерных опытов удается измерить только скорость ударной волны, в то время как для фиксации еще одного динамического параметра — скорости движения плазмы — рассматриваются самые разнообразные возможности: метод «преград» [102, 113], импульсная рентгенография [107, 112], доплеровский сдвиг уровней и т. п. (см. подробнее обзор [91]).

В [112] для изучения структурных свойств неидеальной плазмы исследовался метод импульсной рентгенографии разогретого до $T \sim 10^4$ К трехкратно сжатого алюминия сталкивающимися плоскими ударными волнами, для генерации которых применялась вторая гармоника неодимового лазера ($J \sim 2 \cdot 10^{13}$ Вт·см$^{-2}$). В качестве источника внешнего рентгеновского излучения использовалась облучаемая специальным лазером урановая мишень, а регистрация велась скоростным микрокристаллическим рентгеновским спектрометром. Выполненные эксперименты показали осцилляции в рентгеновских спектрах,

вызванные, по мнению авторов [112], появлением в плотной плазме ближнего порядка, обусловленного плазменным фазовым переходом.

Значительный интерес в опытах с лазерными ударными волнами представляет изучение физических эффектов при выходе ударных волн на свободную поверхность [9]. Так, в [110] при помощи скоростного ЭОП анализировалось эмиссионное оптическое излучение тыльной стороны алюминиевой мишени после прохождения по ней ударной волны с давлением $\sim$ 0,03–1,2 ТПа. Интенсивность этого излучения была затем сопоставлена с температурой ударного сжатия в рамках, впрочем, чрезмерно упрощенной модели. Для сходных физических условий был измерен коэффициент отражения лазерного излучения длиной волны $\lambda \sim 0{,}57$ мкм от адиабатически расширяющейся плазмы [101], что дало информацию о высокочастотной электропроводности неидеальной плазмы высокой плотности $\rho \lesssim 1$ г·см$^{-3}$.

Созданные для целей управляемого термоядерного синтеза и решения прикладных задач мощные (около 10^{14} Вт) импульсные генераторы релятивистских электронов и ионов [107, 108] позволяют фокусировать высокоинтенсивные пучки в области размером в несколько миллиметров. Вкладываемые таким образом удельные мощности $\sim 10^{14}$–10^{18} Вт·см$^{-2}$ вызывают испарение и разлет внешней части мишени, приводя к абляционной генерации мощных ударных волн.

Принимая те же, что и при лазерном воздействии, требования [15] к одномерности и квазистационарности течения плазмы в мишени и учитывая характерные пробеги электронов с энергией несколько мегаэлектрон-вольт в металлах толщиной 0,1–1 мм, можно оценить амплитуды ударных волн в плазме на уровне терапаскалей [96]. Близкий диапазон давлений реализуется и при ионном способе возбуждения ударных волн [97], где фаза сжатия оказывается, однако, более короткой. В выполненных сейчас первых опытах по генерации ударных волн в металлах при помощи пучков релятивистских электронов [114–116] максимальные давления не превосходят 300 ГПа. Проведены фиксации скорости движения и временного профиля ударной волны, дающие информацию о прочностных свойствах материалов и параметров уравнения состояния.

Ряд экспериментов с ударными волнами был поставлен в целях выяснения роли аномального торможения («магнитный стоппинг») электронного пучка в конденсированных мишенях [115–117]. Это аномальное торможение, присущее интенсивным релятивистским электронным пучкам, объясняется удлинением траектории электронов в плазме в результате влияния собственного магнитного поля пучка и очень четко проявляется при прохождении пучка через тонкие металлические фольги [96]. Для выяснения этого эффекта в [115] для измерения групповой и фазовой скоростей ударных волн применялись разнообразные методики, включающие одномодовые кварцевые световоды, двухступенчатые мишени и мишени сложной конфигурации. На рис. 3.24 при-

ведены результаты измерения затухания массовой скорости плотной плазмы алюминия по мере удаления ударной волны от зоны энерговыделения. Сопоставление этих измерений с результатами одномерного (кривая 2) и двумерного (кривые 3 и 4) гидродинамических расчетов [115] указывает на применимость классического механизма энерговыделения (расчет методом Монте–Карло — 3) и незначительную роль «магнитного стоппинга» (кривая 4) для толстых мишеней.

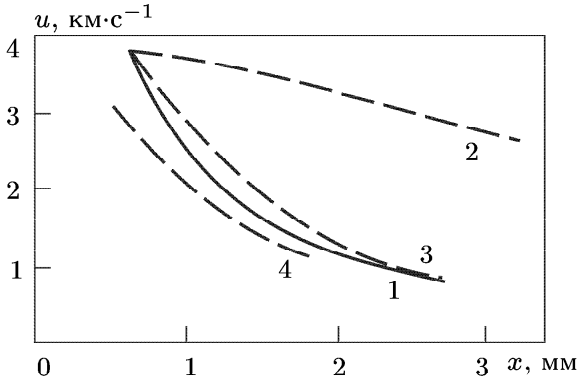


Рис. 3.24. Массовая скорость движения ударной волны, генерируемой сильноточным релятивистским электронным пучком: 1 — эксперимент [114]; 2 — одномерный расчет; 3 — двумерный расчет с классическим энерговыделением (расчет Монте–Карло); 4 — энерговыделение с учетом «магнитного стоппинга»

Интересными возможностями обладает метод абляционного ускорения фольг под действием рентгеновского излучения, возникающего при торможении релятивистского электронного пучка во внешней металлической части мишени. Таким образом, в конической мишени была получена скорость движения полиэтиленовой оболочки $5 \cdot 10^6$ см·с$^{-1}$ и зарегистрирован нейтронный выход D–D-реакции $\sim 3 \cdot 10^6$ нейтр./имп.

В последнее время наряду со ставшими традиционными методами импульсного управляемого термоядерного синтеза, возбуждаемого лазерным излучением или потоками заряженных частиц, все большее внимание уделяется схеме, использующей удар макроскопических лайнеров (массой $\sim$ 0,1 г), разогнанных до скоростей 10^8 см·с$^{-1}$ [118]. Ясно, что рассматриваемые для этих целей высокоскоростные метательные устройства, основанные на электродинамических методах ускорения, могут быть использованы для генерации сверхмощных ударных волн и исследования с их помощью свойств плазмы при экстремальных давлениях и температурах. В одной из схем магнитодинамического ускорителя сверхпроводящий ударник разгоняется в неоднородном магнитном поле, создаваемом катушками, включение которых синхронизируется с движением ударника, а в другой схеме ускорение ударника осуществляется серией схлопывающихся к оси симметрии z-пинчей [118].

Среди большого числа электродинамических ускорителей твердых тел наиболее разработанным в настоящее время является рельсотрон-

ный ускоритель [119, 120]. В этом устройстве (рис. 3.25) разгон ударника 1 осуществляется под действием пондеромоторной силы

$$F = \frac{1}{2} I^2 L,$$

при протекании по электродам 3 (линейная индуктивность L) электрического тока I. При этом ускоряющая сила F не должна превосходить пределов прочности материала ударника ($I < 1$ МА), а наилучший электрический контакт с рельсами обеспечивает горящая в тыльной части диэлектрического лайнера электрическая дуга 2, прижатая к нему магнитным полем. Работоспособность таких систем была продемонстрирована в опытах [119], где при питании рельсотрона индуктивным накопителем и гомополярным генератором (энергия 500 МДж) получены скорости $u \sim 6$ км·с$^{-1}$ ($m \sim 3$ г), и в [120], где использование батареи конденсаторов (энергия $\sim 0{,}8$ МДж) позволило получить близкие скорости метания.

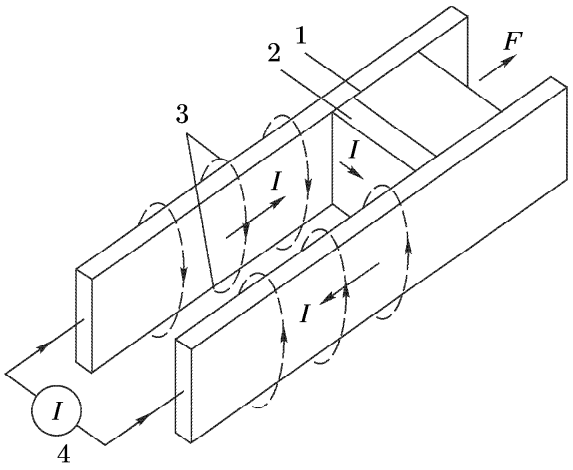


Рис. 3.25. Схема рельсотронного ускорителя [118, 119]: 1 — ударник; 2 — электрическая дуга; 3 — токопроводящие рельсы; 4 — источник питания; F — пондеромоторная сила

Интересным способом продвижения по шкале давлений является электрический взрыв проводников, возникающий при разряде на них мощной конденсаторной батареи (рис. 3.26). В [121] батарея конденсаторов емкостью $\sim 15{,}6$ мФ и напряжением 100 кВ сообщает тонкой алюминиевой фольге удельную энергию, превосходящую в 10–100 раз характерную внутреннюю энергию конденсированных ВВ. Расширяясь, фольга сообщает пластмассовому ударнику толщиной 300 мкм скорость до 30 км·с$^{-1}$ и танталовому ударнику толщиной 30 мкм скорость до ~ 10 км·с$^{-1}$. В условиях этого эксперимента выполняются регистрации скорости фронта ударной волны (ступенчатая мишень) и планируется измерение скорости полета ударника (лазерный интерферометр Фабри–Перо), что в соответствии с методом отражения

может дать количественную информацию о динамической сжимаемости исследуемой плазмы мегабарного диапазона. В настоящее время на этой установке выполнены эксперименты по фиксации ударной сжимаемости тантала при давлениях 190–780 ГПа, давшие результаты, которые находятся в соответствии с результатами экспериментов на двухступенчатых пушках.

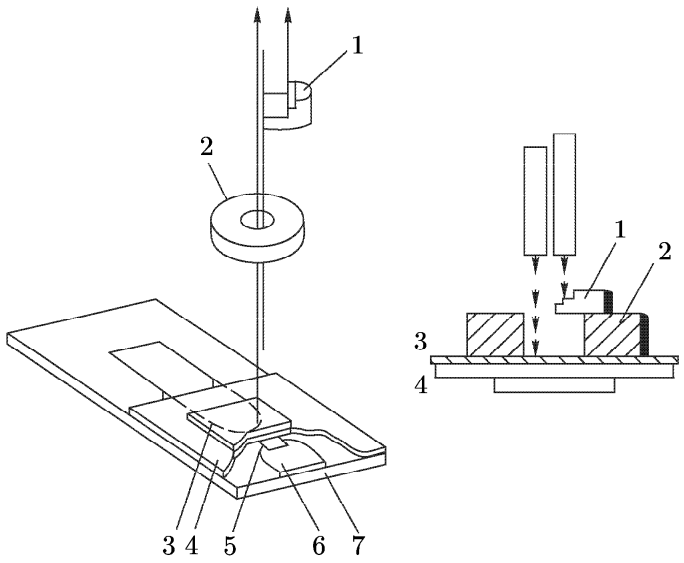


Рис. 3.26. Схема электровзрывной установки [121]: 1 — ступенчатая мишень; 2 — канал для движения ударника; 3 — метаемая пластина; 4 — пластиковая изоляционная прокладка; 5 — взрываемая фольга; 6 — токопроводящие шины; 7 — массивная подложка

Литература

1. *Фортов В.Е.* // УФН. 1982. Т. 138, № 3. С. 361–412.
2. *Альтшулер Л.В.* // УФН. 1965. Т. 85, № 2. С. 197–258.
3. *Кормер С.Б.* // УФН. 1968. Т. 94, № 4. С. 641–687.
4. *Минаев В.Н., Иванов А.Г.* // УФН. 1976. Т. 119, № 1. С. 75–109.
5. *Davison L., Graham R.A.* // Phys. Repts. 1979. Vol. 5, N 5. P. 256–270.
6. *Duvall G.E.* // Rev. Mod. Phys. 1977. Vol. 49, N 3. P. 525–540.
7. *Эбелинг В., Крефт В., Кремп Д.* Теория связанных состояний и ионизационного равновесия в плазме и твердом теле: Пер. с нем. — М.: Мир, 1979.
8. *Shaner J.W., Gathers G.R.* High Pressure Science and Technology / Ed. Timerhous K.D., Barber M.S. — N.Y.: Plenum, 1979. P. 847–867.
9. *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Наука, 1966.
10. *Альтшулер Л.В., Моисеев Б.П., Симаков Г.В. и др.* // ЖЭТФ. 1968. Т. 54, № 3. С. 785–789.
11. *Трунин Р.Ф., Подурец М.А., Симаков Г.В. и др.* // ЖЭТФ. 1972. Т. 62, № 3. С. 785–789.
12. *Трунин Р.Ф., Подурец М.А., Моисеев Б.Н. и др.* // ЖЭТФ. 1969. Т. 56, № 4. С. 1172–1174.
13. *Симоненко В.А., Волошин Н.П., Волков Л.П. и др.* // ЖЭТФ. 1985. Т. 88, № 4. С. 1452–1459.
14. *Аврорин Е.Н., Водолага Б.К., Волков Л.П. и др.* // ЖЭТФ. 1987. Т. 93, № 2. С.613–626.
15. *Владимиров А.С., Волошин Н.П., Симоненко В.А. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39, № 2. С. 69–72.
16. Research of Uranium Plasmas and their Technological Applications. Proc. of Sympos. Gainesvills / Eds. K. Thom, R.T. Schneider. — Wash.: NASA, 1971; 2^{nd} Symp. of Uranium plasmas, Atlanta. — Wash.: NASA, 1971.
17. *Анисимов С.И., Прохоров А.М., Фортов В.Е.* // УФН. 1983. Т. 134, № 4. С. 1000–1014.
18. *Киржниц Д.А.* // УФН. 1976. Т. 119, № 2. С. 357–369.
19. *Ломакин Б.Н., Фортов В.Е.* // ЖЭТФ. 1973. Т. 63, № 1. С. 42–60.
20. *Кунавин А.Г., Кириллин А.В., Коршунов Ю.С.* // ТВТ. 1974. Т. 12, № 6. С. 1302–1305.
21. *Lysne P.C., Hardesty D.R.* // J. Chem. Phys. 1973. Vol. 59, N 12. P. 6512–6523.
22. *Фортов В.Е.* // Физика горения и взрыва. 1972. № 8. С. 428–450.
23. *Фортов В.Е., Красников Ю.П.* // ЖЭТФ. 1970. Т. 59, № 6. С. 1945–1960.
24. *Фортов В.Е.* // ПМТФ. 1972. Т. 6, № 2. С. 156–166; *Фортов В.Е.* Горение и взрыв. — М.: Наука, 1972. С. 56–87.

25. *Бушман А.В., Ломакин Б.Н., Сеченов В.А. и др.* // ЖЭТФ. 1975. Т. 69, № 5. С. 1624–1633.
26. *Pfeifer P., Freyland W.F., Hensel F.* // Phys. Lett. A. 1973. Vol. 43, N 2. P. 111–112.
27. *Сеченов В.А., Сон Э.Е., Щекотов О.Е.* // ТВТ. 1977. Т. 15, № 2. С. 413–414.
28. *Ломакин Б.Н., Лопатин А.Д.* // ТВТ. 1983. Т. 21, № 1. С. 163–165.
29. *Рябинин Ю.Н.* Газы при больших плотностях и высоких температурах. — М.: Физматгиз, 1959.
30. *Волков В.А., Карасев А.Б., Ткаченко Б.К.* // ТВТ. 1978. Т. 16, № 2. С. 411–413.
31. *Ткаченко Б.К., Титаров С.И., Карасев А.Б. и др.* // Физика горения и взрыва. 1976. № 5. С. 763–780.
32. *Cristian R.H., Jarder F.L.* // J. Chem. Phys. 1955. Vol. 33. P. 2042–2054.
33. *Peal W.E.* // J. Appl. Phys. 1957. Vol. 28, N 7. P. 782–794.
34. *Цикулин М.А., Попов Е.Г.* Излучательные свойства ударных волн в газах. — М.: Наука, 1977.
35. *Грязнов В.К., Иосилевский И.Л., Фортов В.Е.* // ПМТФ. 1973. № 3. С. 70–76.
36. *Фортов В.Е., Иванов Ю.В., Дремин А.Н. и др.* // ЖЭТФ. 1975. Т. 69, № 4. С. 1624–1646.
37. *Беспалов В.Е., Грязнов В.К., Дремин А.Н. и др.* // ЖЭТФ. 1975. Т. 69, № 6. С. 2059–2066.
38. *Иванов Ю.В., Дремин А.Н., Минцев В.Б. и др.* // ЖЭТФ. 1976. Т. 71, № 1. С. 215–243.
39. *Минцев В.Б., Фортов В.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 30, № 7. С. 401–404.
40. *Модель И.Т.* // ЖЭТФ. 1957. Т. 32, № 4. С. 714–726.
41. *Беспалов В.Е., Дьячков Л.Г., Кобзев Г.А. и др.* // ТВТ. 1979. Т. 17, № 2. С. 266–274.
42. *Ebeling W., Fortov V., Forster A. et al.* // Thermophysical Properties of Hot Dence Plasmas. — Leipzig: AVG, 1991.
43. *Минцев В.Б., Грязнов В.К., Фортов В.Е.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 79, № 1. С. 116–124.
44. *Запорожец Ю.Б., Минцев В.Б., Фортов В.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 13, № 4. С. 204–207.
45. *Фортов В.Е., Леонтьев А.А., Грязнов В.К.* // ЖЭТФ. 1976. Т. 71, № 1. С. 225–236.
46. *Грязнов В.К., Жерноклетов М.В., Зубарев В.Н. и др.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 78, № 2. С. 573–585.
47. *Keeler R.N., Alder B.J.* // Physica. 1980. Vol. 21. P. 1658–1673.
48. *Nellis W.J., Ree F.H., Thiel M., Mitchell A.C.* // Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 48, N 12. P. 816–818.
49. *Ross M., Nellis W.J., Mitchell A.C.* // Chem. Phys. Lett. 1979. Vol. 68. P. 532–536.

50. *Nellis W.J.*, *Ross M.*, *Mitchell A.C. et al.* // Phys. Rev. A. 1983. Vol. 27, N 1. P. 608–611.
51. *Hess H.* Contrib. Plasma Phys. 1989. Vol. 29, N 4/5. P. 473–481.
52. *Беспалов В.Е.*, *Грязнов В.К.*, *Фортов В.Е.* // ЖЭТФ. 1979. Т. 76, № 1. С. 140–147.
53. *Киржниц Д.А.*, *Лозовик Ю.Е.*, *Шпатаковская Г.В.* // УФН. 1975. Т. 117, № 1. С. 3–47.
54. *Беспалов В.Е.*, *Кулиш М.И.*, *Фортов В.Е.* // ТВТ. 1986. Т. 24, № 5. С. 995–997.
55. *Ликальтер А.А.* // УФН. 2000. Т. 170, № 8. С. 831–853.
56. *Альтшулер Л.В.*, *Бушман А.Б.*, *Жерноклетов М.В. и др.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 78, № 2. С. 741–752.
57. *Фортов В.Е.*, *Дремин А.Н.*, *Леонтьев А.А. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1974. Т. 20, № 1. С. 30–33.
58. *Леонтьев А.А.*, *Фортов В.Е.*, *Дремин А.Н.* // Горение и взрыв. — М.: Наука, 1977. С. 515–521.
59. *Альтшулер Л.В.*, *Баканова А.А.*, *Бушман А.В. и др.* // ЖЭТФ. 1977. Т. 73, № 5. С. 1866–1872.
60. *Леонтьев А.А.*, *Фортов В.Е.* // ПМТФ. 1974. № 3. С. 162–167.
61. *Фортов В.Е.*, *Дремин А.Н.*, *Леонтьев А.А.* // ТВТ. 1975. Т. 13, № 5. С. 1072–1080.
62. *Фортов В.Е.*, *Леонтьев А.А.* // ТВТ. 1976. Т. 14, № 4. С. 711–718.
63. *Бушман А.В.*, *Фортов В.Е.* // УФН. 1983. Т. 140, № 2. С. 177–183.
64. *Кормер С.Б.*, *Фунтиков Л.И.*, *Урлин В.Д. и др.* // ЖЭТФ. 1962. Т. 42, № 3. С. 686–702.
65. *Кормер С.Б.*, *Урлин В.Д.*, *Попова Л.Т.* // Физика твердого тела. 1961. Т. 3, № 7. С. 2131–2141.
66. *Бушман А.В.*, *Глушак Б.Л.*, *Фортов В.Е. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 44, № 8. С. 375–377.
67. *Баданов О.В.*, *Беспалов В.Е.*, *Терновой В.А. и др.* // ТВТ. 1985. Т. 23, № 5. С. 976–982.
68. *Жарков А.Н.*, *Глушак Б.Л.*, *Фортов В.Е. и др.* // ЖЭТФ. 1989. Т. 96, № 4. С. 1301–1318.
69. *de Beaumont P.*, *Leygenie L.J.* // 5th Intern. Sympos. on Detonation. — Pasadena, 1970. P. 430–442.
70. *Hornung K.*, *Michel K.W.* // J. Chem. Phys. 1972. Vol. 56, N 5. P. 2072—2078.
71. *Kerley G.J.*, *Wise J.* Shock Waves in Condensed Matter. 1987 / Eds. Shmidt S.C., Holmes N.C. — N.Y.: Elsever, 1987. P. 155–158.
72. *Assay J.R.*, *Trucano T.G.*, *Chhabildas L.C.* // Ibid. P. 159–162.
73. *Агеев В.Г.*, *Бушман А.В.*, *Фортов В.Е. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1988. Т. 48, № 11. С. 608–611.
74. *Жерноклетов М.В.*, *Зубарев В.М.*, *Сутулов Ю.Н. и др.* // ПМТФ. 1984. № 1. С. 119–123.
75. *Фортов В.Е.*, *Дремин А.Н.* // Физика горения и взрыва. 1973. Т. 9. С. 743–781.

76. *Scidmore C., Morris E.* // Proc. Sympos. on Thermodynamics of Nuclear Materials. — Vienna: J.A.E.A., 1962. P. 173–216.

77. *Ikezi H., Schwarzenegger K., Simons A. et al.* // Phys. Rev. A. 1978. Vol. 18, N 6. P. 2494–2499.

78. *Hensel F.* // Ber. Bunsenges. Phys. Chem. 1971. Bd. 75, N 8. S. 847–851.

79. *Trainor R.J., Graboske M.C., Long K.S.* Rep. VCRL-52565, 80257, 82141.

80. *Neale F.E., Cusack N.E.* // J. Phys. F. 1979. Vol. 9. N 1. P. 85–92.

81. *Алексеев Ю.А., Ратников В.П., Рыбаков А.П.* // ПМТФ. 1971. № 2. С. 101–106.

82. *Бушман А.В., Красюк И.К., Фортов В.Е. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39, № 8. С. 341–343.

83. *Забабахин Е.И.* Мсханика в СССР за 50 лст. — М.: Наука, 1970. С. 313.

84. *Бушман А.В., Глушак В.Л., Грязнов В.К. и др.* // Материалы VIII Всесоюзного симпозиума по горению и взрыву. — Черноголовка: РИСО ОИХФ, 1986. С. 123–126.

85. *Bushman A., Fortov V.* Thermophysics / Eds. Fortov V., Sheindlin A. — Harwood. Academic Publishing, N.Y. Vol. 1. P. 162–181.

86. Теплофизика и динамика интенсивных импульсных воздействий / *Бушман А.В., Канель Г.И., Ни А.Л. и др.* — Черноголовка: РИСО ОИХФ, 1988.

87. *Волков Л.П., Владимиров Н.П., Аврорин Е.Н. и др.* // Письма в ЖЭТФ. Т. 31, № 11. С. 623–627.

88. Мощные ударные волны и экстремальные состояния вещества / *Аврорин Е.Н., Водолага Б.К., Симоненко В.А. и др.* — М.: РИСО ИВТАН, 1990.

89. *Волков Л.П., Волош Н.П., Мангасаров Р.А. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 31, № 9. С. 546–548.

90. *Модель И.Ш., Нарожный А.Т.* // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 41, № 6. С. 270–272.

91. *Анисимов С.И., Прохоров А.М., Фортов В.Е.* // УФН. 1984. Т. 142, № 3. С. 395–406.

92. *Дюдерштадт Дж., Модес Г.* Инерционный управляемый синтез: Пер. с англ. — М.: Энергоатомиздат, 1985.

93. *Прохоров А.М., Анисимов С.И., Пашинин П.П.* // УФН. 1976. Т. 119, № 3. С. 401–424.

94. *Lepouter M.* Metall Ammoniac Solutions. — N.Y.: Acad. Prss, 1965.

95. *Shatzman E.* // Strongly Coupled Plasmas / Eds. Kalman A., Corini P. — N.Y.–London: Plenum Press, 1978. P. 409–425.

96. Применение сильноточных релятивистских электронных пучков в динамической физике высоких температур и давлений / *Акерман А.Ф., Демидов Б.А., Фортов В.Е. и др.* — Черноголовка: РИСО ОИХФ, 1986.

97. Численное моделирование воздействия мощных ионных пучков на металлические мишени / *Бушман А.В., Воробьев О.Ю., Фортов В.Е. и др.* — Черноголовка: РИСО ОИХФ, 1987.

98. *Iakubov I.T.* // Beitr. Plasma Phys. 1977. Bd. 17, N 4. S. 221–229.

99. *Gathers G.R., Shaner J.W., Hodson W.M.* // High Temper.–High Pressures. 1979. Vol. 11, N 5. P. 529–538.
100. *Hore R.M., Schwar H.J., Horal H.* // Laser Interaction and Related Plasma Phenomena. — N.Y.: Plenum, 1981. Vol. 5. P. 253–277.
101. *Van Kessel C.G.M., Sigel R.* // Phys. Rev. Lett. 1974. Vol. 33. N. 17. P. 1020–1023.
102. *Vessel L., Solem J.* // Phys. Rev. Lett. 1978. Vol. 40, N 21. P. 1391–1394.
103. *Trainor R.J., Shaner J.W., Auerbach J.M., Holmes N.C.* // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 42, N 17. P. 1154–1158.
104. *Holmes N.C., Trainor R.J.* // Phys. Rev. A. 1982. Vol. 25, N 1. P. 160–164.
105. *Gold Stone P.D., Benjamin R.F., Schaltz R.B.* // Phys. Lett. 1979. Vol. 38. P. 761.
106. *Trainor R.J., Holmes N.C., Anderson R.A.* // Shock Waves in Condensed Matter-081 / Eds. Nellis W.J., Seaman L., Grolham R.A. — N.Y.: North Holland, 1982. P. 145.
107. *Rosen M.D., Phillipson D.W.* Shock Waves in Condensed Matter-83 / Eds. Assay J.R., Graham R.A., Straub G.K. — N.Y.: Elsever, 1984. P. 323.
108. *Бондаренко Ю.А., Бурдонский И.Н., Гаврилов В.В. и др.* // ЖЭТФ. 1981. Т. 81, № 1. С. 170–179.
109. *Rennet J.S.* // Appl. Phys. Lett. 1981. Vol. 38, N 16. P. 226–230.
110. *Ng A., Parfeniuk D., DaSilva A.* // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54, N 24. P. 2604–2607.
111. *Ng A., Parfeniuk D., Celliers P. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 57, N 13. P. 1595–1598.
112. *Hall T.A., Djaamet A.* // Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 60, N 20. P. 2004–2307.
113. *Roman J.P., Cottete F.* // Physica. 1986. Vol. 139. P. 545–547.
114. *Демидов Б.А., Мартынов А.И., Рудаков Л.И. и др.* // ЖЭТФ. 1981. Т. 80, № 2. С. 738–741.
115. *Аккерман А.Ф., Бушман А.В., Фортов В.Е. и др.* // ЖЭТФ. 1986. Т. 91, № 5. С. 1762–1766.
116. *Perry F.C., Winder H.M.* // J. Appl. Phys. 1976. Vol. 47. P. 127–134.
117. *Боголюбский С.А., Герасимов Б.Л.* // Письма в ЖЭТФ. 1976. Т. 24, № 1. С. 202–206.
118. *Манзон Б.М.* // УФН. 1981. Т. 134, № 4. С. 611–614.
119. *Rashleigh S.C., Marshall R.A.* // J. Appl. Phys. 1978. Vol. 49. P. 2540–2542.
120. *Кондратенко М.М., Лебедев У.Ф., Фортов В.Е. и др.* // ТВТ. 1988. Т. 26, № 1. С. 159–164.
121. *Froschner K.F., Lee R.S.* // Shock Waves in Condensed Matter. — N.Y.: Elsever, 1984. P. 87–112.

Глава 4. ИОНИЗАЦИОННОЕ РАВНОВЕСИЕ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЫ

§ 4.1. Частично ионизованная плазма

4.1.1. Классическая низкотемпературная плазма. Рассмотрим не вырожденную низкотемпературную плазму, для которой выполняется неравенство

$$\beta \mathrm{Ry} \gg 1, \quad \mathrm{Ry} = me^4/2\hbar^2, \quad \beta = 1/kT, \tag{4.1}$$

где Ry — энергия ионизации атома водорода. Такая плазма является классической, поскольку (4.1) означает, что $e^2\beta \gg \lambda$. Величина $e^2\beta$ — средняя амплитуда рассеяния (длина Ландау), равная по порядку величины корню квадратному из среднего эффективного сечения рассеяния. Следовательно, система не только подчиняется классической статистике, $n_\mathrm{e}\lambda^3 \ll 1$, но и движение отдельных частиц в ней может быть описано в рамках классической механики.

С точки зрения рассматриваемых в данной книге проблем наибольший интерес представляет частично ионизованная плазма. Ее называют также трехкомпонентной, имея в виду атомы и оставшиеся несвязанными свободные электроны и ионы. Возникновение атомов в исходной электрон–ионной системе обусловлено взаимодействием электронов и ионов, которое, если $\beta\mathrm{Ry} \gg 1$, становится сильным уже при сравнительно малых плотностях. Результатом этого взаимодействия является образование связанных электрон–ионных пар, т. е. атомов.

Существенно, что электрон и ион, связанные в атоме, находятся на расстоянии порядка радиуса Бора a_0, который является наименьшим характерным размером в системе: $a_0 \ll n^{-1/3}$, $a_0 \ll e^2\beta$, $a_0 \ll \lambda$. Поэтому электрон и ион, составляющие атом, экранируют друг друга так, что с хорошей точностью взаимодействием таких пар с окружающими частицами вообще можно пренебречь.

4.1.2. Трехкомпонентная электрон–ион–атомная плазма. Концентрации компонентов связаны условием ионизационного равновесия. Запишем это условие — уравнение Саха и первые поправки к нему. Это может быть сделано в рамках второго вириального приближения к исходной электрон–ионной системе.

Вторая вириальная поправка к термодинамическому потенциалу Гиббса электрон–ионной системы $\beta\Delta\Omega$ имеет вид [1, 2]

$$-\beta\Delta\Omega = \frac{1}{2}\sum_{i,j}\xi_i\xi_j\left(\frac{2\pi\hbar^2\beta}{m_{ij}}\right)^{3/2}[Z_{ij}(e^2) - Z_{ij}(0)],$$
$$Z_{ij} = \frac{1}{g_i g_j}\sum_{\nu} e^{-\beta E_{ij\nu}}, \tag{4.2}$$

где ξ_i, ξ_j — активности ионов и электронов:

$$\xi_i = e^{\beta\mu_i}\left(\frac{M}{2\pi\hbar^2\beta}\right)^{3/2}\cdot g_i, \quad \xi_j = e^{\beta\mu_j}\left(\frac{m}{2\pi\hbar^2\beta}\right)^{3/2}\cdot g_j.$$

Здесь μ_j, μ_i, g_j, g_i, m, M — их химические потенциалы, статистические веса и массы; m_{ij} — приведенные массы; ν — квантовые числа относительного движения i- и j-частиц; $E_{ij\nu}$ — соответствующие энергии непрерывного и дискретного спектра.

Удерживая в (4.2) самый главный член в условиях, когда $\beta\mathrm{Ry} \gg 1$, записываем $\beta\Delta\Omega$ в виде

$$-\beta\Delta\Omega = \xi_\mathrm{i} + \xi_\mathrm{e} + \xi_\mathrm{i}\xi_\mathrm{e}(2\pi\hbar^2\beta/m_\mathrm{ei})^{3/2}(g_\mathrm{a}/g_\mathrm{i}g_\mathrm{e})\exp(\beta E_1). \tag{4.3}$$

Здесь $m_\mathrm{ei} = mM(M+m)^{-1}$; g_a — статистический вес состояния с энергией E_1, $E_1 = \mathrm{Ry}$.

Переходим к трехкомпонентному описанию плазмы, вводя в рассмотрение атомы. Для этого определяем активность атомов следующим выражением:

$$\xi_\mathrm{a} = \exp(\beta\mu_\mathrm{a})[(M+m)/2\pi\hbar^2\beta]^{3/2}g_\mathrm{a}\exp(\beta E_1)$$

и далее используем условие химического равновесия $\mu_\mathrm{a} = \mu_\mathrm{e} + \mu_\mathrm{i}$, где μ_a — химический потенциал новой частицы. Тогда вместо (4.3) получаем выражение

$$-\beta\Delta\Omega = \sum_j \xi_j, \tag{4.4}$$

описывающее трехкомпонентную идеальную плазму ($j = \mathrm{e}, \mathrm{i}, \mathrm{a}$). Отсюда с помощью формул $n_j = \xi_j\dfrac{\partial}{\partial\xi_j}(-\beta\Delta\Omega)$ получаем плотности частиц, равные $n_j = \xi_j$, и далее — уравнение ионизационного равновесия — формулу Саха:

$$\frac{n_\mathrm{e}n_\mathrm{i}}{n_\mathrm{a}} = \frac{g_\mathrm{e}g_\mathrm{i}}{g_\mathrm{a}}\left(\frac{m_\mathrm{ie}}{2\pi\hbar^2\beta}\right)^{3/2}e^{-\beta\mathrm{Ry}}.$$

Поскольку атом и ион являются многоуровневыми системами, то g_i и g_a следует, естественно, заменить их внутренними статистическими суммами иона и атома Σ^+, Σ. Потенциал ионизации сложного атома I

отличается от Ry, а приведенная масса $m_{\mathrm{ei}} \cong m$. Окончательно уравнение Саха имеет вид

$$\frac{n_{\mathrm{e}} n_{\mathrm{i}}}{n_{\mathrm{a}}} = \frac{2\Sigma^{+}}{\Sigma} \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2\beta} \right)^{3/2} e^{-\beta I}, \tag{4.5}$$

где $\sum = \sum\limits_{k} g_{k\mathrm{a}} \exp(-\beta E_{k\mathrm{a}})$, $\sum^{+} = \sum\limits_{ki} g_{ki} \exp(-\beta E_{k\mathrm{i}})$. Суммы берутся по всем связанным состояниям атома (иона), $g_{k\mathrm{a}}$, $g_{k\mathrm{i}}$ и $E_{k\mathrm{a}}$, $E_{k\mathrm{i}}$ статистические веса и энергии связи k-х состояний атома и иона.

Трехкомпонентная модель в данном виде оказывается, однако, неудовлетворительной. Во-первых, не учтенная еще составляющая второго вириального коэффициента, обусловленная взаимодействием оставшихся свободными электронов и ионов, обращается в бесконечность. Во-вторых, расходятся статистические суммы по связанным состояниям. Это связано с дальнодействующим характером кулоновского потенциала.

4.1.3. Второй вириальный коэффициент и статистическая сумма атома. Обсудим причину расходимости второго вириального коэффициента, обусловленную взаимодействием свободных электронов и ионов на больших расстояниях:

$$T \sum_{k,j} \xi_k \xi_j \int r^2 dr (e^{-e_k e_j \beta / r} - 1) \sim T \sum_{k,j} \int (e_k e_j \beta)^2 dr/2,$$

где k, j принимают значения e, i. Она устраняется, если принять во внимание многочастичный характер взаимодействий. Для этого надо ограничить интегрирования расстоянием, меньшим длины Дебая r_{D}. В итоге получим дебай–хюккелевскую поправку $\Delta(\beta\Omega)_{\mathrm{D}}$:

$$\beta \Delta\Omega_{\mathrm{D}} = (12\pi)^{-1} (4\pi\beta e^2 \sum_{j} \xi_j)^{3/2}, \quad j = \mathrm{e}, \mathrm{i}. \tag{4.6}$$

Если учесть (4.6) при построении ионизационного равновесия, то к потенциалу ионизации в (4.5) возникает поправка [3]

$$\Delta I = -2kT \ln[1 + \Gamma\varphi(\Gamma)/2],$$

где $\Gamma = e^2/r_{\mathrm{D}} kT$ — дебаевский параметр взаимодействия; функция $\varphi(\Gamma)$ определяется уравнением $\Gamma = 2(1 - \varphi^2)/\varphi^3$. Таким образом, потенциал ионизации понижается.

Сумма по связанным состояниям

$$\sum = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \exp(-\beta E_k)$$

расходится при малых энергиях, которые водородоподобны, $E_k = -\mathrm{Ry} k^{-2}$, $g_k = k^2$. Эта расходимость, возникающая в дискретном

спектре, при правильном учете взаимодействия электронов и ионов компенсируется такой же расходимостью в непрерывном спектре [1, 4]. Вычислять нужно не $\sum\limits_{k=1}^{\infty} g_k \exp(-\beta E_k)$, а следующую величину:

$$\xi_{\mathrm{i}}\xi_{\mathrm{e}}\left\{\left(\frac{2\pi\hbar^2\beta}{m}\right)^{3/2}\sum_k g_k e^{-\beta E_k} - \int d\mathbf{r}\left[1+\frac{\beta e^2}{r}+\frac{1}{2}\left(\frac{\beta e^2}{r}\right)^2\right]\right\}.$$

Она возникает, если из электрон–ионной составляющей вириальной добавки вычесть ранее уже учтенные выражением (4.6) члены. Первый из них благодаря электронейтральности плазмы при получении (4.6) сократился, а второй уже дал вклад в (4.6). В результате интегрирования возникает новая (перенормированная) статистическая сумма, которую обозначим по-прежнему Σ, и некоторая добавка к ней. Итак,

$$\sum = \sum_{k=1}^{\infty} g_k[\exp(-\beta E_k) - 1 + \beta E_k]. \tag{4.7}$$

Видно, что $\sum$ сходится на энергиях $|E_k|$ порядка тепловых.

Вопрос о способе устранения расходимости долгое время обсуждался в литературе. Строгий результат был получен в [1]. Корректное изложение решения этой проблемы можно найти в [4–6]. Выражение (4.7) справедливо при условии, если достаточным является второе вириальное приближение. В этих условиях температура значительно превышает характерные энергии взаимодействия. В противном случае столь же корректное решение вопроса пока отсутствует.

Второй вириальный коэффициент плазмы вычислялся в целом ряде работ (см. [4–6] и цитированную там литературу). Кроме рассмотренных выше основных составляющих, он содержит члены, более высокие по плотности: $n^2 \ln n$ (этот член исчезает в симметричной плазме), n^2, $n^{5/2}\ln n$, $n^{5/2}$.

Квантовые поправки появляются в члене, квадратичном по плотности. Будучи пропорциональными λ/r_{D}, они невелики, так как $\lambda/r_{\mathrm{D}} \sim$ $\sim \gamma^{3/2}(\beta\mathrm{Ry})^{-1/2}$.

§ 4.2. Аномальные свойства плазмы металлов

Когда степень ионизации мала, плазменная неидеальность может приводить лишь к незначительным поправкам к термодинамическим свойствам вещества. Однако ее влияние на концентрацию свободных электронов может быть велико. Коэффициент электропроводности, например, изменяется на порядки величины и, в первую очередь, не из-за изменения подвижности носителей, а в результате изменения их числа. Далее мы изложим основные идеи теории, более подробное описание которой можно найти в [7, 8].

4.2.1. Аномальные свойства плазмы металлов. На рис. 4.1 представлены зависимости удельной электропроводности цезия от температуры во всем диапазоне давлений и температур, а на рис. 4.2 — данные по термоэдс. Обсудим их основные особенности.

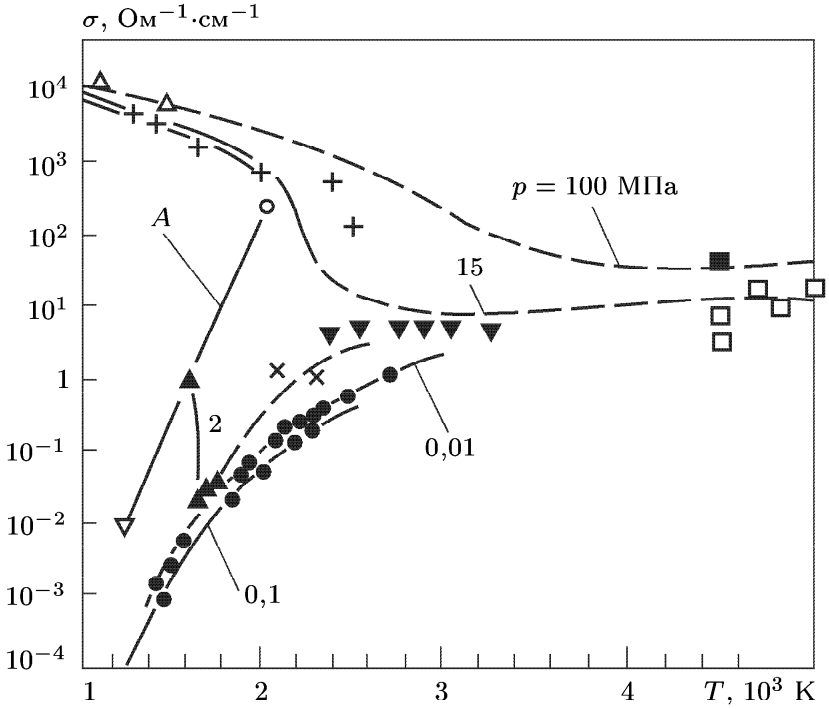


Рис. 4.1. Удельная электропроводность цезия. Результаты измерений на изобарах: • — p = 0,01 и 0,1 МПа [9]; ▲ — p = 2 МПа [10]; × — p = = 2 МПа [11]; ▼ — p = 2 МПа [12]; + — p = 15 МПа [13]; □ — p = = 15 МПа [14]; Δ — p = 100 МПа [15]; ■ — p = 100 МПа [13]; ∇ — p = 0,5 МПа [15]. Сплошные кривые проведены по точкам; штриховые — ориентировочно. Кривая сосуществования фаз — A [11]; ○ — окрестность критической точки [16]

При малых давлениях плазма может считаться идеальной, например, при p = 0,01 МПа $\ll p_c$. Поэтому при низких температурах электропроводность экспоненциально растет с ростом температуры, поскольку увеличивается концентрация электронов в соответствии с уравнением Саха, $n_e \sim \exp[-I/(2kT)]$. При высоких температурах степень ионизации становится большой и столкновения с ионами начинают преобладать над столкновениями с атомами. В этом случае электропроводность определяется формулой Спитцера. Она степенным образом зависит от T, $\sigma \sim T^{3/2}/\ln\Lambda$, где $\ln\Lambda$ — «кулоновский» логарифм.

Можно считать, что изобара p = 0,1 МПа разделяет области идеальной и неидеальной плазмы цезия. При меньших давлениях электропроводность растет с уменьшением p, $(d\sigma/dp)_T < 0$. При $p >$ 0,1 МПа, наоборот, σ увеличивается с ростом давления, $(d\sigma/dp)_T > 0$. При

больших давлениях, превышающих критическое, электропроводность монотонно меняется при нагреве и охлаждении. При переходе от жидкого металла к плазме электропроводность при нагревании уменьшается. Особенно резко уменьшается σ в районе $T \sim T_c$ при давлениях, соизмеримых с p_c, например, при $p = 15$ МПа. Происходит переход металл–диэлектрик, в результате которого возникает неидеальная плазма. Значения σ при нагревании проходят через минимум. При дальнейшем повышении температуры, приводящим к росту степени ионизации, удельная электропроводность выходит на спитцеровскую зависимость.

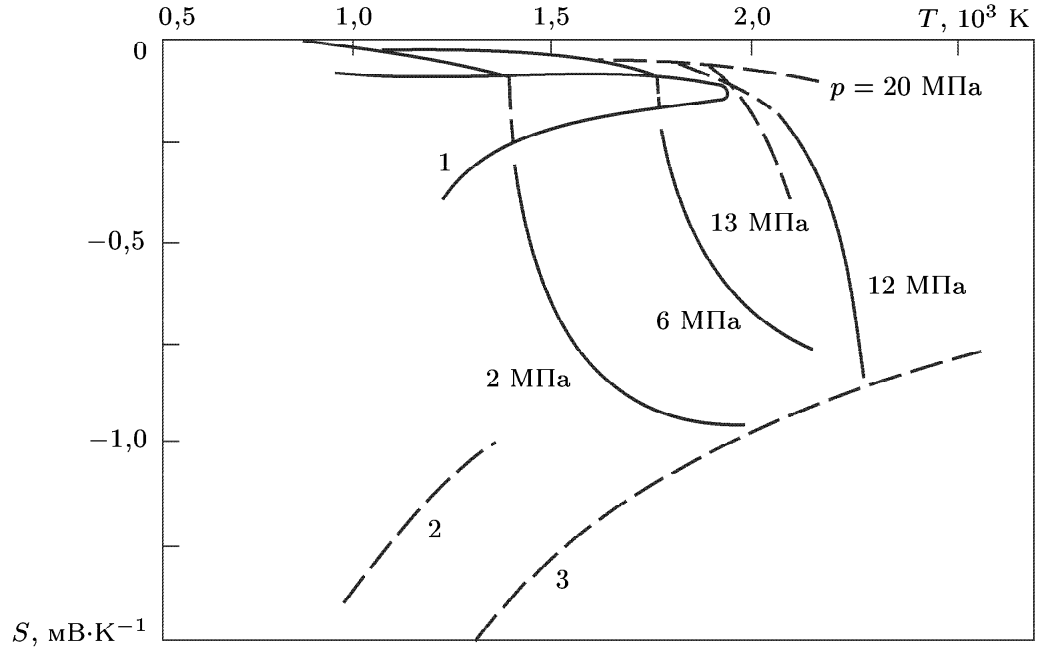


Рис. 4.2. Изобары термоэдс цезия: p равно 2 и 6 МПа [17]; $p = 12$ МПа [10]; p равно 13 и 20 МПа [18]: 1 — термоэдс на кривой сосуществования фаз; 2 и 3 — предельные зависимости (6.37) и (6.38) соответственно

При больших T, рано или поздно, все изобары выходят на спитцеровские значения σ_{Sp} (см. гл. 6), поскольку при сильном нагреве неидеальность уменьшается. Значения σ_{Sp} весьма слабо (через кулоновский логарифм) зависят от p.

Наиболее любопытна зависимость $\sigma(T)$ при $p < p_c$. При $p = 2$ МПа изобара имеет общие черты как с докритическими изобарами, $p \ll p_c$, так и со сверхкритическими. В насыщенном паре σ принимает аномально высокие значения (см. рис. 2.10). Они на пять–шесть порядков превышают результаты обычных идеально-газовых оценок. Однако небольшое увеличение температуры приводит к резкому падению σ. При некотором значении температуры электропроводность при нагреве проходит по изобаре через минимум, а затем начинает возрастать, стремясь к спитцеровским значениям.

Переходим к обсуждению термоэдс цезия, S (рис. 4.2). В идеальной слабоионизованной плазме значения термоэдс очень слабо зависят от p. Они близки к $S = -I/(2eT)$, т. е. монотонно возрастают при нагреве. При высоких температурах все изобары S должны выходить на эти значения, поскольку при сильном нагреве плазма становится идеальной.

Изобары термоэдс начиная со значений, характерных для жидкого металла, при нагреве резко падают (рис. 4.2). В области неидеальной плазмы значения термоэдс проходят через минимум, выходя при дальнейшем нагреве на зависимость $[-I/(2eT)]$.

Таким образом, при измерениях электропроводности и термоэдс неидеальной плазмы цезия были получены результаты, не укладывающиеся в привычные для физики плазмы рамки идеальногазового приближения. Равным образом неприменимо успешно работающее в теории жидкометаллического состояния приближение «почти свободных» электронов.

4.2.2. Снижение потенциала ионизации. Удельная электропроводность на закритических изобарах падает на порядки при небольшом увеличении температуры. В этих условиях можно говорить об экспоненциальной зависимости электропроводности от плотности (рис. 4.3). Она были интерпретирована в [21, 22] как результат роста концентрации электронов, обусловленного снижением потенциала ионизации.

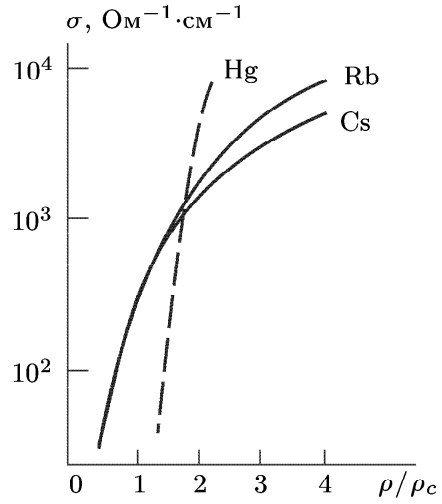


Рис. 4.3. Изотермы удельной электропроводности цезия, рубидия и ртути, $T = 1{,}025\,T_c$ [19, 20]

Снижение потенциала ионизации ΔI является суммой двух величин: $\Delta I = \Delta I_1 + \Delta I_2$. Во-первых, вследствие сильного поляризационного взаимодействия с нейтральными атомами энергия свободного электрона уменьшается на $\Delta I_1 = n_a \hbar^2 \sqrt{\pi q}/2m$. Здесь q — полное сечение рассеяния электрона на атоме; n_a — концентрация атомов [см. (1.12)]. Во-вторых, энергия иона в газе также уменьшается на $\Delta I_2 = 2\pi n_a \alpha e^2/r_a$, вследствие поляризации соседних атомов [см. (1.10)]. Снижение потенциала ионизации приводит к экспоненциальному увеличению концентрации электронов с ростом плотности (в этом разделе берется абсолютное значение ΔI). Уравнение Саха дает

$$n_e \sim \exp[-I_m/(2kT)], \quad I_m = I - \Delta I_1 - \Delta I_2. \tag{4.8}$$

Предположим, что подвижность электрона мало изменяется при увеличении плотности. Тогда удельная электропроводность, следуя за изменением n_{e}, экспоненциально возрастает с ростом плотности:

$$\sigma \sim \exp[-(I/2kT) + (n_{\mathrm{a}}/n_{\mathrm{a}}^*)]. \tag{4.9}$$

Здесь n_{a}^* — плотность, начиная с которой это возрастание становится сильным. Из приведенных формул получаем для n_{a}^* следующее выражение:

$$(n_{\mathrm{a}}^*)^{-1} = (2mkTh^2/\sqrt{\pi q})^{-1} + (kTr_{\mathrm{a}}/2\pi\alpha e^2)^{-1}. \tag{4.10}$$

Расчетное значение n_{a}^* (4.10) хорошо согласуется с экспериментальным: $n_{\mathrm{a}}^* \approx 1{,}7 \cdot 10^{20}$ см$^{-3}$ ($\alpha = 400\, a_0^3$, $r_{\mathrm{a}} = 5a_0$, $q = 2 \cdot 10^{-13}$ см^2). Авторы [23] и [24] независимо пришли к тем же выводам.

Следует отметить, что приближение среднего поля, использованное в этих работах при вычислении ΔI, пренебрегает корреляцией атомов в окрестности заряженных частиц. Это справедливо, если глубина потенциала взаимодействия заряд–нейтральная частица g невелика. Однако на самом деле значения g/kT значительно превосходят единицу. Для оценки в качестве g можно взять D_2^+ (энергию связи ионов Cs_2^+ или Hg_2^+) или глубину поляризационной ямы $\alpha e^2/(2r_{\mathrm{a}}^4)$. Не трудно убедиться, что корреляция существенна.

4.2.3. Заряженные кластеры. Выше уже говорилось о необходимости учета корреляции атомов вокруг заряженных частиц. Действительно, в плотной среде состояние заряженных частиц претерпевает радикальные изменения. Благодаря силам притяжения, действующим между заряженными и нейтральными частицами, образуются заряженные кластеры. Кластеры стабилизируются наличием на них заряда. Строение кластеров сильно зависит от степени неидеальности. Проследим за изменением структуры кластера в паре при нагреве на изобаре. На линии насыщения ($T = T_{\mathrm{s}}$) — это заряженные капельки. При температуре несколько большей T_{s} — это менее плотные образования, которые уже нельзя считать жидкими, но которые по-прежнему находятся в динамическом равновесии с паром. При заметно больших температурах — это кластерные ионы, содержащие несколько атомов и связанные поляризационными силами. Наконец, в слабонеидеальной плазме кластерные ионы диссоциируют и остаются обычными молекулярными ионами. Существование кластеров может сильно влиять на свойства вещества. Например, в насыщенных парах цезия термоэмиссия электронов из капелек повышает степень ионизации и удельную электропроводность плазмы на порядки. Это является причиной аномально высокой электропроводности высокотемпературных паров металлов вблизи линии насыщения.

Кластеры и подобные им частицы наблюдались в различных температурных диапазонах во многих газах и жидкостях, обзор этих явлений дан в [25–27]. Ниже, следуя обзору [28], обсудим ионизационное равновесие в плазме паров металлов.

Начнем с простейшего случая. Рассмотрим плазму, состоящую из электронов, атомов A, простых ионов A^+ и молекулярных A_2^+. Плотность электронов определяется уравнением Саха,

$$n^+ n_e / n_a \sim \lambda_e^{-3} \exp(-\beta I), \tag{4.11}$$

и условием электронейтральности:

$$n^+ + n_2^+ = n_e. \tag{4.12}$$

Концентрация молекулярного иона A_2^+ дается уравнением

$$n^+ n_a / n_2^+ \sim \lambda_a^{-3} \exp(-\beta D_2^+). \tag{4.13}$$

В уравнениях (4.11)–(4.13) n^+, n_e, n_a, n_2^+ означают концентрации простых ионов, электронов, атомов и молекулярных ионов; λ_e, λ_a тепловые длины волны электрона и атома; D_2^+ энергия связи атома в ионе A_2^+. Пусть степень ионизации мала. Тогда, исключив n_2^+ и n^+ из (4.13) с помощью уравнений (4.11) и (4.12), получим

$$n_e^2 = n_a k_1 \exp(-\beta I)[1 + n_a k_2 \exp(\beta D_2^+)], \tag{4.14}$$

где k_1 — константа ионизационного равновесия, $A \rightleftarrows A^+ + e$; k_2 — константа диссоциационного равновесия, $A_2^+ \rightleftarrows A^+ + A$. Для цезия $k_2^{-1} = 1{,}45 \cdot 10^{21} T^{-1/2}$ см$^{-3}$, где T выражено в эВ, $D_2^+ \approx 0{,}7$ эВ. Из (4.14) следует, что учет молекулярных ионов привел к сдвигу ионизационного равновесия в сторону увеличения концентрации электронов. Чем больше энергия диссоциации молекулярного иона, тем этот сдвиг сильнее. В условиях, когда $T = 1400$ K, $n_a = 10^{20}$ см^3 (вблизи точки насыщения цезиевых паров при $p = 2$ МПа), учет ионов Cs_2^+ дает рост n_e примерно в 5 раз. Соответственно увеличивается электропроводность. Важная роль молекулярных ионов в щелочной плазме была подтверждена в [29] измерениями удельной электропроводности паров натрия вблизи линии насыщения.

При высоких давлениях и низких температурах учет иона Cs_2^+ оказывается недостаточным, поскольку в этих условиях $n_a k_2 \exp(D_2^+ \beta) \gg 1$. Это означает, что $n_2^+ \gg n^+$. Естественно поэтому ожидать присутствия в плазме заметного количества ионов Cs_3^+. Аналогично (4.13) для равновесия $A_3^+ \rightleftarrows A_2^+ + A$ имеем уравнение $n_3^+ = n_2^+ n_a k_3 \exp(\beta D_3^+)$. Учитывая эти ионы, для n_e^2 вместо (4.14) получаем

$$n_e^2 = n_a k_1 \exp(-\beta I)[1 + n_a k_2 \exp(\beta D_2^+) + n_a^2 k_2 k_3 \exp(\beta D_2^+ + \beta D_3^+)]. \tag{4.15}$$

Очевидно, что по мере учета образования все более сложных ионов, называемых кластерными, в квадратных скобках выражения (4.15) будут появляться последующие слагаемые. Если предположить, что $D_3^+ = D_2^+$ и $k_3 = k_2/2$, то первая часть (4.15) может рассматриваться как начало ряда, сворачивающего к экспоненте. Проводя такое суммирование, получаем [30]

$$n_e^2 = n_a k_1 \exp[-\beta I + n_a k_2 \exp(\beta D_2^+)]. \tag{4.16}$$

Одной из первых работ, в которой обсуждались тяжелые кластерные ионы и проводилось суммирование, аналогичное сделанному выше, была работа [31].

Процедура суммирования в (4.15) носит эвристический характер. Действительно, уже третий член ряда, вычисленный с учетом реальных значений D_3^+ и k_3, не соответствует третьему члену разложения экспоненты в ряд. Тем не менее, формула (4.16) отображает важные черты явления. Она описывает наличие на изобаре резкого температурного минимума концентрации свободных электронов и тем самым электропроводности. В самом деле, если $\sigma \sim n_e$, то

$$\sigma \approx \sigma_0 \exp[-\beta I/2 + (n_a k_2/2) \exp(\beta D_2^+)], \tag{4.17}$$

где σ_0 — некоторая константа. Положение минимума удельной электропроводности на изобаре приблизительно соответствует температуре

$$T_{\min} \approx D_2^+/k \left|\ln(n_a k_2 D_2^+/I)\right|.$$

Если $p = 2$ МПа, то в цезии $T_{\min} = 1500$ K, что неплохо согласуется с экспериментом. Возникновение минимума удельной электропроводности обусловлено конкуренцией диссоциации кластерных ионов и ионизации атомов.

4.2.4. Термодинамика многочастичных кластеров. По мере усиления неидеальности число частиц в кластере возрастает. Поэтому подойдем к образованию ионных кластеров с позиции макроскопической термодинамики. Поместим ион в газ со средней концентрацией атомов n_a и температурой T. За счет поляризационного притяжения плотность атомов вблизи иона возрастает. Если эта плотность достигнет определенной величины, то в окрестности иона в области $r < R$ произойдет фазовый переход пар–жидкость. Оценим значение R. В стационарном состоянии градиент давления пара в окрестности иона должен уравновешиваться силой притяжения атомов к иону:

$$(M/\rho) \operatorname{grad} p = -dV/dr, \tag{4.18}$$

где $V(r)$ — потенциал взаимодействия ион–атом; M — масса атома. Зная уравнение состояния пара, можно, интегрируя (4.18), найти распределение плотности $n_{\mathrm{a}}(r)$ в окрестности иона:

$$M \int_{p}^{p(r)} \rho^{-1}(p, T)\, dp = -V(r). \tag{4.19}$$

В идеальном газе (4.19) дает очевидный результат:

$$n_{\mathrm{a}}(r) = n_{\mathrm{a}} \exp[-\beta V(r)].$$

Вблизи линии насыщения существенно межатомное притяжение, $p = n_{\mathrm{a}} kT - a n_{\mathrm{a}}^2$, где a — соответствующий параметр уравнения Ван-дер-Ваальса. В этом случае уравнение (4.19) после интегрирования дает

$$n_{\mathrm{a}}(r) = n_{\mathrm{a}} \exp\{-\beta V(r) + 2\beta a n_{\mathrm{a}}[n_{\mathrm{a}}(r)/n_{\mathrm{a}} - 1]\}. \tag{4.20}$$

При $n_{\mathrm{a}} = 10^{20}$ см$^{-3}$, $T = 1400$ K на расстоянии от иона, равном $R = 17a_0$, плотность $n_{\mathrm{a}}(R)$ превышает среднюю плотность в 2 раза. Число частиц в капле вычисленного радиуса близко к 20. По мере увеличения числа атомов в комплексе, валентные электроны будут находиться на молекулярных орбиталях, охватывающих весь комплекс, и образовывать зону, ширина которой возрастает по мере присоединения очередного атома.

Свойства ионного кластера, содержащего несколько десятков частиц, близки к металлическим. При этом, конечно, до полного приобретения веществом кластера всех внутренних свойств большого образца металла может быть еще очень далеко [32]. При образовании равных чисел положительно и отрицательно заряженных кластеров аномальное повышение концентрации свободных электронов не наблюдалось бы. На самом деле взаимодействие электрон–атом слабее взаимодействия иона с атомом (хотя поляризационные асимптотики их одинаковы). Это проявляется уже в том, что энергия связи положительного иона D_2^+ заметно больше энергии связи отрицательного иона E. Для цезия $D_2^+ \approx 0{,}7$ эВ, $E = 0{,}47$ эВ, для ртути энергия связи иона $D_2^+ \approx 1$ эВ, а атомом ртути электрон вообще не связывается. Поэтому оказывается, что положительных ионных кластеров имеется в плазме значительно больше, чем отрицательных. Следовательно, в плазме возникает большое число свободных электронов. Электронные транспортные коэффициенты пропорциональны концентрации свободных электронов и поэтому чувствительны к соотношению между концентрациями положительно и отрицательно заряженных кластеров.

Выясним, каким образом возникновение ионных кластеров сдвигает ионизационное равновесие. Рассмотрим простую модель, следуя [25]. В ней учитываются ион–атомные взаимодействия и пренебрегается

межатомным и электрон–атомным взаимодействиями. Пусть F_0 — свободная энергия смеси идеальных газов электронов, ионов и атомов. Свободная энергия системы F, с учетом взаимодействия, меньше F_0 на kTn^+g, где g — число атомов в кластере. Его значение близко к избыточному числу атомов вокруг иона,

$$g = n_\mathrm{a} \int d\mathbf{r}[\exp(-\beta V) - 1].$$

Таким образом,

$$F = F_0 - kTn^+ n_\mathrm{a} \int d\mathbf{r}[\exp(-\beta V) - 1].$$

Варьируя F обычным образом по концентрациям частиц, принимающих участие в реакции ионизации, и учитывая квазинейтральность, получаем следующее уравнение ионизационного равновесия:

$$n_\mathrm{e}^2 = n_\mathrm{a} k_1 \exp\{-\beta I + n_\mathrm{a} \int d\mathbf{r}[\exp(-\beta V) - 1]\}. \qquad (4.21)$$

Уравнение (4.21) содержит экспоненциальную зависимость от плотности, что описывает возрастание n_e при сжатии. Очень важно наличие в экспоненте сильной зависимости от температуры $\Delta I = n_\mathrm{a} kT \int d\mathbf{r}[\exp(-\beta V) - 1]$. Потенциал $V(r)$ можно охарактеризовать двумя параметрами: сферой действия сил между ионом и атомом v_0 и глубиной потенциальной ямы q. При низких температурах основные зависимости воспроизводит простая формула, аналогичная обсуждавшейся ранее формуле (4.17),

$$\sigma = \sigma_0 \exp[-\beta I/2 + (n_\mathrm{a} v_0/2) \exp(\beta q)]. \qquad (4.22)$$

При малых давлениях малы и плотности n_a, поэтому удельная электропроводность монотонно возрастает при нагреве. При давлениях $p \sim p_\mathrm{c}$ неидеальность приводит к возникновению минимума удельной электропроводности на изобаре. Значение температуры в этом минимуме

$$T_\mathrm{min} = q/k[\ln(I/qn_\mathrm{a} v_0)]. \qquad (4.23)$$

Как и выше, примем для цезия $q = 0{,}7$ эВ. Радиус действия сил ион–атом примем равным $10a_0$ (это близко как к поляризационному радиусу $(\alpha e^2 \beta/2)^{1/4}$, так и к межъядерному расстоянию иона Cs_2^+). Тогда (4.23) даст $T_\mathrm{min} = 1700$ K для изобары 2 МПа, а для изобары 15 МПа — $T_\mathrm{min} = 2500$ K.

4.2.5. Фазовый переход пар–жидкость и металлизация. Из рассмотрения диаграмм на рис. 1.4, демонстрирующих области, в которых существует неидеальная плазма щелочных металлов и ртути, следует,

что эти области примыкают к высокотемпературной части двухфазной области.

Вопрос о том, как металлизация связана с фазовым переходом жидкость–пар, обсуждался еще Я.Б. Зельдовичем и Л.Д. Ландау [33]. Указывалось на две возможности — совпадение термодинамической критической точки с переходом металл–диэлектрик и потеря металличности уже в области жидкой фазы. Последнее, по-видимому, было обнаружено в экспериментах с ртутью [34, 35]. Температурный коэффициент электропроводности терял значения, характерные для металла при плотности $\rho \approx 9$ г·см$^{-3}$ (рис. 1.4), значительно превосходящей критическую плотность $\rho_c \sim 5{,}8$ г·см$^{-3}$ [34]. В интервале плотностей 4–6 г·см$^{-3}$, т. е. начиная от критической точки и ниже, газообразная ртуть обнаруживает типичные свойства полупроводника [34]. Проводимость падает много ниже минимальной металлической величины (хотя остается еще на 10 порядков величины выше, чем рассчитанная для идеального газа), а при постоянной плотности экспоненциально растет с увеличением температуры. Диэлектрическая проницаемость имеет значение от нескольких единиц до десяти, т. е. типична для полупроводников. В цезии, по-видимому, переход металл–диэлектрик осуществлялся в области критической плотности. На это указывают измерения удельной электропроводности [22, 38] и данные по магнитной восприимчивости [39].

Рисунок 4.3 демонстрирует зависимость электропроводности цезия, рубидия и ртути от плотности при температурах, немного превышающих критические. Имеется качественная разница в значениях коэффициента электропроводности ртути и щелочных металлов. При $\rho \approx \rho_c$ удельная электропроводность ртути (10^{-1} Ом$^{-1}$··см$^{-1}$) на три порядка меньше удельной электропроводности цезия и рубидия (200 Ом$^{-1}$·см$^{-1}$). Последнее значение соответствует уровню минимальной электропроводности металла по теории Мотта [40], а первое слишком низко. Это (наряду с данными по температурному коэффициенту электропроводности, по термоэдс и др.) позволило сделать следующий вывод. В ртути в окрестности критической точки фазовый переход подобен переходу в неметаллических средах, т. е. жидкая ртуть при высокой плотности существует в металлическом состоянии, а при более низкой — в слабопроводящем, полупроводниковом. Для цезия (равно как для калия и рубидия) переходы жидкость–газ и металл–диэлектрик совпадают.

Изотерма электропроводности ртути, представленная на рис. 4.4, дает ясное представление о характере перехода диэлектрик–металл. Область перехода растянута по плотности на порядок. Это указывает на то, что первый этап металлизации связан с наличием в плазме дальнодействующих сил, проявляющихся еще при умеренных плотностях. Таким взаимодействием является поляризационное взаимодействие

ионов и электронов с атомами. Много лет назад Герцфельд предложил критерий металлизации, обсуждавшийся у Я.И. Френкеля [41]. Потенциал ионизации — энергия связи электрона в атоме — в плотной среде, $I_{\text{m}} = I/\varepsilon$, уменьшается в макроскопической теории благодаря росту диэлектрической проницаемости ε. В соответствии с формулой Клаузиуса–Мосотти

$$\varepsilon = 1 + 4\pi n_{\text{a}}\alpha(1 - 4\pi\alpha n_{\text{a}}/3)^{-1}. \tag{4.24}$$

Если, увеличиваясь, плотность приближается к $3/(4\pi\alpha)$ (α — поляризуемость в газообразном состоянии), диэлектрическая проницаемость возрастает неограниченно, как это имеет место в случае металлов. При $n_{\text{a}} > 3/(4\pi\alpha)$ происходит спонтанная ионизация, т. е. переход электронов в свободное или, вернее, в коллективизированное состояние. Другими словами, если $n_{\text{a}} \geqslant 3/(4\pi\alpha)$, то вещество является металлом. Значение $3/(4\pi\alpha)$ для цезия составляет примерно $4{\cdot}10^{21}$ см$^{-3}$, для ртути $4 \cdot 10^{22}$ см$^{-3}$. Эти значения совпадают по порядку с наблюдаемыми плотностями перехода.

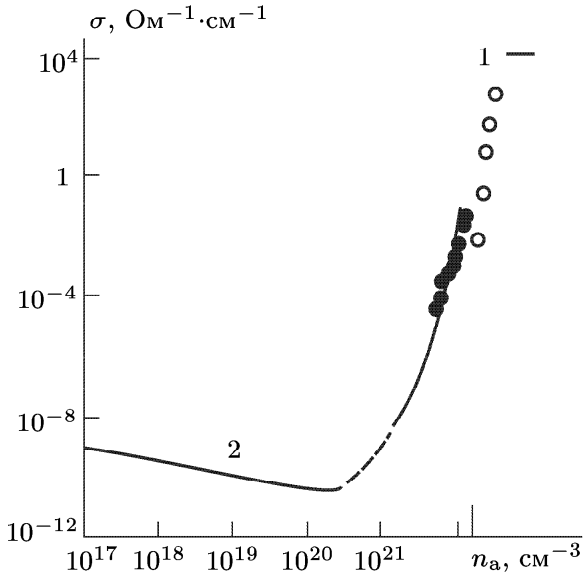


Рис. 4.4. Изотерма электропроводности ртути, $T = 1973$ K [25]. Результаты измерений: ○ — [35]; • — [34]; 1 — уровень электропроводности металла; 2 — электропроводность идеальной плазмы

Высокотемпературные пары ряда металлов вблизи линии насыщения неидеальны благодаря взаимодействиям заряд–нейтральная частица и заряд–заряд. Однако измерение p–ρ–T-зависимостей цезия и ртути, представленных на рис. 2.20, 2.21, не указывали явно на какие-либо особенности уравнения состояния, вызванные именно плазменными эффектами. Тем не менее было высказано предположение [42, 43], что в своей высокотемпературной области конденсация пара обусловлена, главным образом, плазменными эффектами. Критические пара-

метры цезия, представленные в табл. 4.1, оценены с использованием развитых в [6] методов описания неидеальности.

Таблица 4.1. Оценка критических параметров цезия различными методами [6]

	T_c, K	p_c, МПа	n_{ec}, см$^{-3}$
Эксперимент	1925	9,25	$1{,}7 \cdot 10^{21}$
Расчет [42]	2200	22,0	$1 \cdot 10^{21}$
Расчет [43]	2600	180,0	$3 \cdot 10^{21}$

По-видимому, приведенные выше соображения о природе фазового перехода в металлах справедливы. Тогда трудно ожидать, что при более высоких температурах плазменные взаимодействия еще раз приведут к расслоению фаз. Тем не менее интересная возможность нового «плазменного» фазового перехода дискутировалась в [46] (см. далее гл. 5).

§ 4.3. Снижение потенциала ионизации и кластерные ионы в слабонеидеальной плазме

В умеренно плотной плазме взаимодействие электронов и ионов с атомами и молекулами приводит к двум эффектам: снижению потенциала ионизации и образованию молекулярных ионов, а затем и более тяжелых — кластерных ионов. При умеренных температурах, наиболее ярко эти эффекты проявляются в плазме металлов. Ниже приводятся данные о молекулярных ионах щелочных металлов и рассматривается ионизационное равновесие в многокомпонентной смеси.

4.3.1. Взаимодействие между заряженными и нейтральными частицами. Первые поправки к свободной энергии системы F, обусловленные электрон–атомным и ион–атомным взаимодействиями, можно вычислить, если известны $B_{ae}(T)$ и $B_{ai}(T)$ вириальные коэффициенты этих взаимодействий:

$$F = F_0 - kTn_e n_a B_{ae} - kTn^+ n_a B_{ai}.$$

Рассмотрим сначала взаимодействие электрон–атом. Второй вириальный коэффициент $B_{ae}(T)$ следует вычислять по формуле Бэта и Юленбека [1]:

$$B = (2\sqrt{\pi}\lambda_e)^3 \left[\sum_n e^{-\beta E_n} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \sum_l (2l+1) \frac{d\delta_l}{dE} e^{-\beta E} dE \right] = B^d + B^c, \tag{4.25}$$

где $\lambda_e = \hbar(2mkT)^{-1/2}$ — тепловая длина волны электрона; δ_l — парциальная фаза рассеяния электрона на атоме; E_n — энергия связанных

состояний электрона с атомом. Суммы берутся по всем состояниям отрицательного иона и по всем моментам рассеяния. Набор фаз рассеяния позволяет определить эффект взаимодействия в непрерывном спектре, а энергии связи дают возможность найти вклад во второй вириальный коэффициент взаимодействия в дискретном спектре. Обсудим сначала взаимодействие в непрерывном спектре.

В рамках теории рассеяния в приближении эффективного радиуса взаимодействие электрона с атомом (молекулой) характеризуется всего лишь двумя параметрами — длиной рассеяния L и поляризуемостью α [48]. Если k — волновое число электрона, то

$$\delta_0(k) \cong -Lk - \pi\alpha k^2/(3a_0);$$

$$\delta_l(k) \cong \pi\alpha k^2[(2l+1)(2l+3)(2l-1)a_0]^{-1}, \quad l \geqslant 1.$$

Подставляя $\delta_l(k)$ в (4.25) и выполняя интегрирование и суммирование по l получаем вириальный коэффициент взаимодействия в непрерывном спектре $B^{\mathrm{c}} = -4\pi L\lambda_{\mathrm{e}}^2$ (в среде молекул, обладающих дипольным моментом, $B^{\mathrm{c}} = 2q(T)\hbar(2mkT)^{-1/2}$, где q — транспортное сечение рассеяния электрона на молекуле [49]). Эту величину следует подставить в выражение для свободной энергии плазмы: $F = F_0 - kTn_{\mathrm{e}}n_{\mathrm{a}}B^{\mathrm{c}}$, где F_0 — свободная энергия идеальной плазмы. Из этого выражения следует уравнение Саха с потенциалом ионизации атома в среде:

$$I_m = I + \Delta I, \quad \Delta I = 2\pi\hbar^2 Ln_{\mathrm{a}}/m.$$

Теория эффективного радиуса применима при выполнении условий

$$|L| \ll \lambda_{\mathrm{e}}, \quad \alpha/a_0 \ll \lambda_{\mathrm{e}}^2.$$

Это — область малых температур.

Длины рассеяния электронов на атомах инертного газа приведены в табл. 4.2, на атомах щелочных металлов в табл. 4.3.

Таблица 4.2. Длины рассеяния электронов на атомах инертных газов L, a_0

He	Ne	Ar	Kr	Xe	Литература
1,16	0,45	−1,63	−3,8	−6,8	[50]
1,12	0,14	−1,40	−3,1	−5,7	[51]

Таблица 4.3. Синглетная L_+ и триплетная L_- длины рассеяния электронов на атомах щелочных металлов, a_0 [52]

Длина рассеяния	Li	Na	K	Cs
L_+	3,65	4,23	0,45	4,04
L_-	−5,66	−5,91	−15	−25,3

При длине рассеяния L порядка $\pm a_0$ и $T = 2000$ K значение $|\Delta I| \geqslant kT$ лишь при $n_{\mathrm{a}} \geqslant 7{\cdot}10^{21}$ см$^{-3}$. Это может быть плотная плазма инертного газа с легкоионизуемой, например, щелочной присадкой.

Если $L = -10a_0$, то $|\beta\Delta I| \geqslant 1$ уже при $n_a \geqslant 10^{20}$ см$^{-3}$, $T = 2000$ К. Большие по абсолютному значению длины рассеяния принадлежат атомам щелочных металлов. Однако к ним по ряду других обстоятельств теория эффективного радиуса оказывается неприменима. Для вычислений необходим набор фаз δ_l. Воспользуемся расчетными величинами, полученными в [52, 53].

На рис. 4.5, представляющем собой диаграмму плотность–температура цезия, нанесены кривые $n_a B^d = 1$ и $n_a B^c = 1$. Эти кривые разграничивают области сильной и слабой неидеальности, обусловленные взаимодействием электрон–атом в дискретном и непрерывном спектрах. При низких температурах $B^d \gg B^c$. С ростом температуры различие между этими вириальными коэффициентами уменьшается. Выше было показано, что вклад в свободную энергию даваемый членом $kTn_e n_a B^c$ может быть интерпретирован как сдвиг границы непрерывного спектра или, иными словами, как уменьшение потенциала ионизации. В свою очередь, взаимодействие в дискретном спектре может быть учтено введением в состав плазмы отрицательных ионов. Эффект снижения потенциала ионизации проявляется как малая поправка и становится важным при высоких плотностях.

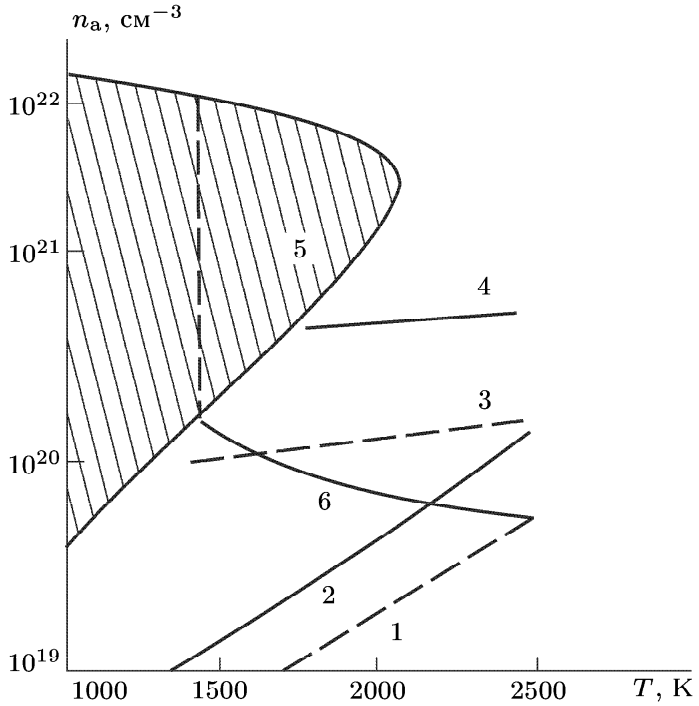


Рис. 4.5. Диаграмма плотность–температура цезия [25]: Кривые $n_a B^c = 1$ и $n_a B^d = 1$ для электрон–атомного взаимодействия — 1, 2; и для ион–атомного взаимодействия — 3, 4, соответственно; 5 — кривая сосуществования фаз пар–жидкость; 6 — изобара 2 МПа

Взаимодействие ион–атом в непрерывном спектре можно считать классическим. Поэтому можно воспользоваться квазиклассическим приближением для фаз рассеяния:

$$\delta_l(E) = \sqrt{M/\hbar^2} \int d\mathbf{r}[\sqrt{E - V(r) - \hbar^2 l^2/Mr^2} - \sqrt{E - \hbar^2 l^2/Mr^2}], \tag{4.26}$$

где $V(r)$ — потенциал взаимодействия ион–атом; E — энергия сталкивающихся частиц; M — масса иона. Подставив (4.26) в (4.25), заменим суммирование интегрированием. Интегрирование проводится в классически доступной области, где положительны подкоренные выражения в (4.26). При вычислении удобно сначала проинтегрировать по l, а затем по E. Получаем [54]:

$$B^{\mathrm{c}} = 4\pi \int_0^\infty r^2\, dr \left[e^{-\beta V} \frac{\Gamma(3/2, -\beta V)}{\Gamma(3/2)} - 1 \right], \tag{4.27}$$

$$\Gamma(3/2, -\beta V) = \int_{-\beta V}^\infty x^{1/2} e^{-x} dx, \quad \Gamma(3/2) = \sqrt{\pi}/2.$$

Это выражение напоминает классический вириальный коэффициент, но отличается от него множителем с Г-функциями. Это отличие возникает из-за выделения вклада связанных состояний — состояний двухатомных молекулярных ионов, которые дают вклад в B^{d}. Выражение для B^{d} сводится к константе диссоциационного равновесия реакции $\mathrm{A}_2^+ \rightleftarrows \mathrm{A}^+ + \mathrm{A}$:

$$B^{\mathrm{d}} = (2\sqrt{\pi}\lambda_{\mathrm{a}})^3 (\Sigma_2^+/\Sigma\Sigma^+) \exp(\beta D_2^+),$$

где Σ_2^+, Σ, Σ^+ — внутренние статистические суммы иона A_2^+, атома A и иона A^+; $\lambda_{\mathrm{a}} = \hbar(MkT)^{-1/2}$. Поскольку малые расстояния в (4.27) не дают большого вклада, то для $V(r)$ можно воспользоваться поляризационным потенциалом. Тогда [3]

$$B^{\mathrm{c}} = 4\pi C(\alpha e^2 \beta/2)^{3/4}, \quad C \approx 1{,}61.$$

На рис. 4.5 также нанесены кривые $n_{\mathrm{a}} B^{\mathrm{c}} = 1$ и $n_{\mathrm{a}} B^{\mathrm{d}} = 1$ для взаимодействия ион–атом. Неидеальность паров цезия по взаимодействию ион–атом возникает раньше, нежели по электрон–атомному взаимодействию.

Итак, в умеренно плотной плазме неидеальность по взаимодействию заряд–нейтральная частица проявляется в появлении в составе плазмы отрицательных ионов и положительных молекулярных ионов, а также в снижении потенциала ионизации на величину

$$\Delta I = 2\pi\hbar^2 L n_a/m - 4\pi C n_a kT(\alpha e^2/2kT)^{3/4}. \tag{4.28}$$

4.3.2. Молекулярные и кластерные ионы. Рассмотрим область, где $n_a B^d > 1$. Это означает, что концентрация молекулярных ионов A_2^+ превышает концентрацию атомарных ионов A^+. Иными словами, взаимодействие между ионами и атомами становится сильным. Необходимо учитывать более тяжелые ионы A_3^+. Можно ожидать, что с ростом плотности или при понижении температуры будут нарастать концентрации всё более тяжелых ионов.

Информация об энергиях связи и структуре молекулярных и кластерных ионов в последние годы стала интенсивно накапливаться [28, 55–57]. В табл. 4.4 приведены параметры щелочных двухатомных ионов A_2^+ и трехатомных ионов A_3^+, энергии диссоциации D_2^+, D_3^+ (для процессов $A_2^+ \to A^+ + A$, $A_3^+ \to A_2^+ + A$), равновесные межъядерные расстояния R_e и колебательные частоты ω_e, рекомендованные в [58]. В табл. 4.5 по данным ряда работ даны те же величины для ионов инертных газов.

Таблица 4.4. Параметры щелочных ионов A_2^+, A_3^+ [58]

Параметр	Li_2^+	Na_2^+	K_2^+	Rb_2^+	Cs_2^+
D_2^+, эВ	1,28	1,02	0,84	0,77	0,66
R_e, a_0	5,91	6,69	7,9	8,5	9,1
ω_e, $см^{-1}$	273	119	69	43	31

Параметр	Li_3^+	Na_3^+	K_3^+	Rb_3^+	Cs_3^+
D_3^+, эВ	1,37	1,12	0,95	0,88	0,79
R_e, a_0	5,67	6,48	7,94	8,76	9,40
ω_e, $см^{-1}$	342	149	86,7	53,7	39,4
	239	104	60,6	37,5	27,5

Таблица 4.5. Параметры молекулярных ионов инертных газов A_2^+, A_3^+

Параметр	He_2^+	Ar_2^+	Kr_2^+	Xe_2^+
D_2^+, эВ	2,23	1,33	1,15	1,03
R_e, 10^{-8} см	1,08	2,50	2,75	3,22
ω_e, $см^{-1}$	1627	300	160	123

Параметр	He_3^+	Ar_3^+	Kr_3^+	Xe_3^+
D_3^+, эВ	0,17	0,20	0,27	0,27
R_e, 10^{-8} см	—	2,67	2,97	3,47

В табл. 4.6 сопоставлены D_2 (энергии диссоциации молекул A_2), D_2^+, D_3^+ и q (теплота испарения металлов в расчете на один атом). Наиболее важным является то, что $D_2^+ > D_2$. Например, при $T = 1500$ K отношение n_2^+/n^+ для калия и цезия на порядок превышает отношение n_2/n. Известно, что концентрации димеров и тримеров в парах щелочных металлов малы. Несмотря на это, соответствующие молекулярные ионы могут играть важную роль в ионизационном равновесии.

Таблица 4.6. Энергии диссоциации и теплота испарения, эВ [25]

Атом	D_2	D_2^+	D_3^+	q
Li	1,03	1,28	1,37	1,69
Na	0,73	1,02	1,12	1,13
K	0,514	0,84	0,95	0,87
Rb	0,49	0,77	0,88	0,78
Cs	0,45	0,66	0,79	0,74

Выполнение соотношения $D_2^+ > D_2$ означает также, что энергия ионизации молекулы I (A_2) оказывается меньше энергии ионизации атома. В самом деле, из условия сохранения энергии в борновском цикле, $A_2 \to A_2^+ + e \to A^+ + A + e \to A + A \to A_2$, следует, что

$$I(A_2) = I(A) - (D_2^+ - D_2).$$

Другое важное обстоятельство, следующее из табл. 4.6, состоит в близости значений D_2^+, D_3^+, q. Близость этих значений дает основания полагать энергию отрыва атома от тяжелого иона почти постоянной. Поэтому, в первом приближении величина D_m^+ для более тяжелых ионов может считаться известной.

Очень важную информацию о тяжелых ионах A_m^+, дали эксперименты, в которых ионы A_m^+ возникали при прохождении молекулярного пучка через ионизационную камеру. На рис. 4.6 приведена принципиальная схема установки [59].

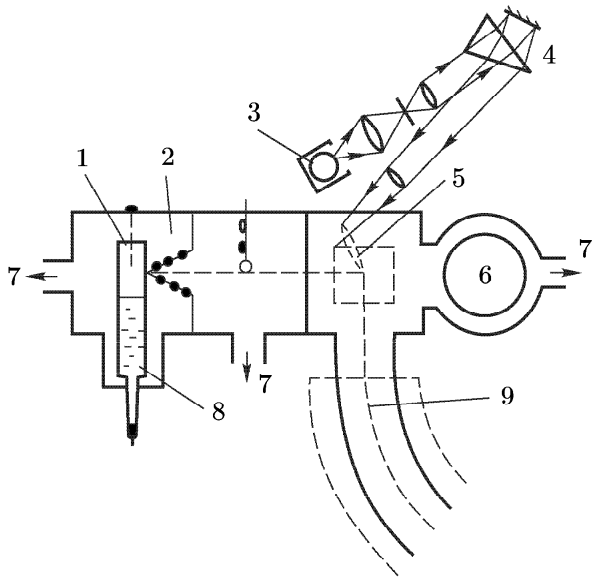


Рис. 4.6. Схема установки [59]: 1 — котел; 2 — нагреватель конуса; 3 — ксеноновая лампа; 4 — монохроматор; 5 — ионизационная камера; 6 — ловушка; 7 — откачка; 8 — жидкий металл; 9 — область магнитного поля

Котел 1 загружался жидким металлом 8. Источником паров металла служил нагреватель. Молекулярный пучок создавался в результате кнудсеновской эффузии через отверстие малого диаметра. С помощью диафрагм пучок коллимировался и попадал в ионизационную камеру 5. Источником УФ-излучения служила ксеноновая лампа высокого давления 3. Меняя длину волны излучения, выходящего из монохроматора 4, можно было измерить пороги фотоионизации. Возникающие ионы вытягивались в масс-спектрометр 9. В экспериментах [60] измерения для натрия были выполнены вплоть до $m = 14$, в [61] — до $m = 66$, а для калия — до $m = 34$. Результаты сведены в табл. 4.7. Аналогичные данные были получены для кластеров свинца, железа, никеля и алюминия (библиографию см. в [62]).

Таблица 4.7. Значения фотоионизационных порогов кластеров натрия и калия, эВ [59–61]

Кластер	I_m	Кластер	I_m	Кластер	I_m	Кластер	I_m
Na	5,15	Na_{11}	$3{,}8 \pm 0{,}1$	K	4,34	K_{15}	$3{,}21 \pm 0{,}10$
Na_2	$4{,}934 \pm 0{,}01$	Na_{12}	$3{,}6 \pm 0{,}1$	K_2	$4{,}05 \pm 0{,}05$	K_{20}	$3{,}23 \pm 0{,}10$
Na_3	$3{,}97 \pm 0{,}05$	Na_{13}	$3{,}6 \pm 0{,}1$	K_3	$3{,}3 \pm 0{,}1$	K_{28}	$3{,}05 \pm 0{,}10$
Na_4	$4{,}97 \pm 0{,}05$	Na_{14}	$3{,}5 \pm 0{,}1$	K_4	$3{,}6 \pm 0{,}1$	K_{34}	$3{,}01 \pm 0{,}10$
Na_5	$4{,}5 \pm 0{,}05$	Na_{15}	$3{,}7 \pm 0{,}1$	K_5	$3{,}4 \pm 0{,}1$		
Na_6	$4{,}12 \pm 0{,}05$	Na_{19}	$3{,}6 \pm 0{,}1$	K_6	$3{,}44 \pm 0{,}10$		
Na_7	$4{,}04 \pm 0{,}05$	Na_{35}	$3{,}4 \pm 0{,}1$	K_7	$3{,}40 \pm 0{,}10$		
Na_8	$4{,}10 \pm 0{,}05$	Na_{45}	$3{,}3 \pm 0{,}1$	K_8	$3{,}49 \pm 0{,}10$		
Na_9	$4{,}0 \pm 0{,}1$	Na_{55}	$3{,}3 \pm 0{,}1$	K_9	$3{,}40 \pm 0{,}10$		
Na_{10}	$3{,}9 \pm 0{,}1$	Na_{65}	$3{,}2 \pm 0{,}1$	K_{10}	$3{,}27 \pm 0{,}10$		

Обсудим зависимость измеренных потенциалов ионизации I_m от числа частиц m в комплексе при больших m. При $m \to \infty$ потенциал ионизации должен стремиться к работе выхода электрона из макроскопического образца металла. Хорошее описание результатов измерений дает простая макроскопическая модель. Можно допустить, что тяжелый ион представляет собой металлическую капельку радиусом R, который зависит от числа атомов m в капельке. Тогда потенциал ионизации I_m является работой выхода электрона из капли конечного радиуса $I(R)$. Она может быть связана с работой выхода электрона с плоской поверхности $I(\infty)$ (в пределе $R \to \infty$) следующим соотношением:

$$I(R) = I(\infty) + e^2/2R. \tag{4.29}$$

На рис. 4.7 построены зависимости I_m для натрия — экспериментальная и расчетная. Для этого использована связь радиуса капли с числом частиц в ней: $R = R_m m^{1/3}$, $R_m = R_{\text{inf}} \exp[-2k\gamma/(3R_m m^{1/3})]$, где R_{inf} — атомный радиус

в макроскопическом образце металла, k и γ — макроскопические сжимаемость и поверхностное натяжение. Учет поверхностного натяжения несколько уменьшает R_m для малых кластеров, что соответствует реальности.

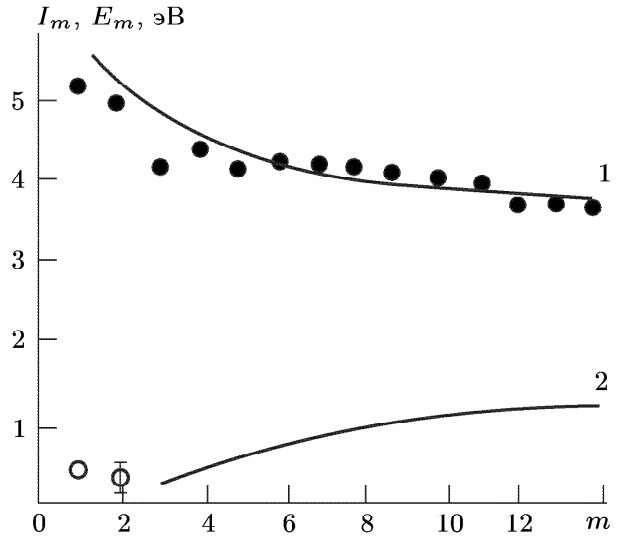


Рис. 4.7. Потенциал ионизации I_m (1) и электронное сродство E_m (2) кластеров натрия Na_m: •— эксперимент Na_m; ○ — Na^- и Na_2^-; кривые — расчет по формулам (4.29) и (4.30)

Результаты измерений не только указывают на хорошую стабильность тяжелых положительно заряженных кластерных ионов, но также дают некоторую информацию о их структуре. Она приближается, по-видимому, к жидкометаллической.

При малых m в зависимости I_m от m наблюдаются заметные колебания. Они неплохо описываются результатами довольно сложных квантово-механических расчетов, проведенных в ряде работ.

Если для щелочных и ряда других металлов ситуация представляется очень простой, то иначе обстоит дело для ртути. Как показывают измерения [62] (рис. 4.8), кластеры ртути металлизируются лишь при $m \gtrsim 70$. Возможно, что здесь, как и в ряде других ситуаций, проявилось то обстоятельство, что ртуть относится к «плохим» металлам (см. § 4.5).

Потенциал ионизации I_m и электрическое сродство E_m кластеров Al_m были измерены в [63] (см. также [64]).

Гораздо меньше экспериментальной информации об отрицательных щелочных комплексах A_m^-, хотя в ряде экспериментов в плазме газового разряда уверенно идентифицировались довольно тяжелые комплексы, в работе [65] — комплексы калия K_m^- до $m = 7$. Известно, что энергии связи электрона с атомом и молекулой существенно меньше, чем энергия связи положительного иона с теми же частицами. В табл. 4.8 даны параметры ионов A^-, A_2^-, A_3^-; E_1 и E_2 — энергии

сродства электрона к атому и молекуле; $D(A_2^-)$ — энергии диссоциации $A_2^- \rightleftarrows A^- + A$; $D(A_3^-)$ — энергии диссоциации $A_3^- \rightleftarrows A_2^- + A$; R_e и ν — межъядерные расстояния и колебательные частоты.

Таблица 4.8. Параметры отрицательных ионов щелочных металлов [58]

Параметр	Li	Na	K	Rb	Cs
E, эВ	0,620	0,548	0,501	0,486	0,470
E_2, эВ	0,55	0,49	0,45	0,43	0,42
$D_e(A_2^-)$, эВ	0,96	0,66	0,47	0,43	0,40
$R_e(A_2^-)$, a_0	6,1	7,2	8,9	9,8	10,5
$\nu(A_2^-)$, см$^{-1}$	213	92	63	38	28
$D_e(A_3^-)$, эВ	0,90	0,59	0,49	0,40	0,38
$R_e(A_3^-)$, a_0	11,2	13,2	16,3	18,2	19,3

Для энергий сродства электрона к тяжелому комплексу можно записать выражение, аналогичное (4.29):

$$E(R) = E(\infty) - e^2/2R. \tag{4.30}$$

Очевидно, что $E(\infty) = I(\infty) = A_e$, где A_e — работа выхода электрона из металла. Эта зависимость построена на рис. 4.7.

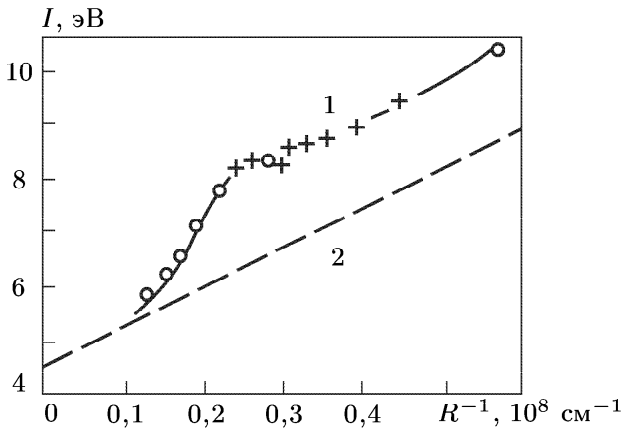


Рис. 4.8. Зависимость энергии ионизации кластеров ртути I от радиуса кластера R [62]: 1 — построена по экспериментальным точкам; 2 — расчет по формуле (4.29)

4.3.3. Ионизационное равновесие в плазме щелочных металлов. Для определения состава плазмы, образованной электронами (e), атомами (A), двухатомными молекулами (A_2), двух- и трехатомными по-

ложительно заряженными ионами (A_2^+, A_3^+) и двухатомными отрицательно заряженными ионами (A_2^-), рассмотрим следующие процессы:

$$\begin{aligned}
&e + A^+ \rightleftarrows A, && n_e n^+/n_a = k_1;\\
&e + A \rightleftarrows A^-, && n_e n_a/n^- = k_2;\\
&A + A \rightleftarrows A_2, && n_a^2/n_2 = k_3;\\
&A + A^+ \rightleftarrows A_2^+, && n_a n^+/n_2^+ = k_4;\\
&A_2 + A^+ \rightleftarrows A_3^+, && n_2 n^+/n_3^+ = k_5;\\
&A_2 + e \rightleftarrows A_2^-, && n_2 n_e/n_2^- = k_6;
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Здесь k_i — константы химического равновесия. Уравнения (4.31) вместе с условиями сохранения заряда и полного числа частиц позволяют определить концентрацию любого компонента. Проводя несложные преобразования, получаем

$$n_e^2 = k_1 n_a \frac{1 + n_a/k_4 + n_a^2/(k_3 k_5)}{1 + n_a/k_2 + n_a^2/(k_3 k_6)}. \tag{4.32}$$

Легко видеть, что большая дробь в (4.32) отражает влияние молекулярных ионов на n_e. Отдельные слагаемые в числителе (знаменателе) дроби соответствуют вкладу того или другого положительного (отрицательного) иона. Очевидно, что учет кластерного иона A_4^+ привел бы к появлению следующего члена ряда в числителе, а учет иона A_3^- — к появлению следующего члена ряда в знаменателе и т. д.

На рис. 4.9 показана зависимость от температуры состава заряженного компонента плазмы паров цезия, рассчитанного на изобаре $p =$ $= 2$ МПа. При этом были использованы константы химических равновесий (4.31), параметры которых приведены в табл. 4.9. Зависимости констант равновесия k_i от температуры имеют вид

$$k_i = c_i T^{\eta_i} \exp(-E_i/kT).$$

Таблица 4.9. Параметры отрицательных ионов щелочных металлов [58]

i	η_i	Na		Cs	
		c_i, 10^{21}см$^{-3}\cdot$эВ$^{-\eta_i}$	E_i, эВ	c_i, 10^{21}см$^{-3}\cdot$эВ$^{-\eta_i}$	E_i, эВ
1	3/2	3	5,14	3	3,89
2	3/2	12	0,54	12	0,47
3	−1/2	29	0,73	5	0,45
4	−1/2	4,22	1,14	1,45	0,85
5	1	2,5	1,63	0,63	1,2
6	3/2	4,9	0,25	0,45	0,30

На рис. 4.9 проявляются те особенности, о которых уже шла речь. По мере уменьшения температуры тяжелые ионы играют все большую роль. Ион A^+, преобладающий среди положительных ионов при $T \gtrsim 2200$ K, при уменьшении T сменяется ионом A_2^+, который, в свою очередь, уступает иону A_3^+. Поэтому при дальнейшем охлаждении можно ожидать появления еще более тяжелых положительных ионов. Среди отрицательно заряженных компонентов, при $T \lesssim 2000$ K, преобладает ион A^-. Однако ион A_2^- остается малозаметным.

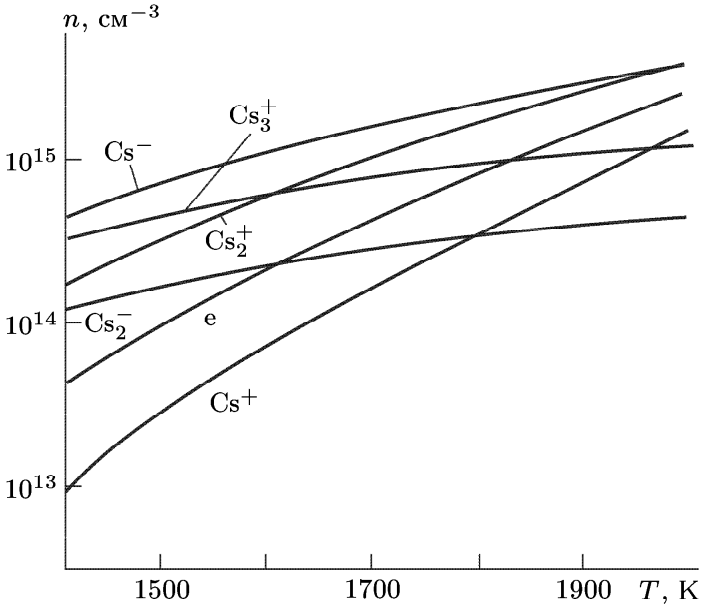


Рис. 4.9. Концентрация заряженных частиц в плазме паров цезия на изобаре 2 МПа [66]

§ 4.4. Капельная модель неидеальной плазмы паров металлов. Аномально высокая электропроводность

4.4.1. Капельная модель неидеальной плазмы была предложена в [67]. Пары щелочных металлов на линии насыщения и вблизи нее представляют собой сильнонеидеальную плазму. Не слишком близко к критической точке эту плазму можно считать слабоионизованной. Основной причиной неидеальности в этом случае является сильное взаимодействие между заряженными и нейтральными частицами. Это взаимодействие способствует образованию в плазме тяжелых заряженных комплексов–кластеров. Плазма паров металлов может рассматриваться как смесь газов электронов и кластеров различного заряда и размера. Учет влияния кластеров на степень ионизации плазмы, выполненный в рамках различных моделей в [30, 66–69], позволил

понять причину возникновения аномально высокой электропроводности паров цезия и ртути вблизи линии насыщения. Так, формулы Саха и Лоренца дают значения удельной электропроводности $\sigma = 3 \cdot 10^5$ $(\text{Ом} \cdot \text{см})^{-1}$ при $p = 2$ МПа и $T = 1400$ К. Экспериментальное значение $\sigma = 10$ $(\text{Ом} \cdot \text{см})^{-1}$ на пять порядков превосходит результаты этой обычной для идеальной плазмы оценки.

Общим для работ [30, 66–69] является предположение о резком возрастании концентраций заряженных многоатомных кластеров с приближением к линии насыщения. При этом концентрация положительно заряженных кластеров значительно превышает концентрацию отрицательных. Электронейтральность плазмы обеспечивается соответствующим увеличением концентрации электронов, что и приводит к росту электропроводности плазмы. Различия в теоретических моделях возникают при попытках выяснить характеристики кластеров.

В [67] было предложено рассматривать кластеры как маленькие капли. К достоинствам модели следует отнести возможность использования для определения свойств кластеров характеристик металлов, таких, например, как поверхностное натяжение и работа выхода электронов.

Явления изменения агрегатного состояния вещества, вызванные электрострикцией в окрестности заряженных частиц, хорошо известны в физике [41, 70, 71]. В паре могут образовываться заряженные капельки, в жидкости — льдинки. Условия для стабилизации капельки зарядом в плазме паров металлов, с одной стороны, менее предпочтительны, поскольку велики температуры. С другой стороны, очень высокие значения поляризуемости усиливают электрострикцию.

Элементарная капельная модель [67] дает возможность изложить основные идеи и сделать грубые оценки. Будем считать, что плазма состоит из атомов, положительно заряженных капель и электронов. Число этих частиц в объеме V — N_a, N^+, N_e; полное число всех частиц $\tilde{N} = N_\text{a} + N^+ + N_\text{e}$. Термодинамический потенциал системы имеет вид

$$\Phi = N_\text{a}\varphi_\text{G} + N^+(g\varphi_\text{L} + 4\pi\gamma R^2 + W + e^2/(2R)) + kT\sum_i N_i \ln(N_i/\tilde{N}). \tag{4.33}$$

Здесь φ_L, φ_G — термодинамические потенциалы жидкости и пара на один атом, так что величина $gkT \ln \dfrac{p_\text{s}}{p} = g(\varphi_\text{L} - \varphi_\text{G})$ представляет собой работу образования нейтральной капли радиусом R; $g = (4\pi/3)R^3 n_\text{L}$ — число частиц в капле; n_L — концентрация частиц в жидкости; p_s — давление насыщения. Далее, $4\pi\gamma R^2$ — поверхностная энергия (γ — поверхностное натяжение); $W + e^2/(2R)$ — работа выхода электрона из капли радиусом R. В последнем энтропийном члене в (4.33) суммирование проводится по всем сортам частиц. Такой простой подход, когда мы не интересуемся каплями с радиусами,

отличными от наиболее вероятного радиуса R, а также не описываем внутренние степени свободы капель, соответствует френкелевской теории предпереходных явлений [41].

Минимизируя по радиусу работу, требуемую для создания одной заряженной капли $[gkT\ln(p_s/p) + 4\pi\gamma R^2 + W + e^2/(2R)]$, получаем уравнение Кельвина для определения радиуса наиболее вероятной капли:

$$kTn_L \ln(p/p_s) = 2\gamma/R - e^2/(8\pi R^4).$$

В насыщенном паре этот радиус равен «электрокапиллярному» радиусу

$$R = [e^2/(16\pi\gamma)]^{1/3}. \tag{4.34}$$

Это позволяет оценить параметры ионных капель вдоль кривой насыщенных паров цезия (табл. 4.10). Возникающие капли, конечно, слишком малы, чтобы макроскопическое описание являлось вполне корректным (поправки на кривизну к γ лишь несколько исправляют дело). Однако в теории нуклеации обычно считается, что капельки, содержащие более десятка частиц, являются макроскопическими.

Таблица 4.10. Параметры ионных капель в насыщенных парах цезия

Параметр	T, K			
	1290	1430	1600	1690
p_s, 0,1 МПа	10,8	20,6	40,3	51,3
n_s, 10^{22} см$^{-3}$	0,95	1,6	3,0	3,9
γ, г/с^2	23,9	17,5	11,7	8,9
R, a_0	16,4	17,6	19,2	20,5
g	15	18	21	23
n_e, 10^{16}см$^{-3}$	0,13	1,5	11	36

Далее будем рассматривать только насыщенный пар, $p = p_s$. Получим уравнение ионизационного равновесия $gA \rightleftarrows A_g^+ + e$, проварьировав (4.33); учтем стехиометрию: $g\delta n_a = -\delta n^+ = -\delta n_e$. Принимая далее во внимание, что плазма является слабоионизованной, $n_e = n^+ \ll n_a$, окончательно получаем

$$n_e = n_a \exp[-(W + 4\pi\gamma R^2 + e^2/R)/2kT] = \\ = n_a \exp[-(W + 3e^2/(4R))/(2kT)]. \tag{4.35}$$

В силу ряда причин предэкспоненциальный множитель в (4.35) определен очень плохо. Однако основной эффект дает показатель экспоненты. Он содержит в себе W — работу выхода электрона из металла, которая, как известно, уменьшается с ростом температуры

(с понижением плотности) металла. Эта зависимость исследовалась в [72]. Экстраполируем полученные там значения, учитывая, что при критической температуре T_c работа выхода должна обратиться в нуль. Оказывается, что можно записать

$$W(T) = W_0(T_c - T)/T_c, \tag{4.36}$$

где $W_0 = 1{,}8$ эВ — табличное значение работы выхода для цезия (см. приложение III).

Результаты вычислений n_e сведены в табл. 4.10 (см. выше). Эффекты взаимодействия привели к повышению n_e на порядки по сравнению с идеально-газовым приближением. Однако такой простой анализ слишком груб. В [73, 74] капельная модель была существенно улучшена. Далее изложение следует, главным образом, работе [73].

4.4.2. Ионизационное равновесие. Рассмотрим ионизационное равновесие в многокомпонентной смеси идеальных газов электронов и комплексов, состоящих из g атомов и имеющих заряд Z. Для такой смеси термодинамический потенциал Φ равен

$$\begin{aligned}\Phi = \sum_{g,Z} \Phi_g^Z + \Phi_e = \sum_{g,Z} N_g^Z (kT \ln p_g^Z + \chi_g^Z) + \\ + N_e(kT \ln p_e + \chi_e) = \sum_{gZ} N_g^Z (kT \ln p + \chi_g^Z + kT \ln(N_g^Z/F)) + \\ + N_e(kT \ln p + \chi_e + kT \ln(N_e/F)),\end{aligned} \tag{4.37}$$

где

$$F = \sum_{g,Z} N_g^Z + N_e = pV/kT;$$

$$\chi = f - kT \ln T + kT \ln V, \quad f = -kT \ln \Sigma. \tag{4.38}$$

В (4.37), (4.38) N_g^Z, N_e, p_g^Z, p_e — числа частиц в объеме V и парциальные давления соответствующих компонентов смеси; p — полное давление; Σ — статистическая сумма по внутренним и трансляционным степеням свободы соответствующего компонента.

Электрон обладает только поступательными степенями свободы:

$$\Sigma_e = \exp(-\beta f_e) = 2V\lambda_e^{-3} \exp(-\beta W) \equiv V n_{es}, \tag{4.39}$$

где W — работа выхода электрона из плоской поверхности; λ_e — тепловая длина волны электрона; n_{es} — равновесная концентрация электронов вблизи поверхности металла. Связь между концентрациями заряженных и нейтральных компонентов получим, рассмотрев равновесие $A_g^Z \rightleftarrows A_g^{Z+1} + e$, это дает

$$n_g^Z = n_g^0 (n_{es}/n_e)^Z \exp\{-\beta[f_g^Z - f_g^0]\}. \tag{4.40}$$

Рассмотрим теперь другую реакцию — конденсацию атомов, приводящую к росту комплексов, $\mathrm{A}_{g-1}^{Z} + \mathrm{A}_1^0 \rightleftarrows \mathrm{A}_g^Z$. Это дает

$$N_g^0 = \exp[-\beta(f_g^0 - g\mu_{\mathrm{G}})]. \tag{4.41}$$

Химический потенциал газа μ_{G} определяется выражением

$$\mu_{\mathrm{G}} \equiv \mu_1^0 = kT\ln(n_1^0\lambda_1^3) = f_1^0 + kT\ln n_1^0, \tag{4.42}$$

где λ_1 — тепловая длина волны атома. Обычно стараются выразить f_g^Z или f_g^0 через макроскопические характеристики дисперсной фазы. Предположим, что наличие заряда никак не сказывается на внутренних свойствах частицы, и зависимость f_g^Z от Z определяется электростатической энергией избыточного заряда, что справедливо только для больших частиц, поверхностная доля атомов которых много меньше объемной. Тогда

$$f_g^Z = f_g^0 + Z^2/(2\varepsilon R) = f_g^0 + hZ^2/2g^{1/3}; \tag{4.43}$$

$$h = (4\pi n_l/3\varepsilon)^{1/3}, \tag{4.44}$$

где n_l — концентрация атомов в жидкости; ε — диэлектрическая проницаемость пара. Подстановка этого выражения в (4.40) дает

$$n_g^Z = n_g^0(n_{\mathrm{es}}/n_{\mathrm{e}})^Z \exp(-hZ^2/2g^{1/3}kT). \tag{4.45}$$

Максимальную концентрацию имеют положительно заряженные комплексы с

$$Z^* = RkT(n_{\mathrm{es}}/n_{\mathrm{e}}). \tag{4.46}$$

Заряд Z^* вблизи линии насыщения щелочных металлов близок к единице.

Выделим в f_g^0 вклады от трансляционных $f_{g,\mathrm{tr}}$ степеней свободы комплекса как целого:

$$f_{g,\mathrm{tr}} = kT\ln(\lambda_g^3/V), \quad f_g^0 = f_{g,\mathrm{tr}} + E_g^0,$$

где $\lambda_g = g^{1/2}\lambda_1$ — тепловая длина волны g-атомного комплекса. Величина E_g^0 включает в себя кинетическую энергию и энергию взаимодействия атомов в комплексе. Очевидно, что в пределе больших g энергия E_g^0 пропорциональна g. Зависимость E_g^0 от g можно искать в виде разложения по обратным степеням радиуса комплекса,

$$E_g^0 = \mu_l g + \alpha g^{2/3} + \zeta g^{1/3}, \tag{4.47}$$

где μ_l — химический потенциал атомов в жидкости. Второе слагаемое в (4.47) соответствует свободной поверхностной энергии комплекса, третье слагаемое можно рассматривать как учет зависимости от кривизны коэффициента поверхностного натяжения.

Имеется большое число работ, где E_g^0 вычисляется из «первых принципов». На рис. 4.10 приведены значения E_g^0, заимствованные из работ, ссылки на которые можно найти в [73]. Они относятся к комплексам A_g, образованным атомами различных элементов (Li, Na, K, Fe, Cu) и помеченным на рис. 4.10 различными значками. Видно, что с хорошей точностью величина $E_g^0/(g\mu_L)$ не зависит от сорта атомов, входящих в комплекс. Это обстоятельство находится в прямом соответствии с выводами Лэнгмюра и Френкеля [41] о связи между энергией сублимации и удельной поверхностной энергией. Это оправдывает выбор выражения (4.47) для E_g^0. Действительно, согласно Френкелю, при достаточно низких температурах (когда $\mu_L \approx -q$, где q — энергия сублимации),

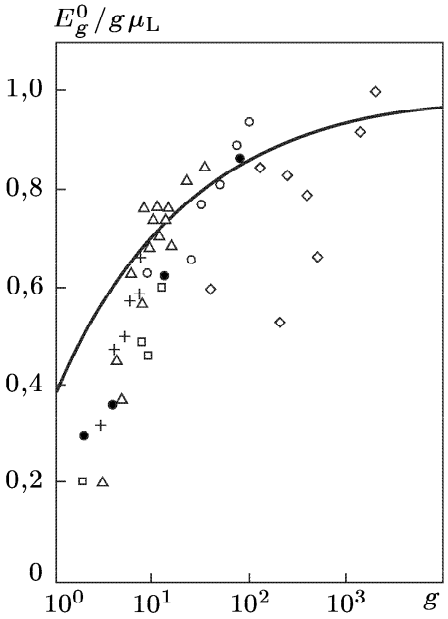


Рис. 4.10. Зависимость энергии комплекса E_g^0 от числа атомов в нем [73]

$$E_g^0/(g\mu_L) = 1 - \alpha/(qg^{1/3}),$$
$$\alpha/q \approx (\eta - \eta')/\eta,$$

где $\alpha = 4\pi\gamma(3/4\pi n_L)^{2/3} = 4\pi\gamma r_s^2$ — «поверхностная энергия» одного атома, а η и η' — числа ближайших соседей у атома в глубине жидкости и на поверхности соответственно. Очевидно, что $\alpha/q \approx 1/2 < 1$. Из табл. 4.11 следует, что отношение α/q, взятое в тройных точках металлов, близко к 0,64.

Таблица 4.11. «Поверхностная энергия» атома α, теплота испарения q и отношение α/q в тройной точке [73]

Параметр	Li	Na	K	Pb	Cs	Fe	Cu
α, эВ	0,98	0,68	0,60	0,54	0,52	2,9	2,2
q, эВ	1,6	1,1	0,93	0,85	0,82	3,5	4,4
α/q	0,60	0,63	0,64	0,65	0,63	0,69	0,64

Вернемся к уравнению (4.41). Удержим первые два члена в разложении E_g^0 по степени $g^{1/3}$. Учтем, что $\mu_L - \mu_G = -kT\ln(p/p_s)$. Тогда получаем для концентрации незаряженных капель «классическое» выражение

$$n_g^0 = An_1^0 \exp\{-[-gkT\ln(p/p_s) + \alpha g^{2/3}]/kT\}. \qquad (4.48)$$

Предэкспоненциальный множитель A, который обычно полагают равным единице, будет определен ниже с привлечением данных эксперимента по уравнению состояния насыщенного пара.

Из условия нейтральности плазмы и выражения (4.45) для концентрации заряженных капель получаем уравнения для определения концентрации электронов:

$$n_{\mathrm{e}} = \sum_{g,Z} Z n_g^Z = \sum_{Z=-\infty}^{\infty} Z(n_{\mathrm{es}}/n_{\mathrm{e}})^Z F(Z^2) = \sum_{Z=0}^{\infty} Z[(n_{\mathrm{es}}/n_{\mathrm{e}})^Z - (n_{\mathrm{e}}/n_{\mathrm{es}})^Z] F(Z^2). \quad (4.49)$$

Так как $F(Z^2) > 0$, то из (4.49) следует, что n_{e} всегда меньше ричардсоновской концентрации, соответствующей равновесной концентрации электронов вблизи эмитирующей плоской поверхности:

$$n_{\mathrm{es}} = 2(h^2/2\pi mkT)^{-3/2} \exp(-W/kT). \quad (4.50)$$

4.4.3. Расчет состава плазмы. Запишем уравнения состояния вещества и сохранения массы: $p = kT \sum_{g,Z} n_g^Z$, $\rho = M \sum_{g,Z} g n_g^Z$. Привлекая известные зависимости давления и плотности на кривой насыщения [75], можем теперь определить n_1^0, n_{e} и константу A. Для достаточно малых комплексов необходимо учитывать зависимость коэффициента поверхностного натяжения от радиуса капли:

$$\gamma(R) = \gamma^0/(1 + \delta/R),$$

где γ^0 — коэффициент поверхностного натяжения плоской поверхности. Поправка на кривизну δ для щелочных металлов рассчитана в [72]. Обе величины, γ^0 и δ, зависят от температуры. На рис. 4.11 приведены результаты расчета величины $g^*(T)$ в насыщенном паре цезия (g^* соответствует значению g, при котором n_g^+ имеет максимум).

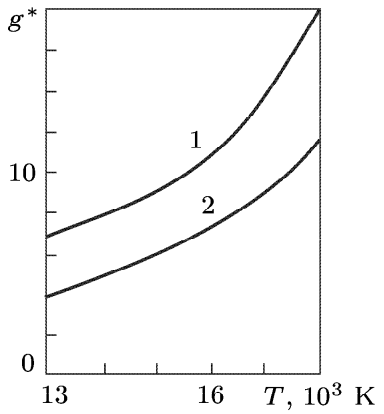


Рис. 4.11. Зависимость g^* от температуры в насыщенном паре цезия [73]: 1 — с учетом δ; 2 — при $\delta = 0$

На рис. 4.12 приведены результаты расчета концентрации электронов в плазме паров Na, K, Rb и Cs.

Применимость капельной модели определяется, главным образом, значениями $g^*(T)$ и полушириной распределения $n_g^+(T)$. На рис. 4.13

для Cs приведены нормированные распределения заряженных комплексов по числу атомов в них g при $T = 1400$ K и $T = 1800$ K. С ростом температуры распределение капель по числу частиц становится более широким, а положения максимумов смешаются в сторону больших g.

Величина A оказалась зависящей от температуры. Для цезия $A = 5{,}3 \cdot 10^2$ при $T = 1400$ K, а при $T = 1800$ K значение $A = 3{,}3 \cdot 10^3$. На фоне очень резкого изменения $n_e(T)$ такая зависимость представляется приемлемой, равно как и сама величина A.

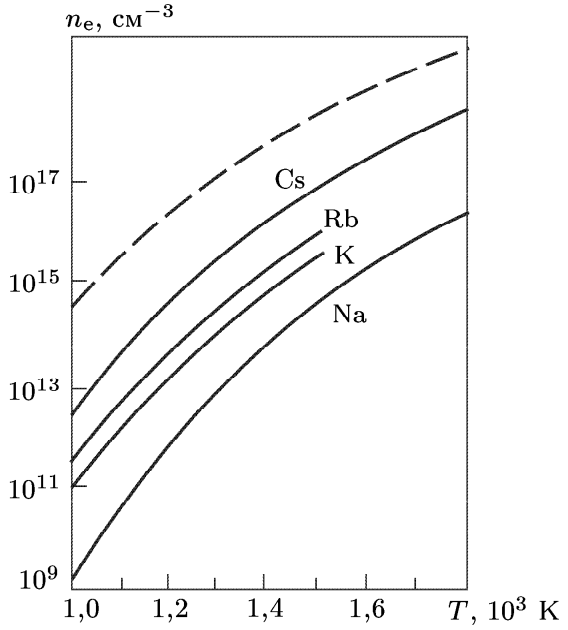


Рис. 4.12. Результаты вычисления $n_e(T)$ для насыщенных паров щелочных металлов [73]: штриховая линия — зависимость $n_{es}(T)$ для цезия

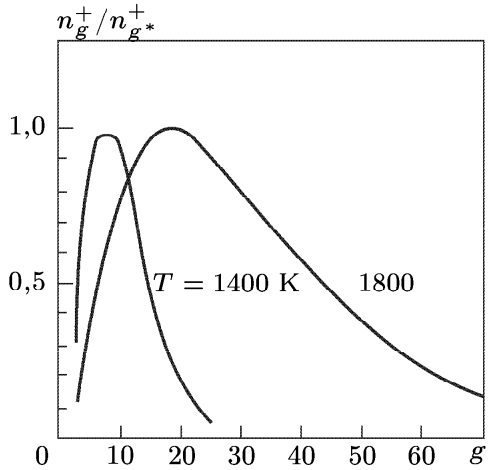


Рис. 4.13. Распределение кластеров Cs_g^+ по числу связанных в них атомов g [73]

На рис. 4.14 показаны результаты расчета и измерений удельной электропроводности насыщенных паров цезия. Электропроводность вычислялась по формуле Лоренца: $\sigma = e^2 n_e/(\bar{q} m \bar{v} n_1^0)$, где $\bar{v} = \sqrt{8kT/(\pi m)}$; $\bar{q}$ — сечение рассеяния электрона на атоме. В сильнополяризуемых средах плотностные эффекты могут приводить к сильному возрастанию подвижности. Это обусловлено тем, что при высоких плотностях дальнодействующие (поляризационные) компоненты электрон–атомных потенциалов перекрываются. Результирующее потенциальное поле сглаживается, и электрон рассеивается на короткодействующих компонентах потенциалов (см. гл. 6). Поэтому в [67, 73] сечение $\bar{q}$ принято на порядок меньше табличного.

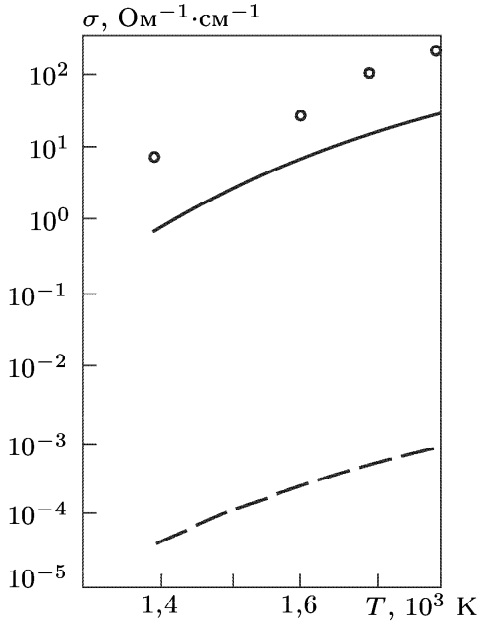


Рис. 4.14. Удельная электропроводность насыщенных паров цезия [73]: сплошная кривая — капельная модель; штриховая — идеальная плазма; точки — эксперимент

Для остальных щелочных металлов качественная картина аналогична. В работе [73] не описывается переход от аномальной электропроводности к нормальной. Если исходить из измерений [76], то этот переход может произойти при $T \approx 1200$ K. В [74] предложен еще один вариант капельной модели, в котором предпринята попытка единого описания уравнения состояния паров, электропроводности и ее перехода из аномальной в нормальную.

§ 4.5. Металлизация плазмы

4.5.1. Переход Мотта. Непрерывное понижение плотности металлов при их нагреве вызывает, в конечном счете, резкое уменьшение электропроводности. Говорят о переходе металл–диэлектрик или о переходе Мотта [40]. Мотт и Хаббард показали, что переход металл–диэлектрик обязан своему появлению электрон–электронному взаимодействию, которое приводит к расщеплению зоны, в результате чего пустая и заполненные зоны оказываются разделенными энергетической щелью.

Первоначальная оценка Мотта параметров перехода диэлектрик–металл элементарно проста. Исследуется спектр связанных состояний

экранированного потенциала $V(r) = -(e^2/r)\exp(-r/r_0)$ и показывается, что связанные состояния исчезают вообще, когда r_0 уменьшается до значения, близкого к

$$r_0^M = 0{,}84a_0. \tag{4.51}$$

В зависимости от отсутствия или наличия электронного вырождения, r_0 является радиусом дебай–хюккелевского или томас–фермиевского экранирования.

В отличие от фазового перехода, переход Мотта в металле происходит при высоких температурах, поэтому он оказывается размытым и не имеет критической точки. Электропроводность при расширении металла падает резко, но непрерывно. Мотт ввел понятие минимальной удельной электропроводности металла, которая оценивается из условия равенства длины свободного пробега электрона его длине волны. Сейчас принято считать, что это значение составляет примерно 200 $\text{Ом}^{-1}\cdot\text{см}^{-1}$.

Обсудим переход с другой точки зрения — как металлизацию плазмы в результате ее сжатия. Возрастание электропроводности при сжатии обусловлено снижением потенциала ионизации. Степень уменьшения потенциала ионизации возрастает при сжатии плазмы. Часто говорят о том, что имеет место нетермическая ионизация или ионизация давлением. Эти представления, однако, остаются справедливыми до тех пор, пока еще можно говорить об отдельных атомах, о связанных в них и о свободных электронах. При более высоких плотностях перекрываются оболочки основных состояний атома. Описание такой системы требует иного подхода, развитого в работах А.А. Ликальтера [37, 77, 78].

4.5.2. Квазиатомная модель. Атомы металла сближаются так, что начинают перекрываться классически доступные области движения валентных электронов (радиус такой области порядка e^2/I). При этом оказывается возможным классический переход электрона от одного атома к другому. Квазиатомное состояние формируется тогда, когда плотность достигает значения, соответствующего порогу протекания:

$$\zeta_0 = (4\pi/3)(e^2/I)^3 n_\text{i} \approx 1/3.$$

Именно тогда электрон может пересекать весь образец металла, переходя от одного иона к другому. Каждый квазиатом занимает сферическую ячейку объемом $\sim n_\text{i}^{-1}$. Валентный электрон расплывается по своей и, в какой-то мере, по соседним ячейкам. Каждый ион в основном экранируется своим электроном, но частично и чужими. В этом состоит существенное отличие от жидкометаллического состояния, когда свободному движению электрона доступен весь плазменный объем. Грубо говоря, это реализуется при достижении плотной упаковки разрешенных областей, т. е. при $\zeta_0 = 0{,}74$. Таким образом, описываемая

область по плотности узка (примерно от $1/2$ до 2 значений критической плотности металла n_c), но в ней происходят важные изменения, определяющие критическое состояние вещества.

Поскольку $\beta I \gg 1$, то из вышесказанного сразу следует, что область применимости теории соответствует условию сильной неидеальности, $\gamma \gg 1$. Таковы условия в окрестности критических точек ряда металлов. В цезии, например, как известно, достигается полная ионизация, $n_e = n_c$, так что $\gamma_c = e^2 n_c^{1/3} \beta \approx 10$.

Энергия плазмы складывается из энергии взаимодействия ΔE и кинетической энергии электронов и ионов:

$$E = \Delta E + c_v n k T = -(1/2) n I - \alpha e^2 n^{4/3} + (3/2) n k T, \qquad (4.52)$$

где $n = n_e + n_i$. Выделение из ΔE члена $(-nI/2)$ специфично именно для квазиатомной модели. Из этого вытекает необходимость перенормировки постоянной Моделунга α. Она обычно вычисляется для системы ионов на фоне однородно размазанных электронов и равна 0,57. В данном случае постоянная α должна быть меньше. Она учитывает электростатическое взаимодействие иона с периферией ячейки, где содержится электрический заряд, принесенный «чужими» электронам. Согласно оценке [78], в (4.52) постоянная Моделунга $\alpha \approx 1/4$.

Изложенные представления позволяют записать выражение для свободной энергии и получить уравнение состояния:

$$p = nkT - \alpha e^2 n^{4/3}/3. \qquad (4.53)$$

Это уравнение обнаруживает термодинамическую неустойчивость. Учет ограниченной сжимаемости жидкой фазы выполнен в (4.53) в ван-дер-ваальсовском приближении:

$$p = nkT(1 - nb)^{-1} - \alpha e^2 n^{4/3}/3. \qquad (4.54)$$

Параметр b отвечает минимальному объему на частицу, он определяется величиной I так, что $b \sim (e^2/I)^3$.

4.5.3. Фазовый переход в металлах. Степени ионизации ряда металлов в окрестности критических точек настолько высоки, что плазменные взаимодействия оказываются там преобладающими. Поэтому рядом авторов было высказано предположение о том, что фазовый переход в своей высокотемпературной области может быть обусловлен именно плазменными взаимодействиями, т. е. являться «плазменным» фазовым переходом. В более широком плане вопрос о плазменном фазовом переходе обсуждается в § 5.8.

Уравнение (4.54) качественно описывает фазовый переход в металлах и позволяет оценить критические параметры:

$$n_c = (1/7)b; \quad T_c = (48/7^{7/3})(a/b^{1/3}); \quad p_c = 7^{-7/3}(a/b^{4/3}), \qquad (4.55)$$

где $a = \alpha e^2/3$. Параметр a, описывающий притяжение, универсален для всех одновалентных металлов. Специфическим является только параметр b. Эта важная особенность уравнения состояния (4.54), отличающая его от уравнения Ван-дер-Ваальса. Из (4.55) следуют соотношения подобия, связывающие критические параметры [37, 78]:

$$n_{\mathrm{c}} \sim I^3, \quad T_{\mathrm{c}} \sim I, \quad p_{\mathrm{c}} \sim I^4.$$

В [79] теория была обобщена на металлы, имеющие Z валентных электронов, что дало более общие соотношения подобия:

$$n_{\mathrm{c}} \sim (Z+1)I^3, \quad T_{\mathrm{c}} \sim \frac{Z^2}{Z+1} I, \quad p_{\mathrm{c}} \sim Z^2 I^4. \tag{4.56}$$

В применении к щелочным металлам формулы (4.55) дают достаточно хорошие оценки. Например, при $\alpha = 0{,}21$ [37] критическая температура цезия отличается от экспериментального значения [80] на 15%, а давление — на 5%. Как видно из приведенных в табл. 4.12 экспериментальных данных, такое же соответствие имеется и для других щелочных металлов (кроме плотности натрия, экспериментальная оценка которой менее надежна). Можно сделать вывод, что уравнение Ван-дер-Ваальса неплохо описывает основные свойства хороших металлов вблизи фазового перехода пар–жидкость.

Соотношения подобия (4.56) позволяют выразить критические параметры ряда металлов, сохраняющих металлическое состояние в критической точке, через параметры, измеренные для какого-либо одного из них. В качестве таковых естественно использовать критические параметры цезия. Учитывая, что цезий одновалентен, и обозначая чертой параметры, отнесенные к аналогичным параметрам цезия, имеем

$$\bar{T}_{\mathrm{c}} = \frac{Z^2}{Z+1} \bar{I}, \quad \bar{p}_{\mathrm{c}} = Z^2 \bar{I}^4. \tag{4.57}$$

Сжимаемость в критической точке [37]

$$z_{\mathrm{c}} = p_{\mathrm{c}}/(n_{\mathrm{c}} k T_{\mathrm{c}}) = \frac{7}{48}(Z+1).$$

Значение этого фактора равно примерно 0,29; это на 45% больше экспериментального значения 0,2 для щелочных металлов [80]. А.А. Ликальтер предложил использовать трехпараметрический аналог уравнения Ван-дер-Ваальса [81], что позволило аппроксимировать критические величины трех термодинамических переменных и непосредственно сравнить теоретические оценки радиуса твердых сфер и маделунговского коэффициента с экспериментальными результатами. Заменяя ван-дер-ваальсовский знаменатель с исключенным учетверенным объемом сфер, $b = 4\eta$, функцией Карнагана–Старлинга [82],

$$F(\eta) = \frac{1 + \eta + \eta^2 - \eta^3}{(1-\eta)^3}, \tag{4.58}$$

и учитывая следующий за маделунговским член разложения энергии взаимодействия, было получено следующее уравнение состояния:

$$\pi = 10\nu[\tau F(\eta) - A_0\eta^{1/3} - B_0\eta^{-1/3}], \tag{4.59}$$

где $A_0 = 2{,}854$ и $B_0 = 0{,}03643$, а $\pi = p/p_c$, $\nu = n_i/n_{ic}$, $\tau = T/T_c$ — приведенные давление, концентрация ионов и температура.

Критические параметры, определяемые уравнением состояния (4.59), могут быть выражены теми же функциями I и Z, что и для уравнения Ван-дер-Ваальса, но с численными коэффициентами, нормированными на параметры цезия в критической точке [37]:

$$\begin{gathered} T_c \cong \frac{0,085}{k}\frac{Z^2 I}{Z+1}, \quad p_c \cong 0,405 \cdot 10^5 Z^2 I^4, \\ n_{ic} \cong 2,92 \cdot 10^{19} I^3, \quad Z_c = 0,1(Z+1), \end{gathered} \tag{4.60}$$

где I и T измеряются в электронвольтах, p_c — в паскалях, n_{ic} — в $см^{-3}$. Формулы подобия (4.60) позволяют оценить критические параметры в отсутствие детальных вычислений для конкретных металлов.

В [78] обсуждаются границы применимости теории. Они, как уже указывалось выше, нешироки. Тем не менее, проверка показывает, что условию металлического состояния в критической точке удовлетворяет ряд металлов. К ним относятся все щелочные металлы, а из благородных металлов — медь и серебро. Из элементов второй группы — бериллий, а также все элементы главной подгруппы третьей группы, включая алюминий. Из переходных металлов — все элементы группы железа; некоторые элементы в группах палладия и платины, включая молибден; уран. Однако нет резкой границы между разными типами состояний. В ряде металлов, не вошедших в этот перечень, взаимодействие в критической точке не чисто кулоновское, а переходит в ван-дер-ваальсовское, обусловленное взаимной поляризацией атомов. Этот переход завершается у плохих металлов: ртути, мышьяка, висмута, теллура.

Критические температуры и давления некоторых простых и переходных металлов, вычисленные по формулам (4.57), (4.60) на основе критических параметров цезия, приведены в табл. 4.12. На рис. 4.15 показана зависимость относительного критического давления от относительной критической температуры. Эти величины соответствуют формуле (4.56), если отнести T_c и p_c к соответствующим значениям, известным для цезия. Имеющиеся в литературе оценки критических параметров, выполненные на базе имеющихся экспериментальных данных и полуэмпирических соотношений, хорошо коррелируют с приведенными выше зависимостями. Можно сделать вывод, что этот тип металлических состояний с кулоновским взаимодействием в критической точке достаточно типичен для металлов.

Таблица 4.12. Критические параметры металлических жидкостей [37]

Металл	T_c, K	p_c, бар	ρ_c, г · см$^{-3}$	Метод	Литература
Cs (6s)	1600	87	0,3	Уравнение Ван-дер-Ваальса	[83]
	2000	460	0,55	Частично ионизованный газ	[84]
	2350	60	0,47	Решеточный газ и приближение сильной связи	[85]
	1924	92,5	0,38	Эксперимент	[80]
Rb (5s)	1720	115	0,24	Уравнение Ван-дер-Ваальса	[83]
	2200	650	0,45	Частично ионизованный газ	[84]
	2475	73	0,35	Решеточный газ и приближение сильной связи	[85]
	2060	123	0,3	Скейлинг с нормировкой по цезию	[81]
	2017	124	0,29	Эксперимент	[80]
K (4s)	1790	134	0,12	Уравнение Ван-дер-Ваальса	[83]
	2350	690	0,21	Частично ионизованный газ	[84]
	2550	70	0,22	Решеточный газ и приближение сильной связи	[85]
	2140	144	0,16	Скейлинг с нормировкой по цезию	[81]
	2178	150	0,17	Эксперимент	[86]
Na (3s)	2115	263	0,12	Уравнение Ван-дер-Ваальса	[83]
	2400	1400	0,27	Частично ионизованный газ	[84]
	2970	128	0,22	Решеточный газ и приближение сильной связи	[85]
	2535	282	0,15	Скейлинг с нормировкой по цезию	[81]
	2485	248	0,30	Эксперимент	[86]

Продолжение таблицы 4.12

Металл	T_c, K	p_c, бар	ρ_c, г·см$^{-3}$	Метод	Литература
Li (2s)	3700	530	0,042	Уравнение Ван-дер-Ваальса	[37]
	3500	770	0,025	Частично ионизованный газ	[84]
	2660	342	0,053	Скейлинг с нормировкой по цезию	[81]
	3225	690	0,1	Экстраполяция	[87]
Cu ($4s^2$)	7620	5770	1,4	Скейлинг с нормировкой по цезию	[81]
	8390	7460	2,4	Экстраполяция	[87]
Al ($3s^2\,3p$)	8860	4680	0,28	Скейлинг с нормировкой по цезию	[81]
	8000	4470	0,64	Экстраполяция	[87]
Be ($2s^2$)	9200	12200	0,35	Скейлинг с нормировкой по цезию	[81]
	8100	11700	0,55	Экстраполяция	[87]
U ($7s^2\,7p$)	9000	5000	2,6	Скейлинг с нормировкой по цезию	[88]
	11600	6100	5,3	Экстраполяция	[87]
La ($6s^2\,6p$)	8250	3500	1,2	Скейлинг с нормировкой по цезию	[88]
	11000	3500	1,8	Экстраполяция	[87]
Y ($5s^2\,5p$)	9500	6000	1,1	Скейлинг с нормировкой по цезию	[88]
	10800	3700	1,3	Экстраполяция	[87]

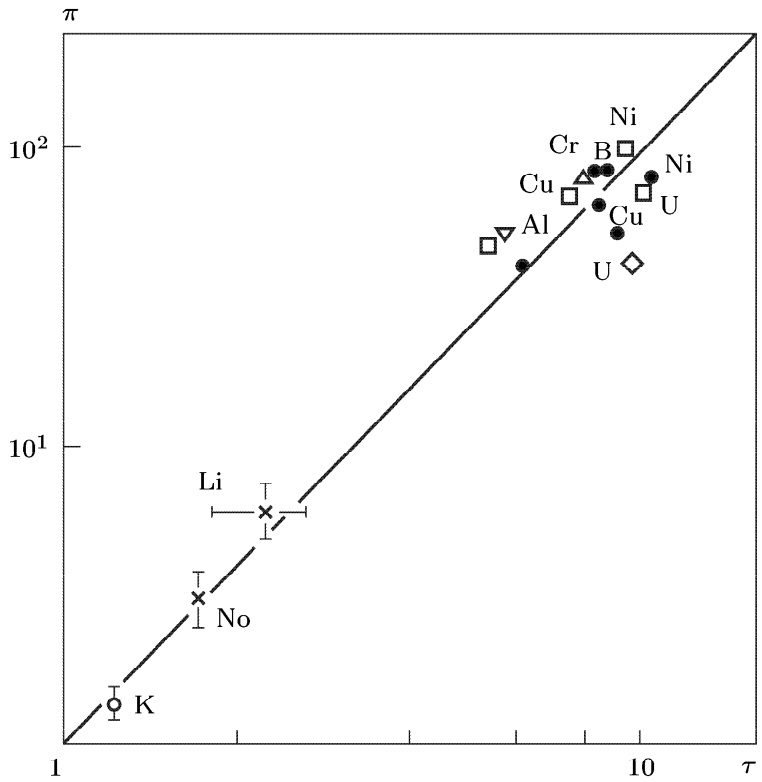


Рис. 4.15. Зависимость относительного критического давления металлов π от относительной критической температуры τ [79]: точки — данные ряда работ (библиографию см. в [79]), отнесенные к критическим параметрам цезия

Литература

1. *Веденов А.А., Ларкин А.И.* // ЖЭТФ. 1959. Т. 36, № 4. С. 1133–1142.
2. *Копышев В.Р.* // ЖЭТФ. 1968. Т. 55. № 4. С. 1304–1310.
3. *Ликальтер А.А.* // ЖЭТФ. 1969. Т. 56, № 1. С. 240–245.
4. *Воробьев В.С.* // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Вводный том I / Под ред. Фортова В.Е. — М.: Наука, 2000. С. 293–299.
5. *Ларкин А.И.* // ЖЭТФ. 1960. Т. 38, № 6. С. 1896–1898.
6. *Kraeft W.D., Kremp D., Ebeling W., Röpke G.* Quantum statistics of charged particle systems. — Berlin: Akad. Verlag, 1985.
7. *Alekseev V.A., Iakubov I.T.* // Phys. Repts. 1983. Vol. 96. № 1. P. 1–67.
8. *Alekseev V.A., Fortov B.E., Iakubov I.T.* // 15th Intern. Conf. Phenom. loniz. Gases. — Minsk: Invited Papers, 1981. P. 73–85.
9. *Ермохин Н.В., Ковалев Б.М., Кулик П.П.* // ТВТ. 1971. Т. 9, № 4. С. 665–675.
10. *Alekseev V.A., Vedenov A.A., Ovcharenko V.G. et al.* // High Temp.–High Press 1975. Vol. 7. P. 677–680.
11. *Renkert H., Hensel P., Frank E.U.* // Ber. Bunsenges. Phys. Chem. 1971. Bd. 75. № 6. P. 507–512.
12. *Исаков И.М., Ломакин Б.Н.* // ТВТ. 1979. Т. 17, № 2. С. 262–265.
13. *Iermokhin N.V., Kulik P.P., Ryabyi V.A. et al.* // J. Phys. 1978. V. 39, suppl., № 1. P. C1-200–C1-206.
14. *Сеченов В.А., Сон Э.Е., Щекотов О.Е.* // ТВТ. 1977. Т. 15, № 2. С. 413–414.
15. *Borzhievsky A.A., Sechenov V.A., Horunzhenko V.I.* // 18th Intern. Conf. Ioniz. Phenom. Gases. Contrib. Papers. — Swansea, 1987. Vol. 1. P. 250–251.
16. *Freyland W.* // Phys. Rev. B. 1979. Vol. 20, № 12. P. 5104–5112.
17. *Iakubov I.T., Likalter A.A* // Contr. Plasma Phys. 1987. Vol. 27. № 6. P. 479–490.
18. *Pfeifer P., Freyland W.F., Hensel F.* // Phys. Lett. A. 1973. Vol. 43, № 2. P. 111–112.
19. *Hensel F.* // Ber. Bungenges. Phys. Chem. 1976. Bd. 80, № 8. S. 786–792.
20. *Hensel F., Warren W.W.* Fluid Metals. — Princeton: Princeton University Press, 1999.
21. *Vedenov A.A.* // Intern. Conf. Quiscent Plasma / Abstracts. Fraskatti. 1968. P. 107–108.
22. *Алексеев В.А., Веденов А.А.* // УФН. 1970. Т. 102, № 4. С. 665–666.
23. *Смирнов Б.М.* // ДАН СССР. 1970. Т. 195, № 1. С. 75–78.

24. *Popielawski J., Gryko J.* // J. Chem.Phys. 1977. Vol. 66, № 6. P. 2257–2261.

25. *Храпак А.Г., Якубов И.Т.* Электроны в плотных газах и плазме. — М.: Наука, 1981.

26. *Храпак А.Г., Якубов И.Т.* // УФН. 1979. Т. 129, № 1. С. 45–87.

27. *Khomkin A.L., Iakubov I.T., Khrapak A.G.* // Transport and Optical Properties of Nonideal Plasma / Edited by Kobzev G.A., Iakubov I.T., Popovich M.M. — NY: Plenum Press, 1995. P. 78–130.

28. *Лагарьков А.Н., Якубов И.Т.* // Химия плазмы / Под ред. Смирнова Б.М. — М.: Атомиздат, 1980. Вып. 7. С. 75–109.

29. *Morrow R., Grags J.D.* // J. Phys. D. 1973. Vol. 6, № 10. P. 1274–1282.

30. *Ликальтер А.А.* // ТВТ. 1978. Т. 16, № 6. С. 1219–1225.

31. *Magee J.L., Funabashi K.* // Radiat. Res. 1959. Vol. 10, № 4. P. 622–631.

32. *Montano P.A., Shenoy G.K., Alp E.E. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 56, № 19. P. 2076–2079.

33. *Зельдович Я.Б., Ландау Л.Д.* // Acta Phys.-Chim. USSR. 1943. Vol. 18, № 1. P. 194–196.

34. *Кикоин И.К., Сенченков А.П.* // Физ. металлов и металловед. 1967. Т. 24, № 5. С. 843–857.

35. *Hensel F., Frank E.U.* // Rev. Mod. Phys. 1968. Vol. 44, № 4. P. 697–703.

36. *Hensel F.* // Adv. Phys. 1995. Vol. 44, № 1. P. 3.

37. *Ликальтер А.А.* // УФН. 2000. Т. 170, № 8. С. 831–853.

38. *Renkert H., Hensel F., Frank E.U.* // Phys. Lett. A. 1969. Vol. 30, № 9. P. 494–495.

39. *Franz G., Freyland W., Hensel F.* // J. de Phys. 1980. Vol. 41, suppl, № 8. P. 70–74.

40. *Мотт Н., Дэвис Э.* Электронные процессы в некристаллических веществах: Пер. с англ. — М.: Мир, 1974.

41. *Френкель Я.И.* Кинетическая теория жидкостей. — Л.: Наука, 1975.

42. *Храпак А.Г., Якубов И.Т.* // ЖЭТФ. 1971. Т. 59. № 3. С. 945–952.

43. *Старостин А.Н.* Некоторые вопросы теории неидеальной плазмы: Автореф. дис. канд. физ.-мат. наук. — М., 1971.

44. *Redmer R., Röpke G.* // Physica A. 1985. Vol. 130, № 3. P. 523–552.

45. *Richert W., Insepov S.A., Ebeling W.* // Ann. Phys. 1984. Vol. 41, № 2. P. 139–147.

46. *Норман Г.Э., Старостин А.Н.* // ТВТ. 1970. Т. 8. № 2. С. 413–436.

47. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. Часть 1. — М.: Наука, 1976.

48. *Смирнов Б.М.* Атомные столкновения и элементарные процессы. — М.: Атомиздат, 1968.

49. *Полищук А.Я.* // ТВТ. 1985. Т. 23, № 1. С. 10–14.

50. *Гуськов Ю.К., Саввов Р.В., Слободнюк В.А.* // ЖТФ. 1978. Т. 48, № 2. С. 277–282.

51. *Мэсси Г., Бархоп Е.* Электронные и ионные столкновения: Пер. с англ. — М.: Изд-во иностр. лит., 1958.

52. *Karule E.* // J. Phys. B. 1972. Vol. 5, № 11. P. 2051–2060.

53. *Norcross D.W.* // Phys. Rev. Lett. 1974. Vol. 32. № 5. P. 192–196.

54. *Хилл Т.* Статистическая механика: Пер. с англ. — М.: Изд-во иностр. лит., 1960.

55. *Смирнов Б.М.* Кластерные ионы. — М.: Наука, 1983.

56. *Смирнов Б.М.* // УФН. 2000. Т. 170, № 5. С. 495–534.

57. *Smirnov B.M.* Clusters and Small Particles in Gases and Plasma. — NY: Springer, 2000.

58. *Гоголева В.В., Зицерман В.Ю., Полищук А.Я., Якубов И.Т.* // ТВТ. 1984. Т. 22, № 2. С. 208–215.

59. *Forster P.J., Leckenby R.E., Robbins E.J.* // J. Phys. B. 1969. Vol. 2, № 4. P. 478–483.

60. *Herrmann A., Schumacher S., Woste L.* // J.Chem.Phys. 1978. Vol. 68, № 8. P. 2327–2336.

61. *Kappes M.H., Schär M., Radi P., Schumacher S.* // J.Chem. Phys. 1986. Vol. 84. № 3. P. 1863–1875.

62. *Radcmann K., Kaiscr B., Evcn U., Hcnscl F.* // Phys. Rcv. Lctt. 1987, Vol. 59, № 20. P. 2319–2321.

63. *Seidl M., Meiwes-Broer K.H., Brack M.* // J. Chem. Phys. 1991. Vol. 95. P. 1295.

64. *De Heer W.A.* // Rev. Mod. Phys. 1993. Vol. 65, N 3. P. 611–676.

65. *Корчевой Ю.П., Макарчук В.Н.* // Укр. физ. журн. 1979. Т. 24, № 6. С. 799–808.

66. *Храпак А.Г.* // ТВТ. 1979. Т. 17, № 6. С. 1147–1152.

67. *Якубов И.Т.* // ДАН СССР. 1979. Т. 247, № 4. С. 841–844.

68. *Lagarkov A.N., Sarychev A.K.* // J. Phys. 1979. Vol. 40, suppl., № 7. P. C7-691–C7-692.

69. *Hernandez J.P., Schonherr G., Gotzlaff W., Hensel F.* // J. Phys. Chem. 1984. Vol. 17, № 25. P. 4421–4427.

70. Electrons in Fluids / Ed. Jortner J., Kestner N.R. — Berlin–Heidelberg–New York: Springer, 1974.

71. *Iakubov I.T., Khrapak A.G.* // Rep. Progr. Phys. 1982. Vol. 45, № 7, P. 697–752.

72. *Iakubov I.T., Khrapak A.G., Pogosov V.V., Triger S.A.* // Solid State Commun. 1986. Vol. 60, № 4. P. 377–380.

73. *Погосов В.В., Храпак А.Г.* // ТВТ. 1988. Т. 26, № 2. С. 209–218.

74. *Жуховицкий Д.И.* // ТВТ. 1989. Т. 27, № 1. С. 15–22.

75. *Vargaftic N.B., Voliak L.D., Stepanov V.G.* // Handbook of thermodynamic and transport properties of alkali metals / Ed. Ohse R.W. — Oxford: Blackwell Scientific Publications, 1985. P. 641–666.

76. *Боржиевский А.А., Сеченов В.А., Хорунженко В.И.* // ТВТ. 1988. Т. 26, № 4. С. 722–726.

77. *Ликальтер А.А.* // ТВТ. 1982. Т. 20, № 6. С. 1076–1080.

78. *Воробьев В.С., Ликальтер А.А.* // Химия плазмы. / Под ред. Смирнова Б.М. — М.: Энергоатомиздат, 1988. Вып. 15. С. 163–207.

79. *Ликальтер А.А.* // ТВТ. 1985. Т. 23, № 3. С. 465–471.

80. *Jüngst S., Knuth B., Hensel F.* // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 55, N 20. P. 2160–2163.

81. *Likalter A.A.* // Phys. Rev. B. 1996. Vol. 53. N 20. P. 4386.

82. *Carrnahan N.F., Starling K.E.* // J. Chem. Phys. 1969. Vol. 51. P. 635.

83. *Likalter A.A., Schneiderbach L.H.* // Physica A. 2000. Vol. 277. P. 293.

84. *Redmer R.* // Phys. Rep. 1997. Vol. 282, № 1. P. 35.

85. *Chacon E., Hernandez J.P., Taranzona P.* // Phys. Rev. B. 1995. Vol. 52, N 13. P. 9330–9341.

86. *Hensel F. et al.* // J. Phys. IV (Paris) Coll. C5. 1991. Vol. 1. P. C5–191.

87. *Фортов В.Е., Дремин А.Н., Леонтьев А.А.* // ТВТ. 1975. Т. 13, № 5. С. 1072–1080.

88. *Likalter A.A.* // Phys. Scripta. 1997. Vol. 55, № 1. P. 114.

Глава 5. ТЕРМОДИНАМИКА ПЛАЗМЫ С РАЗВИТОЙ ИОНИЗАЦИЕЙ

§ 5.1. Однокомпонентная плазма на нейтрализующем фоне компенсирующего заряда

Изложение термодинамики плазмы с развитой ионизацией начнем с наиболее популярной и хорошо изученной модели однокомпонентной плазмы (ОКП) точечных ионов, помещенных для обеспечения электронейтральности в равномерно распределенную среду заряда противоположного знака [1–17]. Такая модель является хорошим приближением для плазмы сверхвысоких давлений, реализующихся в центре белых карликов и тяжелых планет типа Юпитера (табл. 5.1). В этих случаях под действием давления вещество полностью ионизовано, а вырожденные электроны обладают достаточной кинетической энергией $\varepsilon_\text{к} \approx \varepsilon_\text{F} = (3\pi^2)^{2/3}\hbar n_\text{e}^{2/3}/(2m)$, чтобы образовать почти однородное фоновое распределение плотности. Ввиду малой массы электронов при высокой плотности ($r_\text{s} \to 0$) кинетическая энергия электронного газа $\varepsilon_\text{F} \gg kT$, а давление его значительно превосходит давление ионной подсистемы. По существу, здесь реализуется две системы: кулоновская система точечных ядер, описываемая статисткой Больцмана, и квантовая электронная жидкость. Слабое взаимодействие между этими компонентами сводится к незначительному поляризационному увеличению электронной плотности в окрестности ядер, а основное внимание уделяется анализу кулоновского межъядерного взаимодействия. Модель ОКП является простейшей нетривиальной моделью плазмы, так как вид потенциала взаимодействия здесь не вызывает сомнений, а отсутствие квантовых эффектов позволяет исключить из рассмотрения образование связанных состояний (молекул, атомов, ионов) [18, 19] и влияние вырождения и интерференции [20–24]. Поэтому эта модель плазмы в настоящее время исчерпывающим образом изучена аналитическими и численными методами в широком диапазоне параметров неидеальности.

5.1.1. Метод Монте-Карло. Большое количество результатов по модели ОКП получено методом Монте-Карло (см. [15]), позволяющим производить «машинный» эксперимент с плазмой любой плотности. Метод Монте-Карло исходит из первых принципов статистической

физики и основан на прямом машинном вычислении средних термодинамических величии:

$$\langle F\rangle = Q^{-1}(V,N,T)\int\ldots\int F(\mathbf{q})\exp\{-\beta U_N(\mathbf{q})\}d^N\mathbf{q}, \qquad (5.1)$$

где $Q(V,N,T)=\int\ldots\int\exp\{-\beta U_N(\mathbf{q})\}d^N\mathbf{q}$ — конфигурационный интеграл, определяющий равновесные свойства термодинамической системы; $\mathbf{q}\equiv\mathbf{q}_1,\ \ldots,\ \mathbf{q}_N$ — координаты частиц. При этом потенциал межчастичного взаимодействия предполагается заданным и в большинстве конкретных расчетов парным:

$$U_N(\mathbf{q})=\sum_{a,b,i<j}\Phi_{ab}(\mathbf{r}_{ij}),\quad \mathbf{r}_{ij}=\mathbf{q}_i-\mathbf{q}_j. \qquad (5.2)$$

Метод Монте-Карло в данном случае состоит в генерации при помощи датчика псевдослучайных чисел цепи Маркова, представляющей собой набор пространственных конфигураций $A_1,\ A_2,\ \ldots,\ A_N$, с вероятностью перехода ω_{ij} между конфигурациями $A_i\to A_j$:

$$\omega_{ij}=\exp\{-\beta[U(A_j)-U(A_i)]\}. \qquad (5.3)$$

При этом производится усреднение термодинамических функций вдоль полученной таким образом цепи Маркова, что эквивалентно усреднению по каноническому ансамблю.

Таблица 5.1. Однокомпонентная плазма астрофизических объектов

Параметр	Юпитер	Белый карлик	Нейтронная звезда
Z	1 (H)	6 (C)	26 (Fe)
n_{i}, см$^{-3}$	$6\cdot10^{24}$	$5\cdot10^{30}$	10^{32}
T, K	10^4	10^8	10^8
γ	50	10–200	870
r_{s}, a_0	0,65	$0{,}4\cdot10^{-2}$	$0{,}8\cdot10^{-3}$

Прямой расчет обычно ведется для одной кубической элементарной ячейки, содержащей N частиц, а для учета взаимодействия этих частиц с частицами соседних ячеек применяется процедура Эвальда и периодические граничные условия.

В первой работе по применению метода Монте-Карло для ОКП [1] были вычислены энергия, теплоемкость c_V и бинарная корреляционная функция $g(r)$, как средние этих величин по $\alpha\sim10^5$ конфигурациям при характерном числе частиц в ячейке $N\sim108$ (для контроля N менялось от 32 до 500).

Имея в виду плотную плазму Юпитера, авторы [7] провели численные расчеты водородной плазмы, а также плазмы смеси легких элементов с учетом поляризации фона ($r_{\mathrm{s}}\neq0$) методом теории линейного отклика.

Расчеты [1] описывают плазму в области $0{,}05 \lesssim \gamma \lesssim 100$ (от 32 до 500 частиц в ячейке). Вычисления [5] проведены в области $1 \lesssim \gamma \lesssim 160$ (от 16 до 250 частиц). Результаты этих работ хорошо согласуются, исключая область самых больших γ, которая точнее описана в [5]. Однокомпонентная плазма в кристаллическом состоянии использована в [6] для области $140 \lesssim \gamma \lesssim 300$ (128 и 250 частиц в ячейке). Детальные расчеты свойств ОКП содержатся также в [9, 10, 25].

5.1.2. Результаты вычислений. Бинарная корреляционная функция $g(r)$ представлена на рис. 5.1. Рисунок 5.2 демонстрирует поведение статического структурного фактора

$$S(\mathbf{q}) = 1 + n_{\mathrm{i}} \int d\mathbf{r}[g(\mathbf{r}) - 1]e^{-i\mathbf{qr}}. \tag{5.4}$$

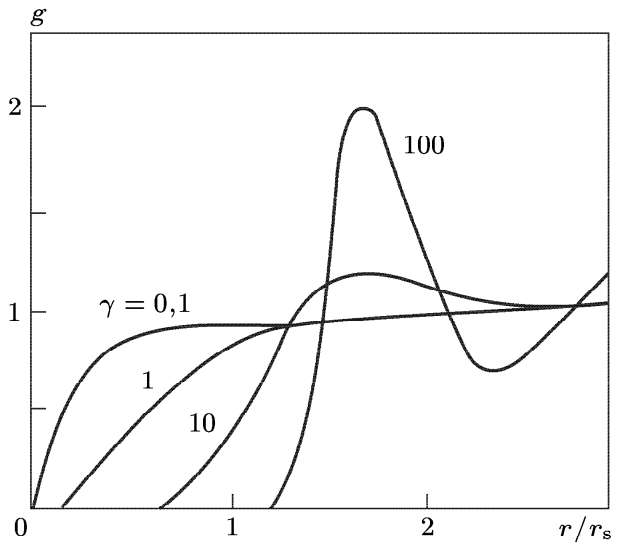


Рис. 5.1. Бинарная корреляционная функция распределения ОКП при различных значениях параметра неидеальности γ [4]

Статическая диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(q, 0)$ представлена на рис. 5.3:

$$\varepsilon(q, 0) = [1 - q_{\mathrm{D}}^2/q^2 S(q)]^{-1}, \quad q_{\mathrm{D}}^2 = 4\pi n_{\mathrm{i}}(Ze)^2 kT. \tag{5.5}$$

При $\gamma \ll 1$ эти функции меняются монотонно и описываются линеаризованным дебаевским приближением:

$$S_{\mathrm{D}}(q) = q^2(q^2 + q_{\mathrm{D}}^2)^{-1}, \quad \varepsilon(q, 0) = (q^2 + q_{\mathrm{D}}^2)/q^2. \tag{5.6}$$

Парная корреляционная функция монотонна вплоть до $\gamma \approx 2{,}5$ и находится в качественном соответствии с дебаевским приближением:

$$g(r) = 1 - \Gamma \frac{r_{\mathrm{D}}}{r} \exp(-r/r_{\mathrm{D}}),$$
$$\Gamma = (eZ)^2/(r_{\mathrm{D}} kT), \quad r_{\mathrm{D}} = (4\pi Z^2 e^2 n_{\mathrm{i}}/kT)^{-1/2}. \tag{5.7}$$

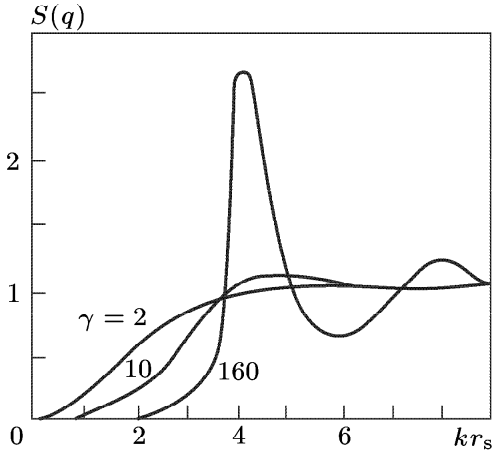


Рис. 5.2. Структурный фактор $S(q)$ ОКП при различных значениях параметра неидеальности γ [4]

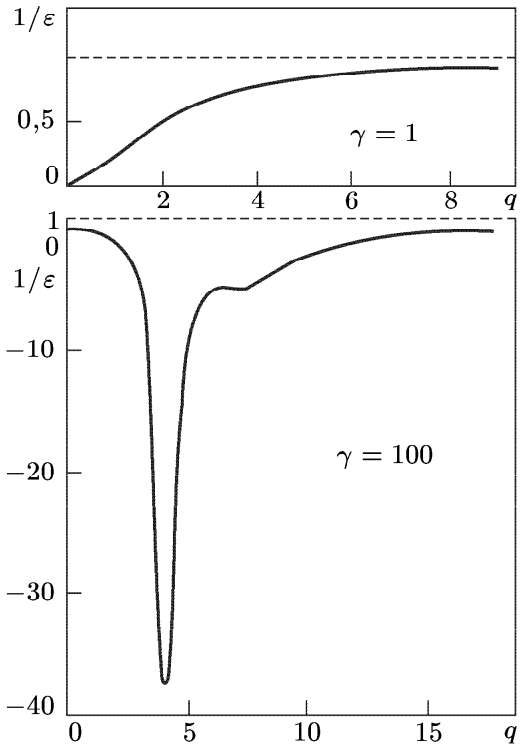


Рис. 5.3. Статистическая диэлектрическая проницаемость ОКП при различных значениях параметра неидеальности γ [4]

При $\gamma \gtrsim 2{,}5$ возникают осцилляции $g(r)$, что указывает на появление ближнего порядка — система переходит из идеальногазового в жидкостное состояние. С ростом γ осцилляции усиливаются и возникает как бы эффективное жесткое ядро.

Зная $g(r)$, можно вычислить внутреннюю энергию:

$$\begin{gathered} u = 3n_{\mathrm{i}}kT/2 + u_{\mathrm{кор}}, \\ u_{\mathrm{кор}}/(n_{\mathrm{i}}kT) = (n_{\mathrm{i}}/2kT)\int d\mathbf{r}(Z^2e^2/r)[g(r)-1]. \end{gathered} \tag{5.8}$$

При наличии нейтрализующего фона потенциальная энергия взаимодействия не равна нулю только благодаря корреляции в положении зарядов. Поэтому среднюю потенциальную энергию взаимодействия $u_{\mathrm{кор}}$ называют корреляционной энергией. При $\Gamma \ll 1$, подставляя (5.7) в (5.8), легко получить классический результат Дебая–Хюккеля:

$$u_{\mathrm{кор}}/(n_{\mathrm{i}}kT) = -\frac{\Gamma}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\gamma^{3/2}.$$

Хотя межчастичный потенциал одноименно заряженных частиц является отталкивательным, корреляционная энергия отрицательна благодаря наличию нейтрализующего фона. Вокруг каждого заряда образуется корреляционная дырка, в которой маловероятно найти другую частицу вследствие отталкивания между одноименными зарядами. Основной вклад теперь в потенциальную энергию дает взаимодействие точечного заряда частицы с фоном внутри своей дырки, которое, очевидно, соответствует притяжению.

Результаты вычислений методом Монте-Карло для $1 \leqslant \gamma \leqslant 160$ были аппроксимированы в [10] с погрешностью $3 \cdot 10^{-5}$ следующим выражением:

$$u_{\mathrm{кор}}/(n_{\mathrm{i}}kT) = a\gamma + b\gamma^{1/4} + c\gamma^{-1/4} + d, \tag{5.9}$$

где $a = -0{,}89752$, $b = 0{,}94544$, $c = 0{,}17954$, $d = -0{,}80049$. В последующих работах точность вычислений существенно возросла, что привело к некоторому изменению аппроксимационных выражений [17, 25]. Интегрируя (5.9) по γ, можно получить свободную энергию ОКП:

$$f = F/(n_{\mathrm{i}}kT) = a\gamma + 4(b\gamma^{1/4} - c\gamma^{-1/4}) + (d+3)\ln\gamma - (a+4b-4c+1{,}135). \tag{5.10}$$

Привязка f в (5.10) к точке $\gamma = 1$ осуществлена в [10] при использовании для $u_{\mathrm{кор}}$ выражений, справедливых при $\gamma \lesssim 1$.

Заметим, что в соответствии с теоремой вириала, $pV = u/3$, отрицательное значение u при больших γ приводит к отрицательному давлению ионного компонента. Это, однако, не приводит к неустойчивости ОКП. Полное давление, конечно же, положительно, что обеспечивается большим давлением электронного фона. Аналогично ведет

себя изотермическая сжимаемость χ_T:

$$\frac{1}{n_\mathrm{i}kT}\cdot\frac{1}{\chi_T}=1+\frac{u_{\mathrm{кор}}(\gamma)}{3n_\mathrm{i}kT}+\frac{\gamma}{9}\cdot\frac{d}{d\gamma}\frac{u_{\mathrm{кор}}(\gamma)}{n_\mathrm{i}kT}. \tag{5.11}$$

Результаты вычислений для затвердевшей ОКП (рис. 5.4) были проведены для объемно-центрированной решетки, имеющей наинизшую энергию. Избыточная энергия при $160\lesssim\gamma\lesssim 300$ в [10] аппроксимирована выражением

$$u_{\mathrm{кор}}/n_\mathrm{i}kT=a_{\mathrm{BCC}}\gamma+\frac{3}{2}b\gamma^{-2}=0{,}895929\gamma+1{,}5+2980/\gamma^2. \tag{5.12}$$

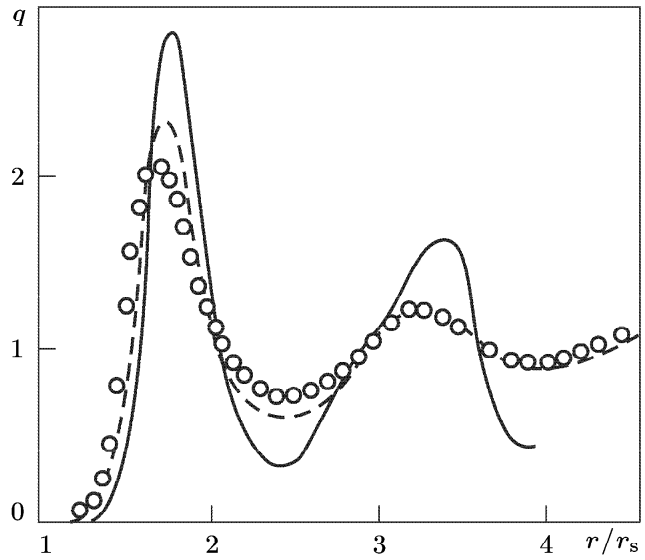


Рис. 5.4. Бинарная корреляционная функция для $\gamma=160$: сплошная кривая — твердая фаза [6]; штриховая — жидкая [5]; точки — ГЦП [9]

Для физической интерпретации отдельных членов в аппроксимационных выражениях типа (5.9), (5.10) привлекаются упрощенные модели [11, 14, 17], к рассмотрению которых мы сейчас переходим.

5.1.3. Модели ионных и твердых сфер для ОКП. Модель ионных сфер (справедливая при $\gamma\gg 1$), или ячеечная модель, разбивает систему на сферы радиусом r_s, в каждой из которых находится ион, окруженный однородным облаком нейтрализующих его электронов. Плотность отрицательного заряда в такой сфере (называемой ячейкой Вигнера–Зейтца) равна $(3Ze/4\pi r_\mathrm{s}^3)$. Поскольку ячейки не перекрываются, а полный заряд внутри каждой из них равен нулю, то взаимодействие между ячейками отсутствует, и потенциальная энергия просто равна сумме потенциальных энергий каждой из ячеек. В рамках этой модели легко вычислить среднюю избыточную энергию:

$$u_{\mathrm{кор}}/(kn_\mathrm{i}T)=-\frac{9}{10}\gamma+\frac{3}{2}\geqslant-\frac{9}{10}\gamma. \tag{5.13}$$

Отметим, что (5.13) удовлетворяет одному из глобальных неравенств, накладываемых особенностью кулоновского потенциала на ОКП [11]. Выражение (5.13) следует сравнить с (5.10), а также с (5.12). В последнем a_{BCC} является постоянной Маделунга для объемно-центрированной решетки. Таким образом, основной член в (5.12) является статическим, а остальные составляют «термическую» часть, связанную с гармоническими колебаниями ионов $u_{\mathrm{кор}}$. Вклад ее в $u_{\mathrm{кор}}$, p и χ при $\gamma \gtrsim 100$ оказывается меньше 3%.

Мы видим, что ведущий член выражений (5.9), (5.10) близок к маделунговскому для объемно-центрированной решетки кулоновских зарядов, в которую переходит ОКП в пределе сильного взаимодействия и в которой используется характерное для ячеечных моделей короткодействие межчастичного взаимодействия.

Для выяснения роли этого короткодействия и описания второго (пропорционального $\sim \gamma^{1/4}$) члена в (5.9) авторами [26] была применена популярная в теории жидкостей модель твердых сфер. Рассматривая твердые сферы как модели «нулевого» приближения (H_0, F_0) для описания ОКП (H, F), применяя неравенство Гиббса–Боголюбова,

$$F \leqslant F_0 + \langle H - H_0 \rangle ,$$

и привлекая решения интегральных уравнений Перкурса–Йевика, в результате вариационной процедуры (см. подробнее п. 5.4.3), получаем выражение

$$\frac{u_{\mathrm{кор}}}{n_{\mathrm{i}} kT} = -\frac{9}{10}\gamma + \left[\frac{8\gamma}{9}\right]^{1/4} - \frac{1}{2} + \frac{7}{80}\left[\frac{18}{\gamma}\right]^{1/4} - \ldots$$

Фактически это соотношение воспроизводит первый член модели ионных сфер (5.13) и объясняет появление второго члена в (5.9), который может быть интерпретирован как проявление эффектов короткодействия в сильносжатой плазме.

5.1.4. Вигнеровская кристаллизация. Впервые кристаллизация была рассмотрена Вигнером в [27] для вырожденной плазмы, где показано, что электронный газ на фоне компенсирующего заряда должен при достаточно низких концентрациях расположиться упорядоченным образом. Действительно, стабилизирующая решетку кулоновская энергия $V_{\mathrm{C}} \sim e^2 n_{\mathrm{e}}^{1/3} \sim e^2/r_{\mathrm{s}}$ при расширении плазмы уменьшается медленнее, чем разрушающая решетку кинетическая энергия, масштабом которой является энергия Ферми $\varepsilon_{\mathrm{к}} \sim \varepsilon_{\mathrm{F}} \sim \hbar^2 n_{\mathrm{e}}^{2/3}/2m$. Поэтому при достаточно малых плотностях кинетическая энергия $\varepsilon_{\mathrm{к}} \sim n_{\mathrm{e}}^{2/3}$ становится меньше потенциальной $V_{\mathrm{C}} \sim n_{\mathrm{e}}^{1/3}$ и не способна разрушить упорядоченную структуру электронов, возникшую из-за их отталкивания.

Вопросу определения условий образования вигнеровского кристалла посвящено большое количество работ, анализ которых дан в [28], и результат которого мы кратко здесь изложим. Простое сопоставление потенциальной и кинетической энергии электронов дает границы кристаллизации:

$$r_s^c \sim (1{,}1 - 3{,}7)a_0, \quad n_c^{1/3} a_0 \sim 0{,}56 - 0{,}17,$$

где нижняя оценка для r_s^c получена без учета обмена и корреляции, а верхняя — с их учетом в приближении Хартри–Фока. Исходя из критерия плавления Линдемана получается оценка

$$r_s^c \sim 20a_0, \quad n_c^{1/3} a_0 \sim 3,1 \cdot 10^{-2},$$

которая весьма чувствительна к деталям этого эмпирического критерия.

Считая, что плавление кристалла соответствует исчезновению связанных состояний электрона, можно получить границу устойчивости:

$$50 \leqslant r_s^c/a_0 \leqslant 100, \quad 6{,}2 \cdot 10^{-3} \leqslant n_c^{1/3} a_0 \leqslant 1{,}2 \cdot 10^{-2}.$$

Детальные расчеты энергии основного состояния дают:

$$r_s^c \sim (5\text{–}6)a_0, \quad n_c^{1/3} a_0 \sim 0{,}1\text{–}0{,}12.$$

Расчеты методом Монте-Карло приводят для парамагнитной и ферромагнитной ферми-жидкостей к критическим значениям:

$$r_s^c \sim (75 \pm 5)a_0, \quad n_c^{1/3} a_0 \sim (8{,}3 \pm 0{,}5) \cdot 10^{-3};$$

$$r_s^c \sim (100 \pm 20)a_0, \quad n_c^{1/3} a_0 \sim (6{,}2 \pm 1{,}3) \cdot 10^{-3}.$$

Считается, что именно эти последние значения r_s наиболее достоверны [28].

Для невырожденной плазмы оценки параметров плавления получаются сравнением свободных энергий газовой и кристаллической фаз [4]. Из (5.12) следует выражение для плотности свободной энергии решетки [10]:

$$f(\gamma) = -0{,}895929 + 9\gamma/2 - 1{,}8856 - 1490/\gamma^2. \tag{5.14}$$

Зависимости свободных энергий газовой (5.10) и твердой (5.14) фаз пересекаются при $\gamma_m = 165$ [10]. При этом значении параметра неидеальности происходит вигнеровская кристаллизация ОКП. Значение γ_m очень чувствительно к деталям вычислительной процедуры. Разные авторы приводят наиболее вероятные, по их мнению, значения γ_m, которые лежат в диапазоне от 155 до 171.

На опыте вигнеровская кристаллизация наблюдалась, по-видимому, в двумерной системе электронов, расположенных на поверхности

жидкого гелия [12, 29]. Классический электронный кристалл с треугольной ячейкой возникал при $\gamma_{\rm m} \approx 140$, $\gamma = (Ze)^2 \cdot (\pi n_{\rm e})^{1/2}/kT$. Это значение близко к расчетному: $\gamma = 125 \pm 15$ [12].

Квазипериодическая структура ионного облака с $n_i \sim 10^8$ см$^{-3}$ и $T \sim 10^2$ К в магнитном поле также интерпретирована авторами [30] как проявление вигнеровской кристаллизации. С тех же позиций в [31] рассмотрены измеренные в лазерных ударных волнах осцилляции бинарной функции плазмы, характерные для упорядоченной структуры. Возможно, что при $\gamma > \gamma_{\rm m}$ переохлажденная ОКП находится в аморфном застеклованном состоянии [14], а фазовый переход сопровождается выраженными гистерезисными явлениями. Это состояние представляет собой неупорядоченную систему монокристаллов размером несколько периодов кристаллической решетки. Любопытно, что таковым может быть состояние вещества в недрах белых карликов, поскольку по некоторым оценкам параметр γ в них может даже превышать $\gamma_{\rm m}$. Более детально свойства вигнеровских кристаллов обсуждаются в гл. 10.

5.1.5. Интегральные уравнения. В теории жидкости бинарную корреляционную функцию связывают с парным потенциалом взаимодействия $V(r)$ [18, 19]. Уравнение Перкуса–Йевика, хорошо зарекомендовавшее себя при описании свойств системы частиц, взаимодействующих посредством короткодействующих потенциалов [20], оказалось малопригодным для ОКП [21]. По-видимому, гиперцепное приближение (ГЦП) является для плазмы наилучшим. Об этом свидетельствует качественный анализ ГЦП-уравнений и хорошее согласие результатов, полученных методом Монте-Карло, с результатами численного интегрирования гиперцепных уравнений [9, 21]. Эти уравнения имеют вид

$$g(r) = 1 + h(r) = \exp\{-V(r)/kT + h(r) - c(r)\}, \tag{5.15}$$

$$h(r) = c(r) + N \int d\mathbf{r}' c(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) h(r'), \tag{5.16}$$

где введены $h(r)$, $c(r)$ — полная и прямая корреляционные функции, а $V(r) = Z^2 e^2/r$. Процедура решения состоит в следующем. Начиная от некоторой исходной функции $h(r)$, следует вычислить ее фурье-образ $h(k)$, далее вычислить $c(r)$:

$$c(r) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{kr}} \frac{h(k)}{1 + h(k)}, \tag{5.17}$$

затем, подставив (5.17) в (5.16), найти следующую итерацию $h(r)$ и т. д.

В [21] $g(r)$ и $u_{\rm кор}(r)$ были найдены в области $0{,}05 \lesssim \gamma \lesssim 50$. С большей точностью это было сделано в [9] для $20 \lesssim \gamma \lesssim 7000$. Бинарные корреляционные функции в ГЦП хорошо описывают значения, полученные методом Монте-Карло (см., например, рис. 5.4).

Численные результаты ГЦП были аппроксимированы в [22] следующим выражением:

$$u_{\text{кор}}/(n_{\text{i}}kT) = a\gamma + b\gamma^{1/2} + c\ln\gamma + d, \tag{5.18}$$

где $a = -0{,}900470$; $b = 0{,}2688263$; $c = 0{,}0719925$; $d = 0{,}0537919$. Вследствие преобладания статического члена, (5.9) и (5.18) совпадают с погрешностью, меньшей 1%. Что же касается тепловых частей $u_{\text{кор}}$, они отличаются как буквенно (зависимость $\sim \gamma^{1/2}$ в (5.18) вместо $\gamma^{1/4}$ в (5.9)), так и численно (45% при $\gamma = 150$).

При самых больших γ не выполняется строгое ограничение (5.13). В целом, несмотря на большой успех ГЦП, оно оказывается неудовлетворительным в тех ситуациях, когда тепловая часть выходит на первый план. Например, так обстоит дело при расчете обычной теплоемкости:

$$c_V/n_{\text{i}} - 1 = -\gamma^2 d(u_{\text{кор}}/n_{\text{i}}kT\gamma)/d\gamma. \tag{5.19}$$

Здесь погрешность достигает 20%. Недостатки ГЦП обусловлены пренебрежением вклада лестничных диаграмм при расчете $u_{\text{кор}}$. Полуэмпирический учет этого вклада, выполненный в [22], оказался успешным. Он был выполнен таким образом, чтобы удовлетворить правилу сумм для сжимаемости, нарушенному ГЦП. В результате термодинамические величины и функции корреляции оказались чрезвычайно близкими к полученным методом Монте-Карло.

5.1.6. Поляризация компенсирующего фона. Вырожденный электронный газ, образующий компенсирующий фон, поляризуется вследствие неоднородности распределения ионного заряда. Вокруг каждого иона образуется электронное облако, что модифицирует ион–ионный потенциал. В фурье-представлении

$$V(q) = 4\pi(Ze)^2 q^{-2}\varepsilon_{\text{e}}^{-1}(q). \tag{5.20}$$

Статическая диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_{\text{e}}(q)$ вычислена в различных приближениях [23] и имеет вид

$$\varepsilon_{\text{e}}(q) = 1 - \frac{4\pi(Ze)^2\chi_0(q)q^{-2}}{1 + 4\pi(Ze)^2 G(q)\chi_0(q)q^{-2}}, \tag{5.21}$$

где $\chi_0(q)$ — статическая поляризуемость свободного электронного газа (функция Линдхарда); $G(q)$ — поправка на локальное поле, учитывающая влияние обмена и корреляции [26]. В пределе высокой электронной плотности ($r_{\text{s}} \to 0$) обменом и корреляцией можно пренебречь, и $\varepsilon_{\text{e}}(q)$

дается приближением хаотических фаз (ПХФ):

$$\varepsilon_{\mathrm{e}}(q) = 1 - \frac{4\pi(Ze)^2\chi_0(q)}{q^2} = \\ = 1 + \frac{1}{(q\lambda_{\mathrm{TF}})^2}\left\{\frac{1}{2} + \frac{q_{\mathrm{F}}}{2q}\left[1 - \frac{q^2}{4q_{\mathrm{F}}^2}\right]\ln\left|\frac{q+2q_{\mathrm{F}}}{q-2q_{\mathrm{F}}}\right|\right\}. \quad (5.22)$$

Здесь $\lambda_{\mathrm{TF}} = r_{\mathrm{s}}(\pi/12Z)^{1/3}$ — радиус томас–фермиевской экранировки; q_{F} — фермиевский импульс; $q_{\mathrm{F}}^{-1} = r_{\mathrm{s}}(4/(9\pi Z))^{1/3}$. Реально соотношение (5.22) неплохо работает, пока $r_{\mathrm{s}} \lesssim a_0$.

В наиболее грубом томас–фермиевском приближении межионный потенциал экранируется следующим образом:

$$V(r) = \frac{(Ze)^2}{r}\exp\left(-\frac{r}{\lambda_{\mathrm{TF}}}\right). \quad (5.23)$$

Если $\lambda_{\mathrm{TF}} \gg r$, то экранировка существенна, т. е. поляризацией фона можно пренебречь. В противном случае результаты расчетов зависят не от одного, а от двух параметров, γ и r_{s} [8]. В диапазоне $r_{\mathrm{s}} \leqslant 0{,}5a_0$ результаты расчетов методом Монте-Карло аппроксимированы следующим выражением [4]:

$$u_{\mathrm{кор}}/(n_{\mathrm{i}}kT) = -(0{,}8946 + 0{,}0543r_{\mathrm{s}}/a_0)\gamma + \\ + (0{,}8165 - 0{,}1853r_{\mathrm{s}}/a_0)\gamma^{1/4} - (0{,}5012 - 0{,}0659r_{\mathrm{s}}/a_0). \quad (5.24)$$

При $r_{\mathrm{s}} > a_0$ результаты вычисления очень чувствительны в виду $G(q)$.

Влияние поляризации фона на параметры плазмы, как правило, незначительно. В основном изменяется статическая часть энергии. Учет корреляций изменяет ее на несколько процентов при $r_{\mathrm{s}} \sim 0{,}5a_0$. Еще меньше изменяется давление плазмы, так как поляризационная поправка $\sim r_{\mathrm{s}}\Gamma = \beta e^2$ не зависит от объема системы.

5.1.7. Волны зарядовой плотности в ОКП возникают ввиду того, что межэлектронные взаимодействия делают состояние с осциллирующим в пространстве профилем плотности более выгодным по сравнению с ее равномерным распределением. Это приводит к модуляции плотности положительного заряда фона для обеспечения условия электронейтральности [28]. Данный эффект проявляется [4] как возникновение неустойчивости «мягкой моды», связанной с образованием кристалла Вигнера [27], и поэтому состояние волн зарядовой плотности можно рассматривать как фазу, промежуточную между вигнеровским кристаллом и обычным металлом с однородным распределением заряда.

Условием возникновения волн зарядовой плотности является обращение в нуль диэлектрической проницаемости ($\varepsilon(q,0) = 0$),

которая связана со структурным фактором $S(q)$ флуктуационно-диссипативной теоремой (5.5).

На рис. 5.3 показано, что, согласно расчетам Монте-Карло, в ОКП такие состояния могут возникать при значительных плазменных неидеальностях $\gamma \gtrsim 160$.

Реальная возможность возникновения волн зарядовой плотности в трехмерном электронном газе существенно зависит от степени деформируемости ионной решетки и близости ее к модели деформируемого «желе». По-видимому, щелочные металлы — наиболее подходящие трехмерные объекты для поиска волн зарядовой плотности [28], так как слабость ион-ионного взаимодействия благоприятствует деформируемости ионной решетки [30–32]. Сейчас вопрос о волнах зарядовой плотности в трехмерных металлах является открытым, в то время как в квазиодномерных структурах (типа халькогенидов переходных металлов TaS_2, $NbSe_3$ и т. п.) их существование надежно фиксируется, например, электронно-микроскопическими наблюдениями.

5.1.8. Правила сумм. Численные результаты, полученные методом Монте-Карло, играют для ОКП роль «экспериментальных» данных, сопоставление с которыми позволяет оценить область применимости различных аналитических приближений. Прямое сопоставление показывает, например, что методы, развитые для слабонеидеальной плазмы, удовлетворительно работают при экстраполяции на $\gamma \approx 1$ [24]. Важно, чтобы при такой экстраполяции выполнялись общие ограничения, справедливые для ОКП любой неидеальности. К ним относятся следующие соотношения [24, 33]:

1) условие положительности бинарной корреляционной функции

$$g(r) \geqslant 0; \tag{5.25}$$

2) условие экспоненциальности, ограничивающее величину $g(r)$ при малых r,

$$g(r) \sim \exp[-\beta V(r)], \quad r \to 0; \tag{5.26}$$

3) условие локальной электронейтральности в кулоновской системе

$$n_{\mathrm{i}} \int d\mathbf{r}\,[g(r) - 1] = -1; \tag{5.27}$$

4) условие экранирования, полученное в [34]:

$$n_{\mathrm{i}} \int d\mathbf{r}\, r^2 [g(r) - 1] = -6k_{\mathrm{D}}^{-2}, \quad k_{\mathrm{D}} = (4\pi Z^2 e^2 n_{\mathrm{i}}/kT)^{1/2}. \tag{5.28}$$

Обсудим несколько подробнее условие экспоненциальности, переписав его:

$$g(r) \sim \exp[-\beta V(r) + a + br^2 + \ldots], \quad r \to 0. \tag{5.29}$$

Константа $a > 0$ [35]. Это особенно существенно для теории скоростей ядерных реакций в недрах звезд.

Много усилий было затрачено на определение констант в показателе экспоненты (5.29). Дело в том, что поведение $g(r)$ при малых r дает понижение кулоновского барьера, значение и форма которого важны для скорости ядерных реакций синтеза, протекающих в недрах звезд. Скорость реакции определяется вероятностью того, что два ядра сблизятся на расстояние порядка 10^{-13}–10^{-12} см. В сильнонеидеальной плазме эффекты экранирования увеличивают $g(r)$ при малых r и, следовательно, увеличивают скорости ядерных реакций [35–37]. Понижение барьера дается выражением

$$\exp(a) = \lim\{g(r)\exp[\beta V(r)]\}. \tag{5.30}$$

Этот эффект может быть важен также для некоторых экзотических схем термоядерного синтеза.

5.1.9. Асимптотические выражения. Равновесные свойства ОКП определяются свободной энергией: $F = F_{\text{ид}} - F_1$, где

$$\beta F_1 = \ln \int \dots \int \frac{\prod_{i=1}^{N} d\mathbf{r}_i}{V^N} \exp\left\{-\beta\left[\sum_{i<j}^{N} \frac{(Ze)^2}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} - \frac{N}{V}\sum_{i=1}^{N}\int d\mathbf{r}\frac{Ze^2}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}|} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{N^2}{2V^2}\int\int d\mathbf{r}\,d\mathbf{r}'\frac{e^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}\right]\right\}.$$

В этом и следующем разделах N — число заряженных частиц, а V — объем системы.

Аналитические оценки для βF_1 удается получить лишь в пределе слабой ($\gamma \ll 1$) и умеренной ($0{,}3 \leqslant \gamma \leqslant 1$) неидеальности. Хорошо разработанная для быстро спадающих (быстрее $\sim r^{-3}$) потенциалов взаимодействия техника оценки βF_1 на основе майеровских диаграмм для кулоновских систем неприменима ввиду расходимости соответствующих интегралов. Для устранения этих расходимостей необходима перегруппировка и выборочное суммирование рядов теории возмущений, что приводит к результату [38]

$$\beta F_1 = N\left\{-\frac{1}{3}(\sqrt{3}\gamma^{3/2}) + S_2(\gamma) + S_3(\gamma) + \dots\right\},$$

где первый член соответствует суммированию «кольцевых» диаграмм (дебаевское приближение). Члены S_2 и S_3 более высокого порядка по γ являются нестепенными функциями плотности и эффективно описывают взаимодействие групп частиц через экранированный кулоновский потенциал:

$$\beta V(r) = \frac{\beta e^2}{r} e^{-r/\lambda_{\text{TF}}}.$$

Выражение для S_2,

$$S_2 = \frac{N}{2}\int d\mathbf{r}\Big[e^{-\beta V} - 1 + \beta V - \frac{1}{2}(\beta V)^2 \ldots\Big],$$

имеет в пределе $\gamma \to 0$ порядок $O(\gamma^3 \ln\gamma)$. Вместо использования громоздких аналитических выражений для S_2 и S_3 в [39] выполнен численный расчет соответствующих интегралов с последующей аппроксимацией полученных результатов. Соотношение для βF_1 стандартным образом приводит к уравнениям для внутренней энергии и теплоемкости:

$$\frac{\beta U}{N} = -\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}\gamma^{3/2}\right) + \frac{3}{2}\gamma\frac{d}{d\gamma}[S_2(\gamma) + S_3(\gamma) + \ldots];$$

$$\frac{c_V}{NkT} = \frac{1}{4}\left(\sqrt{3}\gamma^{3/2}\right) - \frac{3}{2}\gamma^2\frac{d^2}{d\gamma^2}[S_2(\gamma) + S_3(\gamma) + \ldots].$$

В отсутствие электронного экранирования ($r_\mathrm{s} = 0$), в соответствии с теоремой вириала,

$$\frac{p - p_0}{p_0} = \frac{1}{3}\frac{\beta U}{N}, \quad p_0 = NkT/V.$$

В пределе слабой неидеальности ($\gamma \ll 1$) основной член этих выражений имеет порядок $O(\gamma^{3/2})$, что соответствует хорошо известному приближению Дебая–Хюккеля:

$$\frac{\beta F_1}{N} = -\frac{1}{3}\varepsilon; \quad \beta\frac{U}{N} = -\frac{1}{2}\varepsilon;$$

$$\frac{c_V}{NkT} = \frac{1}{4}\varepsilon; \quad \varepsilon = \sqrt{3}\gamma^{3/2}.$$

Однако с ростом неидеальности ($\gamma \to \infty$) член $O(\gamma^{3/2})$ компенсируется вкладами других интегралов в разложении βF_1 и основными в этом пределе являются члены порядка γ, что наглядно следует из расчетов методом Монте-Карло. Переход от зависимости, $O(\gamma^{3/2})$, к более слабой, пропорциональной γ, происходит в диапазоне $0{,}3 \lesssim \gamma \lesssim 0{,}75$. Поэтому значение $\gamma \sim 0{,}75$ принимается за нижнюю границу области существования сильнонеидеальной плазмы. Отметим, что для ОКП сформулированы асимптотические оценки для энергии [40]:

$$\frac{\beta U}{N} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\gamma^{3/2} \quad \text{при} \quad \gamma \ll 1;$$

$$\frac{\beta U}{N} = -\frac{9}{10}\gamma \quad \text{при} \quad \gamma \gg 1.$$

Первая из них соответствует линейному дебаевскому приближению, а вторая — модели неперекрывающихся ионных сфер.

Область существования сильнонеидеальной кулоновской плазмы (кулоновской жидкости) ограничена максимальным значением $\gamma \sim 155$–171 и границей кристаллизации (см. п. 5.1.4). Таким образом, при $\gamma \lesssim 0{,}75$ плазма описывается асимптотическими выражениями, основанными на теории возмущений [39], при $\gamma \gtrsim 155$–171 она образует кулоновский кристалл. В промежуточной области, как показал анализ численных экспериментов, плазма может рассматриваться как разупорядоченная решетка ионов, описывающаяся соотношениями (5.8), (5.9).

Анализ [41] показывает, что уже простейшая коррекция приближений, применимых при $\gamma < 1$, заметно повышает их возможности в области $\gamma \approx 1$ [40, 41].

Ряд известных приближений дает корреляционную функцию в виде

$$g(x) = 1 - \exp(-Ax)/(Bx), \quad x = r/r_{\mathrm{D}}. \tag{5.31}$$

Такая линеаризованная форма нарушает условие (5.26). Переход к нелинейной форме,

$$g(x) = \exp[-\exp(-Ax)/(Bx)], \tag{5.32}$$

нарушает условие (5.27). В [24, 42, 43] предложен способ одновременного учета условий (5.25)–(5.27), при котором берется только положительная часть $g(r)$, а параметр B становится нормирующей константой, выбираемой из условия выполнения (5.27). Например, линеаризованное приближение Дебая–Хюккеля (ЛДХ) с $A = 1$, $B = \Gamma^{-1}$ принимает вид ЛДХ*:

$$g(x) = 1 - \frac{R}{x}\exp(R - x), \quad x \geqslant R; \quad g(x) = 0; \quad x < R, \tag{5.33}$$

где $R = (1 + 3\Gamma)^{1/3} - 1$; $\Gamma = (Ze)^2/(kTr_{\mathrm{D}})$.

В этом приближении

$$U/(NkT) = (-1/4)[(1 + 3\Gamma)^{2/3} - 1]. \tag{5.34}$$

На рис. 5.5, 5.6 представлены результаты четырех приближений до и после коррекции, аналогичной описанной: линеаризованное и нелинеаризованное дебаевское приближение (ЛДХ и ДХ); дебаевское приближение в большом каноническом ансамбле (БДХ), а также приближения, асимптотически учитывающие зависимость радиуса экранирования от Γ (МН) [44]. Видно, что эта коррекция существенно улучшает согласие с машинным экспериментом (МК) даже там, где в машинных решениях возникают осцилляции корреляционных функций (за волнистой линией на рис. 5.5) [45, 46].

В [41] построена модель, описывающая осцилляции $g(x)$ (ЛДХ**):

$$g(x) = 1 - \frac{A}{x}\exp(-x)\cos Bx, \quad x \geqslant R, \quad g(x) = 0, \quad x \leqslant R, \tag{5.35}$$

где A и B — нормировочные константы; $R = R(A, B)$. Теория MSA [48], как и модель МН, одновременно удовлетворяет критериям (5.25)–(5.28) и, как показано в [47], хорошо описывает результаты расчетов методом Монте-Карло (рис. 5.6).

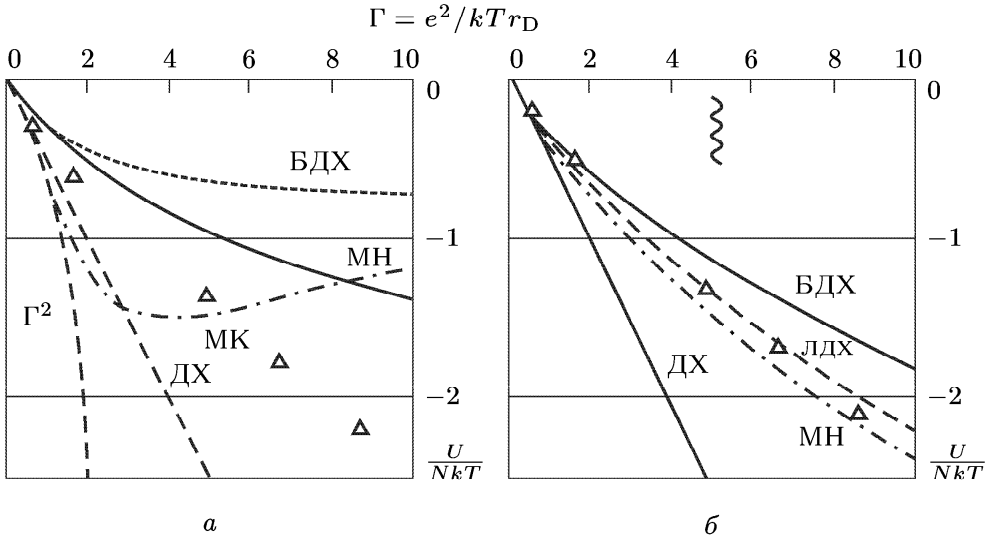


Рис. 5.5. Внутренняя энергия ОКП, даваемая рядом асимптотических приближений, до коррекции (*а*) и после нее (*б*) по соотношениям (5.25)–(5.27) [42]

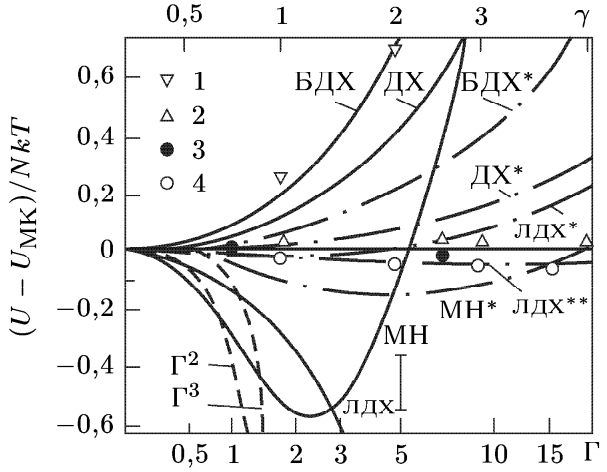


Рис. 5.6. Энергия кулоновского взаимодействия $U_{\text{МК}}$ — метод Монте-Карло [1, 5] разложения по Г: ЛДХ — первый порядок (приближение Дебая–Хюккеля), Γ^2 — второй порядок [38], Γ^3 — третий порядок [43]. Простейшие модели: ДХ — нелинеаризованная форма Дебая–Хюккеля, БДХ — дебаевское приближение в большом каноническом ансамбле [24], МН — [44], ЛДХ*, ЛДХ**, ДХ*, БДХ*, МН* — те же приближения после коррекции в соответствии с условием локальной электронейтральности (5.25)–(5.27); более сложные приближения: 1 — ГЦП [45]; 2 — ГЦП по [21]; 3 — решение уравнений ББГКИ [46]; 4 — MSA [47]

Таким образом, выполнение (5.25)–(5.28) является эффективным средством проверки правильности термодинамических расчетов как численными, так и аналитическими методами. Так, невыполнение (5.27) в [45] отразилось на результатах (см. рис. 5.6) и свидетельствует о существенной ее некорректности.

5.1.10. ОКП смесь ионов с зарядами Z_1 и Z_2 представляет интерес для астрофизики. В модели ионных сфер статическая энергия бинарной смеси дается выражением

$$u_{\text{кор}}/(nkT) = -0{,}9[x_1 Z_1^{5/3} + (1-x_1)Z_2^{5/3}]\bar{Z}^{1/3}(e^2/r_s kT) = \\ = -0{,}9\overline{Z^{5/3}}(\bar{Z})^{1/3}\gamma', \quad (5.36)$$

где $n = n_1 + n_2$; $x_1 = n_1/n$; $\bar{Z} = (Z_1 n_1 + Z_2 n_2)/n$; $r_s = (4\pi n/3)^{-1/3}$; $\gamma' = e^2/r_s kT$.

Если использовать представления о среднем заряде иона, то выражение (5.36) предлагает следующий закон усреднения заряда [36]:

$$Z^2_{\text{эф}} = \overline{Z^{5/3}}(\bar{Z})^{1/3}. \quad (5.37)$$

Заметим, что этот способ усреднения существенно отличается от дебай-хюккелевского, $Z^2_{\text{эф}} = \overline{Z^2}$. Поскольку маделунговский член доминирует в $u_{\text{кор}}$, то именно (5.37) соответствует сильной неидеальности.

В [7, 49] были проведены вычисления термодинамических свойств смесей методом Монте-Карло для $Z_2/Z_1 = 2$ и 3, и получены результаты решения гиперцепных уравнений. Избыточная свободная энергия, как оказалось, в очень хорошем приближении может быть записана в виде линейной суперпозиции свободных энергий однородных по заряду ОКП [3]:

$$F_{\text{кор}}/(nkT) = f = x_1 f_0(Z_1^{5/3}\gamma') + (1-x_1)f_0(Z_2^{5/3}\gamma'). \quad (5.38)$$

Бинарная ионная смесь может разделяться на однородные фазы [50]. Таковы, например, смеси H^+ и He^{++} в недрах планет-гигантов. Это происходит при температурах ниже некоторой критической температуры T_c, зависящей от давления. В [49] было найдено, что в водородно–гелиевой плазме ($x_{He} = 0{,}28$) при давлении 6 ТПа критическая температура $T_c = 6300$ К. В этих условиях $r_s = 0{,}85a_0$. Существенно, что если линейная суперпозиция (5.38) является вполне точной, то разделение фаз невозможно. Большую роль в описании эффекта разделения играет учет корреляции электронного фона. В [51] показано, что разделение может явиться следствием более эффективной локальной квазинейтральности в однородных фазах, нежели в их смеси.

§ 5.2. Многокомпонентная плазма. Результаты теории возмущений

Основной недостаток модели ОКП состоит в предельно упрощенном учете заряда противоположного знака, представляющего собой бесструктурный компенсирующий фон. Более совершенные модели плазмы предполагают явный учет структуры и взаимодействия зарядов всех знаков с обязательным описанием квантовых эффектов при кулоновском взаимодействии. Дело в том, что игнорирование квантово-механической специфики задачи приводит к принципиальным трудностям классического описания движения частиц на малых расстояниях (порядка λ_e) ввиду расходимости координатной части гиббсовской вероятности при сближении разноименных зарядов [52]. В квантовой теории подобная расходимость естественно устраняется ростом среднего импульса и кинетической энергии при локализации зарядов, что и обеспечивает стабильность всей системы. При этом квантовые эффекты приводят к образованию связанных состояний (молекул, атомов, ионов) и, в свою очередь, влияют на взаимодействие свободных зарядов. Известны многочисленные попытки сохранить классический формализм введением обрезания кулоновского потенциала на малых расстояниях с принудительным исключением конфигураций со сблизившимися зарядами. При этом в окончательный ответ входит параметр обрезания, а сами модели теряют термодинамическую устойчивость при $\gamma \gtrsim 1$, когда радиус обрезания становится сравнимым с межчастичным расстоянием.

Последовательное квантово-механическое рассмотрение задачи исходит из гамильтониана, содержащего полное взаимодействие между всеми зарядами. Это соответствует «физической» модели многокомпонентной плазмы, в которой вклад дискретного спектра оказывается конечным и возникает одновременно с вкладом свободных зарядов [53]. «Физическая» модель является наиболее общей и последовательной для реальной плазмы, однако практические вычисления в рамках этой модели весьма трудоемки и не получили пока достаточного распространения. Дело в том, что применение физической модели к частично ионизованной плазме многоэлектронных элементов предполагает квантово-механическое вычисление внутренней структуры связанных состояний, аналогичных, например, вычислениям внутренней структуры атомов и ионов методом Хартри–Фока.

В разреженной плазме конфигурации со сблизившимися частицами маловероятны, что позволяет ввести существенные упрощения. Главное из них состоит в раздельном описании состояния дискретного и непрерывного спектров, первое из которых соответствует внутренней структуре атомов и ионов, а второе — электрически заряженному компоненту. Такое приближение составляет основу наиболее популярной

сейчас в физике плазмы модели, называемой «химической» [24], так как количество частиц разного сорта $\{N_i\}$ определяется в этом случае условиями химического (ионизационного) равновесия $\sum \mu_i = 0$:

$$\left(\frac{\partial F(V,T,N_i)}{\partial N_k}\right)_{V,T} = 0. \tag{5.39}$$

Здесь все гипотезы относительно структуры частиц и их взаимодействия содержатся в выражении для свободной энергии $F(V,T,\{N_i\})$:

$$F(V,T,N) = F^k + F^c + F^b + F^l. \tag{5.40}$$

Вклад дискретного спектра F^b в этой модели оказывается выделенным и рассчитывается независимо от вклада непрерывного спектра, представленного кинетической частью F^k и разнообразными поправками на межчастичное взаимодействие F^c.

Если излучение находится в локальном термодинамическом равновесии с веществом, то свободная энергия фотонного газа и ее вклад становятся существенными при экстремально высоких разогревах вещества или при его сильном разрежении $\left(F^l = -\frac{4\sigma}{3c}VT^4\right)$, где σ — постоянная Стефана–Больцмана, а c — скорость света [54]. Так, для вольфрама твердотельной плотности вклад теплового излучения становится заметным при $T \gtrsim 10^7$ К ($p \gtrsim 10^3$ ТПа). Свободная энергия идеального газа равна

$$F^k = kT\sum_k N_k\left\{\mu_k - \frac{F_{3/2}(\mu_k)}{F_{1/2}(\mu_k)}\right\}; \quad F_p(\mu_k) = \frac{1}{\Gamma(p+1)}\int\limits_0^\infty \frac{t^p dt}{e^{t-\mu_k}-1}, \tag{5.41}$$

где μ_k — приведенный химический потенциал, выраженный в единицах kT, характеризует степень вырождения плазмы и определяется соотношением

$$F_{1/2}(\mu_k) = \frac{N_k}{g_k V}\lambda_k^3 \sim n_k\lambda_k^3.$$

Для тяжелых частиц $n_k\lambda_k^3 \ll 1$ и $\mu_k \ll 1$, что позволяет для них перейти к классическому пределу статистики Больцмана:

$$F^k = kT\sum_k N_k\left[\ln\left(\frac{N_k}{g_k V}\lambda_k^3\right) - 1\right]. \tag{5.42}$$

Учет вырождения электронного компонента понижает степень ионизации плазмы, увеличивая кинетическую часть электронного давления.

В химической модели обычно используются соотношения, полученные для полностью ионизованной плазмы методами современной теории возмущений [53], развиваемой до произвольного порядка по

параметру разложения и снабженной диаграммной техникой, облегчающей классификацию и выделение членов в соответствующих рядах. Основная поправка для плазмы вычисляется суммированием так называемых «кольцевых» диаграмм [53] и соответствует для вырожденной плазмы модели Гелл-Мана–Бракнера [55], а в больцмановском пределе приводит к модели Дебая–Хюккеля:

$$\beta F_2^c = -\sum_i N_i \frac{1}{3} \Gamma P(\gamma). \tag{5.43}$$

Здесь параметр неидеальности многокомпонентной плазмы

$$\Gamma = 2\pi^{1/2} e^3 \beta^{3/2} (N/V)^{1/2} \left(\sum_i Z_i^2 N_i \theta_i \Big/ N \right)^{3/2}, \tag{5.44}$$

где параметр $\theta_i = \dfrac{F_{-1/2}(\mu_i)}{F_{1/2}(\mu_i)}$ учитывает вырождение i-го компонента плазмы. Дополнительная поправка квантово-механического происхождения в (5.43) учитывает в высокотемпературной плазме ($\beta e^2 \langle Z^2 \rangle < \lambda_i$) эффекты, вызванные принципом неопределенности (рис. 5.7 [56–58]), и соответствует эффективному отталкиванию зарядов на малых расстояниях:

$$\begin{aligned} P(\gamma) = 1 - (3/16)\pi^{1/2} [& (Z_{\mathrm{e}}^4 N_{\mathrm{e}}^2 \gamma_{\mathrm{ee}} + 2 Z_{\mathrm{e}}^2 Z_{\mathrm{i}}^2 N_{\mathrm{e}} N_{\mathrm{i}} \gamma_{\mathrm{ei}} + \\ & + Z_{\mathrm{i}}^2 Z_{\mathrm{j}}^2 N_{\mathrm{i}} N_{\mathrm{j}} \gamma_{\mathrm{ij}}) / N^2 \langle Z^2 \rangle^2] + \\ & + (1/4) \gamma_{\mathrm{e}}^2 \{ [Z_{\mathrm{e}}^4 N_{\mathrm{e}}^2 + Z_{\mathrm{e}}^2 Z_{\mathrm{i}}^2 N_{\mathrm{e}} N_{\mathrm{i}} (1 + m_{\mathrm{e}}/m_{\mathrm{i}}) + \\ & + Z_{\mathrm{i}}^2 N_{\mathrm{i}}^2 (m_{\mathrm{e}}/m_{\mathrm{i}})] / N^2 \langle Z^2 \rangle^2 \}, \end{aligned} \tag{5.45}$$

$$\gamma_{\mathrm{i}} = \frac{\lambda_{\mathrm{i}}}{r_{\mathrm{D}}}; \quad \gamma_{\mathrm{ei}} = \frac{\lambda_{\mathrm{ei}}}{r_{\mathrm{D}}} = \frac{\hbar / (2\mu_{\mathrm{ei}} kT)^{1/2}}{r_{\mathrm{D}}}; \quad \mu_{\mathrm{ei}} = \frac{m_{\mathrm{e}} m_{\mathrm{i}}}{m_{\mathrm{e}} + m_{\mathrm{i}}};$$

$r_{\mathrm{D}} = \left(4\pi\beta^2 e^4 N \sum_j Z_j^2 N_j \dfrac{\theta_j}{V} \right)^{-1/2}$ — дебаевский радиус экранирования. Следующий за (5.43) член разложения носит название лестничного и описывает бинарные взаимодействия зарядов через динамический экранированный кулоновский потенциал. Общее выражение для лестничной поправки приведено в [53] и содержит многомерные интегралы сложной структуры. В приближении высоких температур $\gamma_{\mathrm{ii}} < \Gamma < \gamma_{\mathrm{ei}}, \gamma_{\mathrm{ee}} < 1$ (соответствующем для плазмы водорода,

$50 \lesssim kT \lesssim 2000$ эВ) лестничная поправка имеет вид [53]

$$\beta F_3^c = -\sum_i N_i \frac{1}{12} \frac{\Gamma^2}{N^2 \langle Z^2 \rangle^2} \{ Z_e^6 N_e^2 (\ln \gamma_{ee} + 0{,}887) + \\ + 2 Z_e^3 N_e \sum Z_i^3 N_i (\ln \gamma_{ei} + 0{,}887) + \\ + \sum_i \sum_j Z_i^3 Z_j^3 N_i N_j [\ln Z_i Z_j \beta e^2 / r_D + 0{,}887] \}. \quad (5.46)$$

Первый член в этом выражении описывает электрон–электронные взаимодействия, второй — электрон–ионные, а третий — ион–ионные. Для описания квантовых и дифракционных эффектов в этом и следующих членах теории возмущений предложен ряд аппроксимационных выражений значительно более сложной структуры [56].

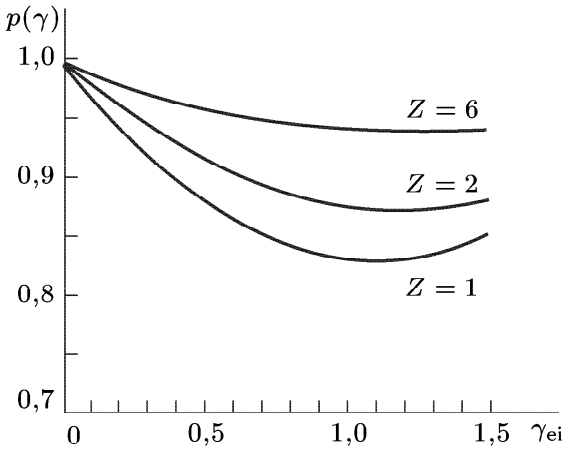


Рис. 5.7. Влияние принципа неопределенности на уравнение состояния (5.43); (5.45) по [56]

Наряду с кулоновским взаимодействием методы теории возмущений позволяют вычислить поправки на обменное взаимодействие между свободными зарядами одинакового спина. Поправки первого порядка для статистики произвольного типа имеют вид

$$\beta F_{\text{обм}_1}^c = -N_e \frac{1}{2} \gamma_e^2 \frac{N_e}{\sum_i Z_i^2 N_i} \int_{-\infty}^{\mu_e} \frac{d\mu_e' F_{-1/2}^2(\mu_e')}{F_{1/2}^2(\mu_e')} \quad (5.47)$$

Обменные интегралы для больцмановского и вырожденного случаев вычисляются аналитически, что приводит к ассимптотикам

$$\lim_{\mu_e \ll -1} \beta F = N_e \frac{1}{4} \gamma_e^2 \frac{N_e}{\sum_i Z_i^2 N_i}, \quad (5.48)$$

$$\lim_{\mu_e \gg 1} \beta F = -N_e \frac{1}{2} \gamma_e^2 \frac{N_e}{\sum\limits_i Z_i^2 N_i} \frac{1}{2} \frac{\frac{4}{\pi}\mu_e^2 - \frac{2}{3}\pi \ln \mu_e + c_3}{\left[\left(\frac{4}{3}\sqrt{\pi}\right)\mu_e^{3/2}\right]^2}. \tag{5.49}$$

Можно убедиться, что классическая асимптотика (5.48) применима в области $-\infty \lesssim \mu_e \lesssim 1{,}5$. Обменные поправки второго порядка [57] удается вычислить лишь для больцмановского случая (при $\mu_e \lesssim 4$):

$$\beta F^c_{\text{обм}_2} = -N_e \frac{\pi^{3/2}}{2^{7/2}} \ln \left[2 \frac{\lambda_F \gamma_e}{2S_e + 1} \left(\frac{Ze^2 N_e}{\sum\limits_i Z_i^2 N_i} \right)^{1/2} \right] - \\ - \frac{N_e}{12\pi} \left[\left(\frac{\beta e^2}{\lambda_F} \right)^3 \Big/ 12\lambda_F \right] \frac{N_e^2}{\left(\sum\limits_i N_i \right)^2}.$$

Общее выражение для обменной поправки третьего порядка получено в [53] и для невырожденной плазмы сводится к

$$\beta F^c_{\text{обм}_3} = -N_e \left[\left(\frac{\beta e^2}{\lambda_F} \right)^3 \Big/ 12\lambda_F \right] \frac{N_e^2}{\left(\sum\limits_i N_i \right)^2} \frac{1}{12\pi}.$$

Относительный вклад поправок в давление водородной плазмы иллюстрируется рис. 5.8.

Полученные в рамках теории возмущений эти модели являются асимптотическими и применимы, строго говоря, лишь при малых значениях параметров разложения $\Gamma \ll 1$, $\gamma \ll 1$. Так, согласно [56] область применимости кольцевой модели (5.43) оценивается значением $\Gamma \leqslant 0{,}5$, тогда как в [53] приводится более скромная оценка: $\Gamma \lesssim 0{,}1$. Для водорода по [56] интерференционные эффекты удовлетворительно описываются (5.45) при $\gamma < 1{,}1$. В области повышенной неидеальности, $\Gamma \gtrsim 1$, $\gamma \gtrsim 1$, результаты теории возмущений неприменимы, и здесь необходимо либо привлекать безпараметрические методы, либо пользоваться экстраполяциями. Для последнего случая удобным является кольцевое приближение в большом каноническом ансамбле статистической механики [41].

Выражение для термодинамического потенциала плазмы в большом каноническом ансамбле в кольцевом приближении имеет вид [41]

$$-\beta\Omega = \beta p V = V \left[\sum_k \xi_0^k + \frac{1}{12\pi} \left(4\pi f \sum_k \xi_0^k Z_k^2 \right)^{3/2} \right], \tag{5.50}$$

где $\xi_0^k = \dfrac{1}{\lambda_k^3}\exp(\mu_k\beta)$ — активность; Z_k — заряд иона сорта k; $f = e^2\beta$ — амплитуда кулоновского рассеяния. Используя соотношение

$$N_k = \left(\frac{\partial p}{\partial \mu_k}\right)_{T,V} = N_0^k \beta \left(\frac{\partial p}{\partial \xi_0^k}\right)_{T,V}, \tag{5.51}$$

в случае однократной ионизации легко получить

$$\beta p = N_0 + 2N_\mathrm{e}\left\{\alpha^2\left(\frac{2}{\Gamma}\right) + \frac{\Gamma}{3}\alpha^3\left(\frac{2}{\Gamma}\right)\right\}, \tag{5.52}$$

где N_0 — концентрация нейтралов, $\alpha(2/\Gamma)$ — положительный корень уравнения

$$\alpha^3 + x\alpha^2 - x = 0; \quad x = 2/\Gamma. \tag{5.53}$$

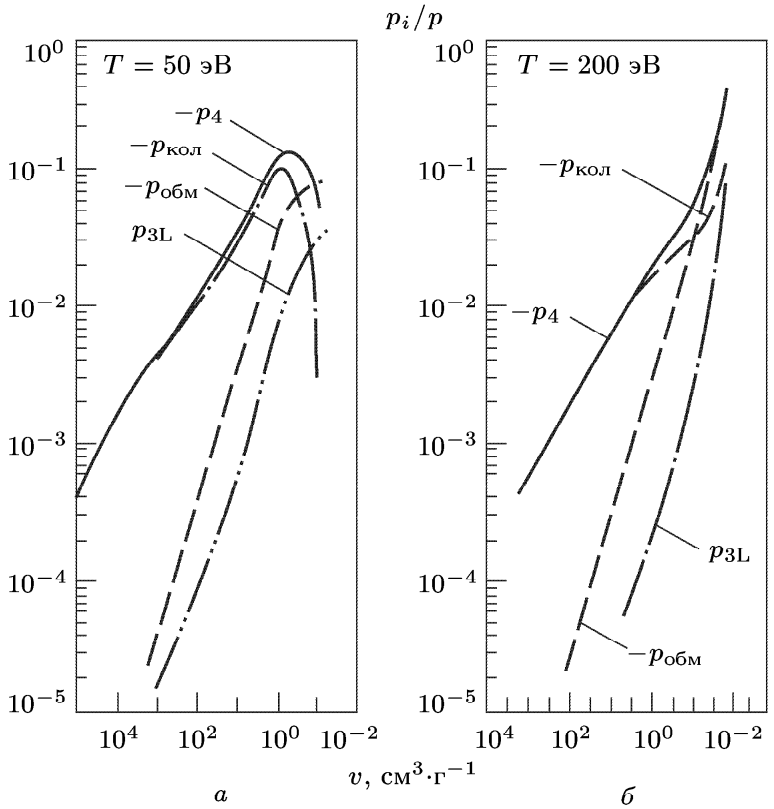


Рис. 5.8. Кулоновские и обменные поправки в водородной плазме [56] для $k'T' = 50$ эВ (*а*) и $k'T' = 200$ эВ (*б*): $p_{3\text{L}}$ — лестничная поправка (5.46); $p_{\text{кол}}$ — кольцевая поправка (5.43); $p_{\text{обм}}$ — обменная поправка (5.44); p_4 — сумма этих поправок

Поправка к энтальпии $\beta\Delta H$ и снижение потенциала ионизации ΔI плазмы в этом приближении имеют вид

$$\beta\Delta H = -8N_\mathrm{e}\left(1 - \alpha^2 - \frac{\Gamma}{3}\alpha^3\right); \tag{5.54}$$

$$\beta\Delta I = \chi = \beta(\Delta\mu_{\mathrm{a}} - \Delta\mu_{\mathrm{e}} - \Delta\mu_{\mathrm{i}}) = 2\ln[1 + (1/2)\Gamma\alpha]. \qquad (5.55)$$

Кольцевое приближение в пределе $\Gamma \to 0$ имеет правильную ассимптотику, а в пределе больших Γ обладает приемлемыми экстраполяционными свойствами, позволяющими описать эксперименты по ударно-волновому сжатию вплоть до $\Gamma \approx 2{,}5$. По этой причине модель (5.50)–(5.55) использовалась в инженерных расчетах теплофизических свойств рабочих тел газофазного ядерного реактора [41].

§ 5.3. Псевдопотенциальные модели. Расчеты методом Монте-Карло

Методы теории возмущений § 5.2 основаны на разложении по малым параметрам неидеальности и в силу этого применимы, строго говоря, в пределе слабонеидеальной плазмы. Для описания термодинамики плазмы при заметных неидеальностях эффективным является аппарат метода Монте-Карло [15], не использующий разложений по малым параметрам и оказывающийся поэтому особенно привлекательным в случае плотных газов и жидкостей, а также ОКП (см. п. 5.1.2), где задан вид потенциала межчастичного взаимодействия. Опираясь на основные принципы статистической физики, этот метод позволяет осуществить прямое вычисление средних термодинамических величин (см. п. 5.1.1). Важно, что в рамках этого метода потенциал межчастичного взаимодействия считается заданным и в большинстве конкретных вычислений парным. Поэтому при данном подходе основные физические гипотезы относятся именно к виду потенциала взаимодействия, после чего техника метода Монте-Карло позволяет провести все термодинамические расчеты до конца.

Применение этой общей техники к многокомпонентной плазме, однако, наталкивается на специфические трудности учета в рамках классического формализма Монте-Карло квантовых эффектов в электрон–ионных взаимодействиях на близких расстояниях, играющих в реальной плазме определяющую роль, обеспечивая ее стабильность, и приводящих, как мы уже отмечали, к возникновению связанных состояний [15, 59–61].

Учет квантово-механической специфики задачи в рамках классического формализма Монте-Карло осуществляется с помощью псевдопотенциальной модели, в которой описание электрон-ионного взаимодействия производится введением эффективного потенциала $\Phi(r, T)$, отличающегося от исходного потенциала $\Phi(r)$ лишь на малых расстояниях $r \leqslant \lambda_{\mathrm{e}}$. Это различие обусловлено квантовой неопределенностью положения электрона в пределах тепловой дебройлевской волны, эффектами обмена (для одинаковых частиц), а также возможностью образования связанных состояний при низких температурах ($kT \lesssim \mathrm{Ry}$). При псевдопотенциальном подходе квантовая статистическая сумма

сводится к выражению, по форме являющемуся классическим, что в сущности и позволяет применить классическую технику расчета Монте-Карло. В этом случае удается строго учесть так называемые парные квантовые эффекты, обусловливающие отличие парного псевдопотенциала от исходного потенциала.

5.3.1. Выбор псевдопотенциала. Рассмотрим две частицы с потенциалом взаимодействия $\Phi(r)$. Плотность вероятности найти эти частицы на расстоянии r в классической статистике пропорциональна $\exp\{-\beta\Phi(r)\}$, а в квантовой выражается слетеровской суммой:

$$S_2(r,T) = 2\lambda_e^3 \sum_\alpha |\psi_\alpha(r)|^2 \exp(-\beta E_\alpha), \tag{5.56}$$

где ψ_α, E_α — волновые функции и соответствующие собственные значения энергии двух частиц, а суммирование в (5.56) проводится по всем состояниям дискретного и непрерывного спектров.

Определим псевдопотенциал $\tilde{\Phi}(r,T)$ как потенциал, дающий в классическом случае то же распределение частиц в пространстве, которое в квантовом случае дает потенциал $\Phi(r)$. Получим

$$\tilde{\Phi}(r,T) = -kT \ln S_2(r,T). \tag{5.57}$$

В пределе $T \to \infty$, $\tilde{\Phi}(r,T)$ совпадает с $\Phi(r)$, а при конечных температурах — только на больших расстояниях. При этом существенно, что разность $\tilde{\Phi}(r,T) - \Phi(r)$ имеет короткодействующий характер, что позволяет построить для такого рода отклонений термодинамическую теорию возмущений [62].

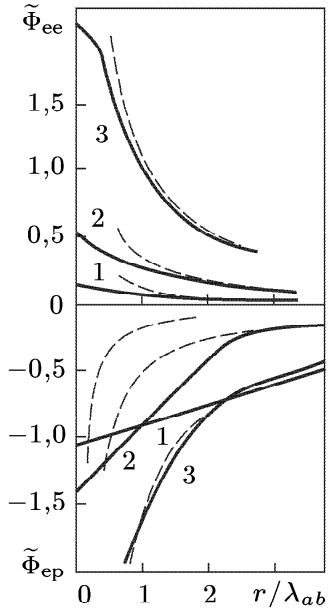


Рис. 5.9. Псевдопотенциалы $\tilde{\Phi}_{ep}$ и $\tilde{\Phi}_{ee}$ [59]: 1 — $T = 10^3$ K; 2 — $T = 10^4$ K; 3 — $T = 10^5$ K; штриховые линии — закон Кулона

В разработке псевдопотенциальной модели плазмы большую роль сыграли работы специалистов из Германии, выполненные под руководством В. Эбелинга [53]. В [53, 59] представлены результаты расчета псевдопотенциалов электрон–протонного $\tilde{\Phi}_{ep}$ и электрон–электронного $\tilde{\Phi}_{ee}$ взаимодействий, полученных прямым суммированием в (5.56) с использованием ψ_α и E_α изолированного атома водорода (рис. 5.9). Для $\tilde{\Phi}(r,T)$ в пределе высоких температур имеются, кроме того, и аналитические результаты [53, 59, 63].

В отличие от $\Phi(r)$ псевдопотенциал при $r \to 0$ имеет конечное значение, зависящее от конкретной электронной структуры атома,

которая, в свою очередь, определяется самосогласованным решением квантово-механической задачи многих тел и не может поэтому быть описана парным приближением (5.57). Игнорирование этого факта привело к серьезным качественным ошибкам псевдопотенциальной модели [64], проявившимся в появлении нефизических комплексов из-за слишком большой глубины псевдопотенциала (5.57). Действительно, предположение о парной аддитивности взаимодействия, в принципе, не работает для описания взаимодействия между продуктами диссоциации и ионизации, которое имеет характер насыщения. Поэтому для описания химически реагирующих систем необходимо модифицировать псевдопотенциальную модель, введя в явном виде учет связанных состояний.

С этой целью вводится представление [59, 60, 65]

$$S_2(r) = S_2^b(r) + S_2^f(r), \tag{5.58}$$

где $S_2^f(r)$ соответствует состояниям непрерывного, а $S_2^b(r)$ — дискретного спектров. В последнем случае $S_2^b(r)$ выбирается так, чтобы получить сходящееся выражение для статистической суммы [59]:

$$\sum\nolimits_b = \lambda_{\mathrm{e}}^{-3} e^{\beta E_0} 4\pi \int S_2^b(r) r^2 dr = e^{\beta I} \sum_{n=0}^{\infty} \left(e^{-\beta E_n} - 1 + \beta E_n \right). \tag{5.59}$$

Псевдопотенциал в этом случае имеет вид

$$\Phi^*(r,T) = -\beta^{-1} \ln S_2^f = \lambda_{\mathrm{e}}^3 \left\{ \sum_{E_\alpha = E_0}^{0} |\psi_\alpha(r)|^2 (1 - \beta E_\alpha) + \right.$$
$$\left. + \sum_{E_\alpha = 0}^{\infty} |\psi_\alpha(r)|^2 \exp[-\beta E_\alpha] \right\}, \tag{5.60}$$

где в первом слагаемом суммирование проводится по состояниям дискретного спектра, а во втором — по состояниям непрерывного. В случае водорода для глубины псевдопотенциала Φ_{ep}^* при $r = 0$ справедливо выражение [15]

$$\beta \Phi_{\mathrm{ep}}^*(0,T) = -\ln\{\pi^{1/2} \xi^3 [\xi(3) + \beta \mathrm{Ry} \xi(5)] + 2\pi^{1/2} \xi\};$$

$$\xi = 2(\beta \mathrm{Ry})^{1/2}; \quad \xi(k) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-k}; \quad \xi(3) = 1{,}202; \quad \xi(5) = 1{,}0369.$$

Построенные подобным образом псевдопотенциалы Φ_{ei}^* были рассчитаны для ряда температур и химических элементов [15]. Ввиду слабой зависимости Φ_{ei}^* от температуры и сорта химического элемента в рассмотренном диапазоне параметров для Φ_{ei}^* представлена простая

аппроксимация, лежащая в основе псевдопотенциальной модели плазмы «нулевого» приближения [15] (зависимость псевдопотенциала от плотности в этой работе не исследовалась):

$$\beta\Phi^0_{ei}(x,\beta)=\begin{cases}-\varepsilon, & r\leqslant\sigma,\\ -x^{-1}, & r\geqslant\sigma,\end{cases}\qquad \sigma=\beta e^2\varepsilon^{-1},\quad x=r/(\beta e^2),\quad (5.61)$$

$$\beta\Phi^0_{ee}(x)=\beta\Phi^0_{ii}(x)=x^{-1},$$

где числовой параметр модели $\varepsilon=2$ выбирается с привлечением экспериментальных данных. Ввиду простого вида Φ^0 (5.61) данная модель удовлетворяет соотношениям подобия, что позволяет представить результаты в компактной форме (рис. 5.10, 5.11) и резко сократить объем необходимых вычислений. Это обстоятельство упрощает практическое применение модели в конкретных термодинамических расчетах, для которых удобно пользоваться аппроксимационным выражением из [15] для $\varepsilon=4$:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\beta p}{n_e}=1-0{,}66\gamma^{3/2}+0{,}59\gamma^3-0{,}2\gamma^{3/2};\\ &\frac{\beta F}{N_e}=-0{,}89\gamma-0{,}45\gamma^2+0{,}54\gamma^3,\quad \gamma^3=Z^2(Z+1)e^6n_e\beta^3.\end{aligned}\right\}\quad (5.62)$$

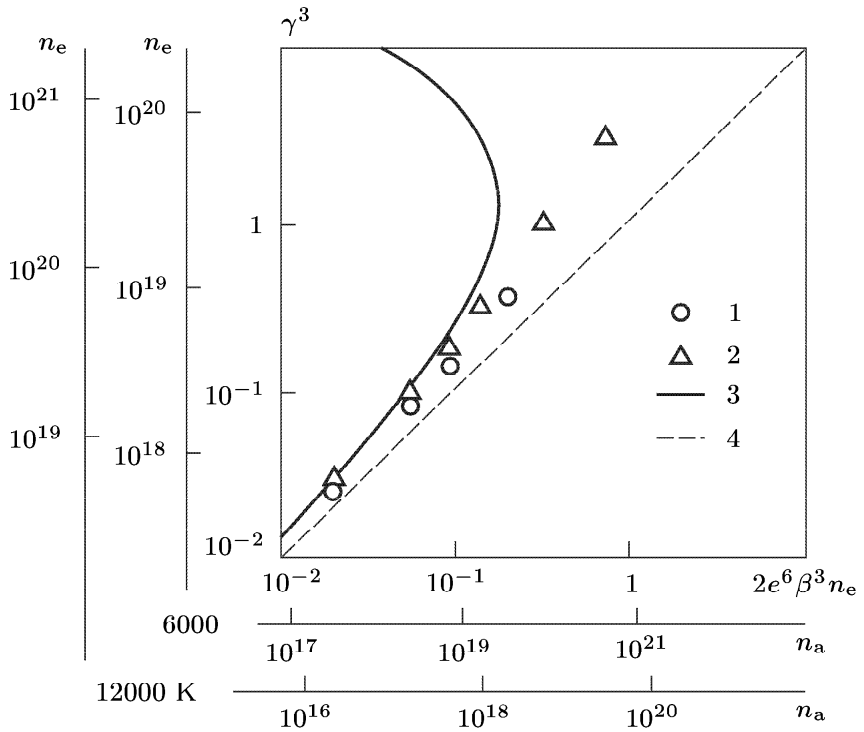
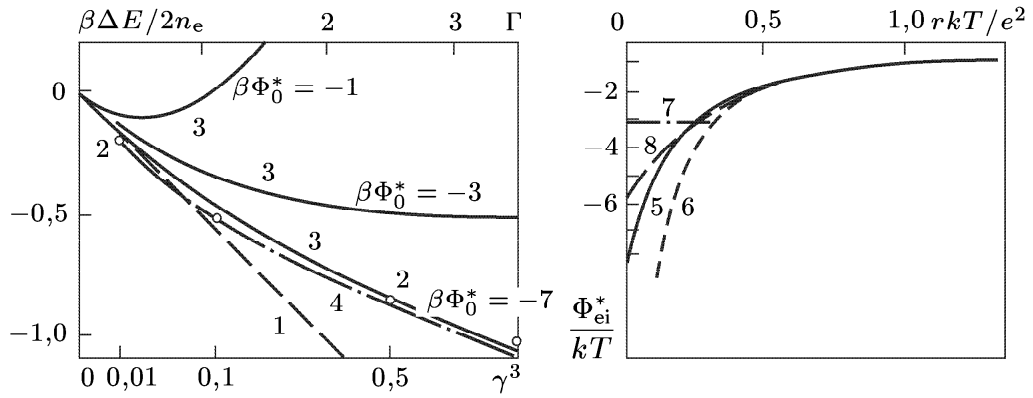


Рис. 5.10. Расчеты методом Монте-Карло уравнения состояния плазмы в псевдопотенциальном приближении (5.61) [15], $\gamma^3=Z^2(Z+1)e^6n_e\beta^3$: 1 — $\varepsilon=2$ в (5.61); 2 — $\varepsilon=4$; 3 — дебаевская зависимость; 4 — идеальная плазма

Отличия реального псевдопотенциала (5.60) от модели нулевого приближения (5.61) могут быть затем учтены термодинамической теорией возмущений, развитой для произвольного локального потенциала [15].



а *б*

Рис. 5.11. Безразмерная энергия плазмы [66] (*а*) и псевдопотенциал плазмы (*б*): 1 — дебаевское приближение; 2 — (точки) энергия, расчитанная методом Монте-Карло для псевдопотенциала (5.61) с $\beta\Phi_{ei}^*(0) = -3$ [15]; 3 — линеаризованное приближение (5.63)–(5.71) для разной глубины псевдопотенциала (5.63); 4 — нелинеаризованное приближение при глубине потенциала (5.63) с $\beta\Phi_{ei}^*(0) = -6$; 5 — псевдопотенциал водорода при $T = 10^5$ K [15]; 6 — кулоновский потенциал; 7 — псевдопотенциал (5.61); 8 — псевдопотенциал (5.63)

В целом область применимости псевдопотенциальной модели Монте-Карло оказывается ограниченной, поскольку пренебрегается многочастичными взаимодействиями, эффектами вырождения, взаимодействием заряд–нейтральная частица и нейтральная частица–нейтральная частица. Кроме того, необходимо знать дискретный энергетический спектр (5.56), (5.57), который в плотной плазме может быть искажен в результате сильного взаимодействия и, вообще говоря, заранее не известен (см. § 5.4).

В [66] для описания термодинамики частично ионизованной вырожденной плазмы предложена модель, межчастичное взаимодействие в которой имеет вид

$$\Phi_{ei}^*(r) = -\frac{e^2}{r}\left[1 - \exp\left(-\frac{r}{\sigma}\right)\right]; \quad \Phi_{ee}^* = \Phi_{ii}^* = \frac{e^2}{r}. \tag{5.63}$$

Следуя [42], бинарные корреляционные функции запишем в виде

$$g_{\pm}(r) = g_{\alpha\beta}(r) = 1 \pm \psi_0 \exp(-\nu r)\left[\frac{\mathrm{sh}(\omega r)}{\omega r}\right], \quad \alpha, \beta = \mathrm{e}, \mathrm{i}, \tag{5.64}$$

который получается в рамках самосогласованного кольцевого приближения для потенциала (5.63) в пределе $\Gamma \to 0$. Амплитуда экранирую-

щего облака ψ_0 и радиусы экранирования ν^{-1} и $1/\omega$ определяются из условия экранирования и приближенной связи ψ_0 с глубиной потенциала $\Phi^*_{ei}(0)$ [67]:

$$n_c \int [g_+(r) - g_-(r)] d\mathbf{r} = 1, \tag{5.65}$$

$$n_e \int [g_+(r) - g_-(r)] \left(\frac{r}{r_D}\right)^2 d\mathbf{r} = 3, \tag{5.66}$$

$$\psi_0 \approx \beta(-\Phi^*_{ei}(0) + \Delta\mu_e + \Delta\mu_i). \tag{5.67}$$

Поправки к потенциальной энергии $\Delta\Pi^*$ и внутренней энергии ΔE^*, а также к давлению и химическому потенциалу имеют вид [66]

$$\Delta\Pi^* = N_e V^{-1} \int \frac{e^2}{r} [g_+(r) - g_-(r)] d\mathbf{r}, \tag{5.68}$$

$$\Delta E^* = N_e^2 V^{-1} \int [\Phi^*_{ei}(r) g_+(r) - \Phi^*_{ii}(r) g_-(r)] d\mathbf{r}, \tag{5.69}$$

$$\Delta p = (3V)^{-1}(2\Delta E^* - \Delta\Pi^*), \tag{5.70}$$

$$\Delta\mu_e = \Delta\mu_i \approx (2N_e)^{-1}\Delta E^*, \quad N_e = N_i = n_e V. \tag{5.71}$$

Соотношение (5.70) следует из теоремы вириала, а (5.71) выражает условие, что корреляция, возникающая при включении дополнительного заряда, пропорциональна его значению. Конкретные расчеты по этой модели сводятся к решению алгебраических уравнений. В пределе слабой неидеальности полученный результат переходит в дебаевский, с ростом плотности отличаясь от него меньшими значениями поправок, которые становятся положительными при $\sigma/r_D \geqslant 1$. На рис. 5.11 приведена безразмерная энергия системы свободных зарядов [66], где видно, что для одинаковых потенциалов результаты простых расчетов по модели (5.63)–(5.71) находятся в удовлетворительном согласии с расчетами Монте-Карло. По-видимому, это является следствием выполнения в модели (5.63)–(5.71) общих условий локальной электронейтральности, которые, как и для модели ОКП, оказались весьма существенными.

При выборе единственного числового параметра модели (5.63)–(5.71) — глубины потенциала $\Phi^*_{ei}(0)$, как и в модели Монте-Карло (5.61), необходимо привлекать экспериментальные данные. Оказалось, что наилучшее описание удается обеспечить, выбрав $\Phi^*_{ei}(0) \approx \varepsilon = -kT$. Эта энергия разделяет электронные состояния на свободные и связанные. Отметим, что при таком выборе $\Phi^*_{ei}(0)$ удается единообразно описать не только эксперименты в цезии (на основании которых был сделан такой выбор), но и опыты в аргоне и ксеноне, результаты которых к выбору $\Phi^*_{ei}(0)$ заранее не привлекались.

§ 5.4. Вклад связанных состояний. Модель ограниченного атома

Адекватный учет связанных состояний представляет собой одну из наиболее сложных проблем при описании неидеальной низкотемпературной плазмы. Связанные состояния оказываются отделенными от свободных (5.40) и описываются статистическими суммами:

$$F^b = -kT\sum_k N_k \ln \Sigma_k; \quad \Sigma_k = \sum_{n=1}^{\infty} g_n^k \exp\{-\beta E_n^k\}, \tag{5.72}$$

где g_n^k и E_n^k — статистический вес и энергия возбуждения n-го энергетического состояния частиц k-го сорта. Для нахождения этих величин обычно используются либо полученные для разреженной плазмы данные спектроскопических измерений, либо результаты квантово-механических расчетов изолированных атомов и ионов. Статистическая сумма изолированного атома расходится и нуждается в принудительном ограничении, отражающем факт наличия плазменного окружения. В настоящее время на основе качественных физических соображений предложено значительное количество рецептов такого ограничения — на дебаевском радиусе, на среднем межчастичном расстоянии, на последнем реализующемся (вследствие воздействия флуктуирующих микрополей) квантовом уровне и т. п. Обзор этих моделей содержится в [68, 69]. У большинства веществ энергия первых возбужденных состояний сравнима с потенциалом ионизации, так что их вклад в Σ_k оказывается существенным лишь при высоких температурах, когда плазма уже в значительной степени ионизована и нейтральных частиц в ней мало. В силу этого для разреженной плазмы конкретный механизм ограничения менее важен, чем сам его факт. Это обстоятельство отчасти объясняет крайне малое количество работ по исследованию термодинамики дискретного спектра низкотемпературной плазмы и сугубую приближенность используемых моделей. С увеличением давления степень ионизации плазмы падает, что повышает чувствительность термодинамических функций к конкретным способам расчета Σ_k [70] и требует более тщательного анализа влияния неидеальности на вклад связанных состояний.

Учет квантово-механического взаимодействия по теории возмущений приводит к сходящемуся выражению (водородная плазма) [71]:

$$\Sigma_k = \sum_n g_n \left(e^{-\beta E_n} - 1 + \beta E_n\right), \tag{5.73}$$

использованному в псевдопотенциальной модели § 5.3.

Кроме того, в сильносжатой плазме межчастичное взаимодействие вызывает значительный сдвиг, деформацию и расщепление энергетических уровней — явления, которые не могут быть описаны теорией

возмущений и требуют решения полной квантово-механической задачи с учетом всех видов взаимодействия.

Наиболее просто рассчитываются связанные состояния одного электрона в потенциалах различной структуры, имитирующих плазменное окружение. Результаты таких расчетов [72] представлены на рис. 5.12, где показано резкое изменение энергетической структуры в относительно узком диапазоне сжатий атома.

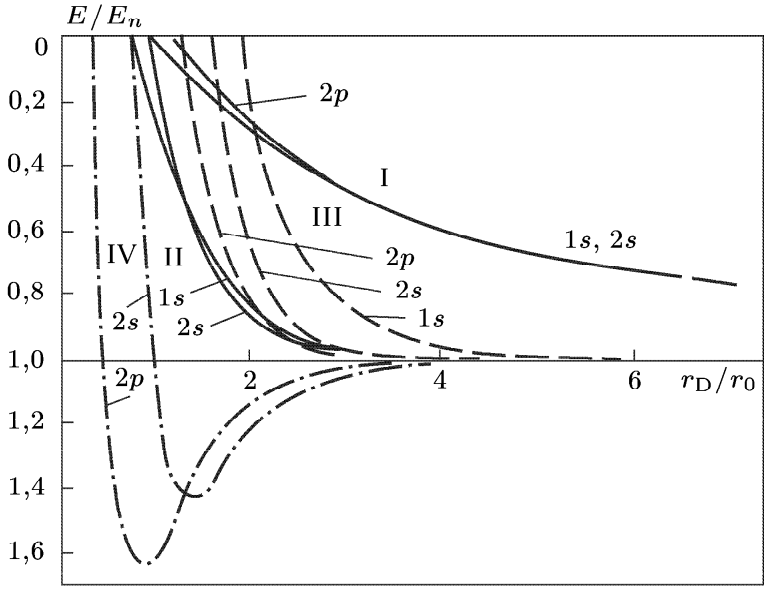


Рис. 5.12. Деформация энергетического спектра водорода [72]: I — потенциал Дебая–Хюккеля; II — обрезанный кулоновский потенциал; III — граничное условие для волновой функции $f(r_0) = 0$; IV — граничное условие $\partial f/\partial r|_{r=r_0} = 0$ (условие периодичности); r_D — дебаевский радиус; r_0 — граничный радиус атома

Термодинамические следствия такой деформации энергетического спектра для модели (5.74) проанализированы в [58] и приведены на рис. 5.13 с указанием относительного вклада различных термодинамических поправок. Видно, что в области повышенных плотностей даже для плазмы водорода следует ожидать существенного изменения сжимаемости ввиду деформации связанных состояний. К сожалению, данная простейшая модель водородной плазмы не позволяет провести ее сопоставление с экспериментальными данными, которые имеются лишь для многоэлектронных атомов.

Для описания термодинамических свойств сильносжатой плазмы необходимо рассчитывать внутреннюю структуру атомов и ионов, а также учесть влияние сжатия на положение энергетических спектров связанных электронов. Такая задача может быть решена только численными методами, ведущим среди которых является метод Хартри–Фока, с успехом применяемый для расчетов атомных структур.

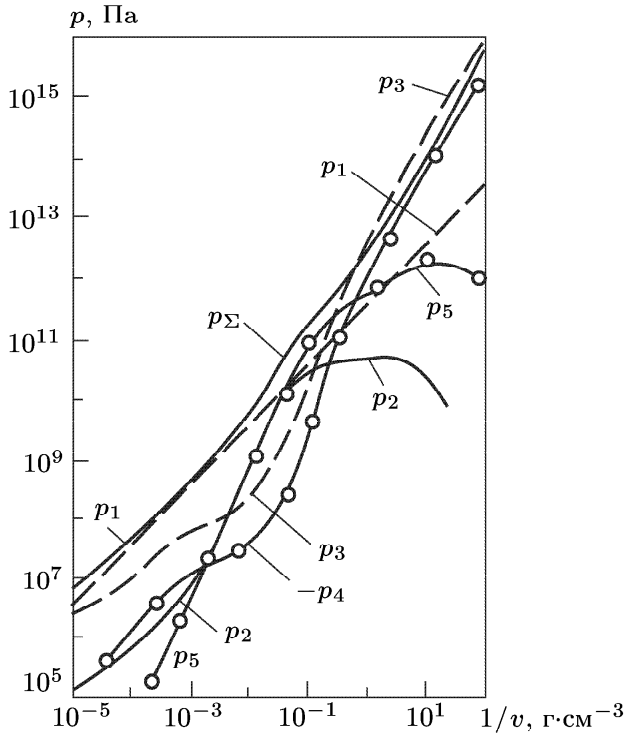


Рис. 5.13. Уравнение состояния водородной плазмы, $kT = 2$ эВ [58]: p_1 — идеально-газовое давление ионов; p_2 — с учетом деформации дискретного спектра (§ 5.4); p_3 — давление электронов (5.41); p_4 — кулоновская поправка; p_5 — учет собственных размеров атомов; p_Σ — полное давление

В этом методе рассматривается система N электронов в поле ядра атома с зарядом Z. В атомной системе единиц ($m_e = 1$; $\hbar = 1$, $e = 1$) гамильтониан системы имеет вид

$$\hat{H} = -\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{1}{2}\Delta_i + U(r_i)\right] + \sum_{j<k}^{N}\frac{1}{r_{jk}}, \tag{5.74}$$

$U(r_i)$ — эффективный потенциал, который в случае изолированного атома равен Z/r_i.

Исходя из вариационного принципа квантовой механики, многоэлектронная волновая функция определяется условием минимума функционала

$$E = \int \psi*(q^N)\hat{H}\psi(q^N)dq^N, \tag{5.75}$$

где q^N — совокупность $\{\mathbf{r}_1\xi_1, \mathbf{r}_2\xi_2, \ldots, \mathbf{r}_N\xi_N\}$ координат и спиновых переменных электронов, а интегрирование по dq^N включает, наряду с интегрированием по координатам, суммирование по спиновым переменным.

В качестве приближенной волновой функции атома в методе Хартри–Фока выбирается детерминант, составленный из одноэлек-

тронных волновых функций. Предполагая, что каждый электрон находится в центрально-симметричном поле ядра и остальных электронов, и замечая, что гамильтониан (5.74) не зависит от спиновых переменных, можно представить одноэлектронную волновую функцию в виде

$$\Psi_i(q) = \frac{1}{r} f_{n_i l_i}(r) Y_{l_i}^{m_i}(\theta, \varphi) \chi(S_i). \tag{5.76}$$

Таким образом, в этом приближении движение каждого электрона характеризуется следующими квантовыми числами — главным n, орбитальным l, магнитным m и спиновым S. Для данных n и l существует $2(2l+1)$ состояний электрона, соответствующих различным m и S. Предполагается, что все электроны с заданными n и l имеют одинаковые радиальные части $f_{nl}(r)$. В отсутствие спин-орбитального взаимодействия состояние атома характеризуется полным орбитальным L и спиновым S моментами, которые равны нулю в случае, когда для каждых n и l все $2(2l+1)$ состояния заняты, т. е. все nl-оболочки заполнены. Если в атоме есть незаполненные оболочки, то для того, чтобы волновая функция атома была собственной для операторов полного орбитального и спинового моментов, т. е. атом имел заданные L и S, необходимо искать ее в виде линейной комбинации детерминантов, коэффициенты которой находятся из условия равенства полного орбитального и спинового моментов заданным значениям.

Применение вариационного принципа приводит к системе нелинейных интегродифференциальных уравнений (уравнения Хартри–Фока):

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + U_{n_i l_i}(r) - \frac{l_i(l_i+1)}{r^2} - \varepsilon_{n_i l_i}\right] f_{n_i l_i}(r) + \\ + \sum_{n_j \neq n_i} \varepsilon_{n_i l_i n_j l_j} f_{n_j l_j}(r) = G_{n_i l_i}(r), \tag{5.77}$$

где $U_{n_i l_i}(r)$ — кулоновский потенциал взаимодействия электронов с ядром и между собой; $G_{n_i l_i}$ — нелокальная часть потенциала или обменный член; квантовые числа n_i и l_i пробегают все значения, соответствующие выбранной конфигурации атома. Собственные значения $\varepsilon_{n_i l_i}$ и недиагональные множители Лагранжа $\varepsilon_{n_i l_i n_j l_j}$, введенные для соблюдения условия ортогональности радиальных функций $f_{n_i l_i}(r)$ и $f_{n_j l_j}(r)$ при $n_i \neq n_j$, определяются из условия ортонормированности,

$$\int f_{n_i l_i}(r) f_{n_j l_j}(r) d\mathbf{r} = \delta_{n_i n_j}, \tag{5.78}$$

и граничных условий, одно из которых является следствием конечности волновой функции в начале координат,

$$f_{n_i l_i}(0) = 0,$$

а другое выбирается в зависимости от конкретной постановки задачи. Например, в приближении изолированного атома волновая функция электрона должна экспоненциально спадать на далеких расстояниях. В приближении «ограниченного» атома [73, 74], являющемся одним из способов учета внешнего воздействия на связанные состояния, на радиальную волновую функцию накладывается условие

$$f_{n_i l_i}(r)|_{r=r_c} = 0, \tag{5.79}$$

соответствующее потенциалу взаимодействия

$$U(r) = \begin{cases} -\dfrac{Ze^2}{r}, & r < r_c, \\ \infty, & r > r_c. \end{cases} \tag{5.80}$$

Рассмотрим случай трехкомпонентной плазмы, состоящей из атомов, однозарядных ионов и электронов. Предположим, что атомы имеют форму сфер с переменным радиусом r_c, размерами электронов и ионов для простоты будем пренебрегать. Подсистему атомов, имеющих конечный размер, будем представлять себе как систему твердых сфер, невзаимодействующих, когда расстояние между ними превышает $2r_c$. Свободная энергия такой модели может быть записана в виде

$$F(N_a, N_i, N_e, V, T) = F_{ид} + F_{тс} + \Delta F_{кул}.$$

Первое слагаемое представляет собой свободную энергию идеальной плазмы с тем отличием, что статистическая сумма атома в соответствии с граничным условием (5.80) зависит от радиуса. Второе слагаемое является вкладом отталкивания твердых сфер, который также зависит от r_c через безразмерный параметр $\nu = n_a(4\pi r_c^3/3)$. Для учета этого вклада используем результаты расчетов термодинамики системы твердых сфер, выполненные методами молекулярной динамики, результаты которых описываются с помощью аппроксимации Паде [75]:

$$\Delta F_{тс} = n_a kT\nu \frac{3\nu - 4}{(\nu - 1)^2}. \tag{5.81}$$

Для поправок к давлению и химическому потенциалу это дает

$$\frac{\Delta p_{тс}}{n_a kT} = 2\nu \frac{\nu - 2}{(\nu - 1)^3}, \qquad \frac{\Delta \mu_{тс}}{kT} = \nu \frac{3\nu^2 - 9\nu + 8}{(1 - \nu)^3}. \tag{5.82}$$

Таким образом, свободная энергия в этой модели зависит от r_c, с одной стороны, вследствие сжатия атомов, а с другой, из-за их взаимодействия как твердых сфер. Равновесное значение радиуса атомов можно

определить из условия минимума свободной энергии:

$$\partial F/\partial r_c = 0. \tag{5.83}$$

Зависимость статистической суммы атома от r_c находится из решения системы уравнений Хартри–Фока для основного и возбужденных состояний атома с граничным условием (5.79) при различных r_c (рис. 5.14). Решение уравнения (5.83) дает равновесное значение $r_c(V,T)$, что делает модель термодинамически замкнутой.

В отличие от ячеечных моделей твердого тела [79], данное приближение построено в рамках квазихимического способа описания с явным учетом поступательных степеней свободы отдельных частиц. При этом электроны оказываются разделенными на два сорта и находятся как внутри, так и вне ячеек, объем которых $(3/4)\pi r_c^3$ составляет лишь часть среднего объема, приходящегося на частицу.

Термодинамические расчеты, проведенные для модели (5.77)–(5.83), показывают, что эффективное отталкивание и деформация дискретного спектра атомов в выбранном потенциале существенно сказываются как на термодинамическом, так и на калорическом уравнениях состояния плазмы. При заданных давлении и температуре плотность, рассчитанная по данной модели, имеет меньшее значение, чем плотность, полученная в кольцевом дебаевском приближении, так же как и энтальпия при фиксированных давлении и объеме. Последнее существенно, поскольку это является одним из основных качественных результатов, полученных к настоящему времени экспериментально в неидеальной плазме (см. § 5.6).

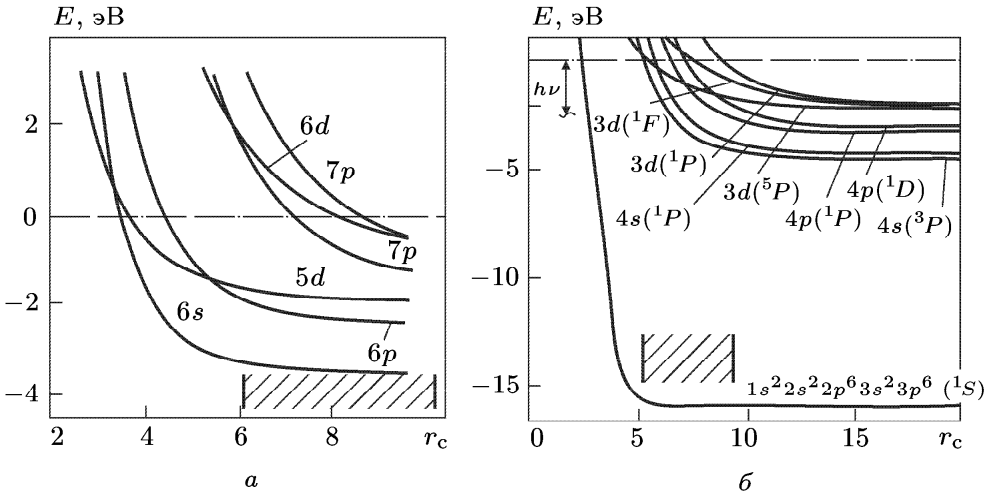


Рис. 5.14. Квантово-механический расчет энергетического спектра сжатого цезия (*а*) и аргона (*б*) по модели ограниченного атома (5.77)–(5.83): заштрихованная область — эксперименты [76–78]; r_c — размер атомной ячейки в величинах боровского радиуса; $h\nu = 2{,}14$ эВ — энергия регистрируемого в опытах светового излучения; штрихпунктир — граница непрерывного спектра

Эффект деформации энергетических уровней в значительной мере проявляется в оптических свойствах плазмы, так как фотоионизация атомов фотонами видимого света происходит с высоковозбужденных энергетических уровней, искажение которых возникает уже при относительно невысоких сжатиях. Этот эффект мы подробнее обсудим в гл. 7.

§ 5.5. Квазиклассическое приближение

С ростом давления молекулярные и ионно–молекулярные образования в плазме разрушаются, происходит отрыв внешних валентных электронов, электронные оболочки атомов и ионов перестраиваются, а при экстремально высоких давлениях разрушаются, приводя к квазиравномерному распределению заряда в атомной ячейке. В этом случае оказывается возможным перейти от квантово-механического описания связанных электронов на языке волновых функций и дискретного спектра энергии к квазиклассическому описанию через распределение средней плотности электронов $n_{\mathrm{e}}(x)$. Соответствующее приближение известно как модель Томаса–Ферми и представляет собой квазиклассический предел ($\hbar \to 0$) по отношению к уравнениям самосогласованного поля Хартри (5.77). Подробное обсуждение этого метода можно найти в обзоре Киржница, Лозовика и Шпатаковской [80].

В обсуждаемом приближении для средней электронной плотности используются соотношения справедливые для квазиоднородного вырожденного электронного газа [80, 81]:

$$n_{\mathrm{e}}(x) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} T^{3/2} J_{1/2}\left(\frac{p_{\mathrm{F}}^2(x)}{2T}\right)_{T\to 0} \to \frac{p_{\mathrm{F}}^2(x)}{3\pi^2}, \tag{5.84}$$

где $J_{1/2}(y) = \int\limits_0^\infty \dfrac{\tau y^{1/2}}{\exp(\tau - y) + 1} d\tau$ — функция Ферми–Дирака. В этом разделе мы продолжаем использовать атомную систему единиц. Энергия Ферми $p_{\mathrm{F}}^2(x)/2$ связана с химическим потенциалом соотношением

$$\mu = \frac{p_{\mathrm{F}}^2}{2} + U(r). \tag{5.85}$$

В термодинамической модели Томаса–Ферми вещество разбивается на электронейтральные сферические ячейки Вигнера–Зейтца, содержащие ядро и окружающие его Z электронов. Эти электроны находятся в создаваемом электронами и ядром самосогласованном потенциале, удовлетворяющем уравнению Пуассона,

$$-\nabla^2 U = 4\pi n_{\mathrm{e}}, \tag{5.86}$$

с граничными условиями:

$$U(r) \underset{r\to 0}{\to} \frac{1}{r}; \quad U(r) \underset{r\to R}{\to} (R-r)^2, \tag{5.87}$$

где радиус ячейки R определяется условием электронейтральности $\int n_{\mathrm{e}}(r)d\mathbf{r} = Z$. Численное интегрирование (5.84)–(5.87) позволяет определить внутриатомную плотность $n_{\mathrm{e}}(x)$, по которой восстанавливаются все термодинамические функции электронного газа атомной ячейки в соответствии с выражением для свободной энергии:

$$F = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} T^{5/2} \int d\mathbf{r} \left[\frac{p_{\mathrm{F}}^2}{2T} J_{1/2}\left(\frac{p_{\mathrm{F}}^2}{2T}\right) - \frac{2}{3} J_{3/2}\left(\frac{p_{\mathrm{F}}^2}{2T}\right)\right] + \int U(r) n_{\mathrm{e}}(r) d\mathbf{r}. \tag{5.88}$$

Для получения суммарных термодинамических характеристик модели к электронным членам добавляют вклад движения ядер, описываемый либо в идеально-газовом (5.42) или квазигармоническом приближениях [82], либо с использованием модели ОКП [82] (см. § 5.1). При $kT \geqslant 1$ кэВ необходимо учесть также давление и энергию равновесного излучения.

Модель Томаса–Ферми обладает автомодельностью по атомному номеру Z, то есть возможностью использования для любого вещества результатов, полученных при расчете для одного из элементов. Температура, объем, химический потенциал, давление и энергия в модели Томаса–Ферми имеют следующие зависимости от Z [81]:

$$T^{(Z)} = T^{(1)} Z^{4/3}, \quad V^{(Z)} = V^{(1)}/Z, \quad \mu^{(Z)} = \mu^{(1)} Z^{4/3},$$

$$p^{(Z)} = p^{(1)} Z^{10/3}, \quad E^{(Z)} = E^{(1)} Z^{7/3}.$$

Модификации модели Томаса–Ферми связаны с более детальным учетом корреляционных и квантово-механических эффектов. Наличие корреляционных поправок вызвано отличием самосогласованного поля Хартри от истинного поля внутри атомной ячейки. Поправки, являющиеся следствием антисимметрии волновых функций электронов, интерпретируются как обменные и корреляционные. Кроме того, ввиду неточности принятой в модели картины независимых частиц возникают эффекты силовой корреляции. Квантово-механические поправки являются следствием квазиклассического формализма и разделяются на регулярную по $\hbar^2$ (называемую квантовой) часть, отражающую наличие нелокальной связи $n_{\mathrm{e}}(x)$ с потенциалом $U(x)$ из-за принципа неопределенности, и нерегулярную поправку, отражающую немонотонности физических величин, обусловленные дискретным спектром энергии. Существенно, что с введением осцилляционной поправки связываются наиболее современные модификации метода Томаса–Ферми [80], в то время как учет обменных, корреляционных

и квантовых поправок [84, 86] является традиционным направлением этой модели.

Относительные значения корреляционных и обменных эффектов описываются безразмерными параметрами [80] $\delta_{\text{кор}} \sim (n_{\text{e}}^{1/3}/p_{\text{F}}^2)^{\nu}$ и $\delta_{\text{обм}} \sim \delta_{\text{кв}} \sim n_{\text{e}}/p_{\text{F}}^4$, которые в области вырождения (где $n_{\text{e}}^{2/3} \gg T$, $p_{\text{F}} \sim n_{\text{e}}^{1/3}$, $\delta_0 \sim n_{\text{e}}^{-1/3}$, $\nu = 2$) имеют вид $\delta_{\text{кор}} \sim n_{\text{e}}^{-1/3}$, $\delta_{\text{обм}} \sim n_{\text{e}}^{-2/3}$, а в классической области ($n_{\text{e}}^{2/3} \ll T$, $p_{\text{F}} \sim T^{1/2}$, $\delta_0 \sim n_{\text{e}}^{-1/3}/T$, $\nu = 3/2$)$\delta_{\text{кор}} \sim n_{\text{e}}^{1/2}/T^{3/2}$, $\delta_{\text{обм}} \sim n_{\text{e}}/T^2$. δ_0 — безразмерный параметр, характеризующий степень неидеальности, равный отношению средней энергии кулоновского взаимодействия пары электронов к их кинетической энергии. Оцененная в [80] на основании этих критериев область применимости квазиклассического способа описания электронов атомной ячейки определяется при $T = 0$ условием $n_{\text{e}} \gg 1$, а в горячем веществе условием $n_{\text{e}} \ll T^3$, что соответствует условиям малости энергии парного взаимодействия электронов по сравнению с их кинетической энергией.

Физические условия применимости квазиклассической модели соответствуют экстремально высоким давлениям $p \gg p_{\text{a}}$ ($p_{\text{a}} = e^2/a_0^4 \sim$ $\sim$ 30 ТПа — атомная единица давления) и температурам $T \gg 10^5$ K, которые реализуются в недрах сверхплотных звезд и в других астрофизических объектах, но труднодоступны для техники экспериментов в земных условиях, так как требуют чрезвычайно высоких локальных концентраций энергии [76]. Рекордные в настоящее время давления и температуры достигаются динамическими методами, использующими технику мощных ударных волн. Данные этих экспериментов относятся к давлениям до единиц–десятков терапаскалей и находятся ниже границы формальной применимости квазиклассических моделей, устанавливаемой малостью соответствующих буквенных критериев. Поэтому существующие оценки нижней границы применимости модели Томаса–Ферми [87] основаны на экстраполяции этих экспериментов. При этом отмечается, что введение квантовых, обменных и корреляционных поправок (осцилляционные поправка не учитывались) существенно улучшает экстраполяцию, которая в этом случае оказывается возможной, по мнению авторов [87], для холодной ($T = 0$) плазмы вплоть до давлений порядка 30 ТПа, а при $T \gtrsim 10$ кэВ — примерно до 5 ТПа.

В последнее время, однако, такого рода оценки были поставлены под сомнение. Дело в том, что обычно используемый вариант квазиклассической модели [83–88] игнорирует так называемые оболочечные эффекты, вызванные индивидуальными особенностями заполнения энергетических уровней и зон атомов, и описывает «усредненные» характеристики вещества. Выполненные в [80, 89] изящные исследования показали, что оболочечные эффекты метут быть качественно

описаны в рамках квазиклассического приближения с учетом нерегулярной по $\hbar^2$ поправки, соответствующей ошибочно отбрасываемой ранее осциллирующей части электронной плотности. Учет оболочечных эффектов заметно изменяет уравнение состояния сверхплотной плазмы, приводя в области высоких давлений (там, где данное приближение является оправданным) к появлению резких немонотонностей в термодинамических функциях [80]. Кроме того, в уравнениях состояния появляются разрывы, вызванные электронными фазовыми переходами первого рода при «выдавливании» энергетических уровней из дискретного спектра в непрерывный, что, в свою очередь, вызывает особенности и в других физических величинах. Подчеркнем, что значительный вклад оболочечных эффектов при ультравысоких давлениях следует из результатов квантово-механических расчетов более точным методом присоединенных плоских волн [79]. Данные эффекты предсказываются в широкой области параметров и должны пропадать лишь при $n_e \gg Z^4$ в области однородности, когда в непрерывный спектр переходят все электронные уровни атома [79].

Таким образом, в настоящее время вопрос о нижней границе применимости квантово-статической модели для сверхплотной плазмы в значительной степени является открытым, а поведение вещества в области $p > 30$ ТПа является, по-видимому, более разнообразным, чем это ранее представлялось на основании упрощенных моделей [83–88]. Вместе с тем, простота и универсальность модели Томаса–Ферми (5.88) делают ее привлекательной для «усредненного» описания свойств плазмы при ультравысоких давлениях там, где применение более сложных подходов приводит к большим объемам трудоемких квантово-механических расчетов. В настоящее время на основе модификаций квазиклассической модели выпущены обширные таблицы термодинамических функций [83–90], охватывающие диапазон параметров, далеко выходящий за пределы применимости этого приближения. В частности, авторы [88] предлагают использовать свои данные для «газовой» плазмы низкой плотности, где традиционно используется «химическая» модель плазмы (см. § 5.2). Детальный анализ погрешностей модели Томаса–Ферми для этого диапазона параметров содержится в [91].

При использовании квазиклассического способа для описания плазмы пониженной (по сравнению с плотностью твердого тела) плотности особенно существенными являются специфические погрешности, вносимые самой ячеечной моделью. В этой модели все корреляции автоматически ограничены размерами атомных ячеек и не могут поэтому превышать среднее расстояние между ядрами. Данное обстоятельство, в частности, ограничивает применимость модели Томаса–Ферми для описания плазмы в типичных для этого состояния вещества условиях, когда в сфере дебаевского экранирования находится значительное

количество зарядов, $\Gamma \lesssim 1$. Поэтому предел слабонеидеальной (дебаевской) плазмы не содержится в результатах теории Томаса–Ферми.

На рис. 5.15, 5.16 приведено сравнение термического и калорического уравнений состояния плазмы лития, рассчитанного по «химической» модели плазмы с учетом ионизации по уравнению Саха (см. § 5.2) и в приближении Томаса–Ферми с квантовыми и обменными поправками [84, 88].

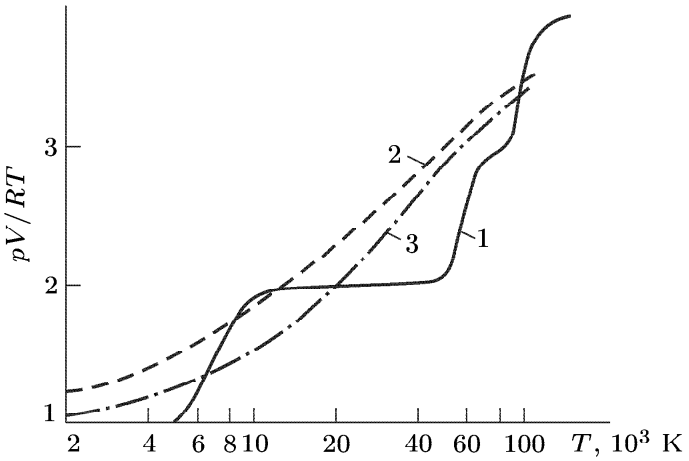


Рис. 5.15. Термическое уравнение состояния плазмы лития [91] при p = = 0,1 МПа: 1 — расчет по химической модели Саха; 2 — теория Томаса–Ферми; 3 — теория Томаса–Ферми с поправками [84, 88]

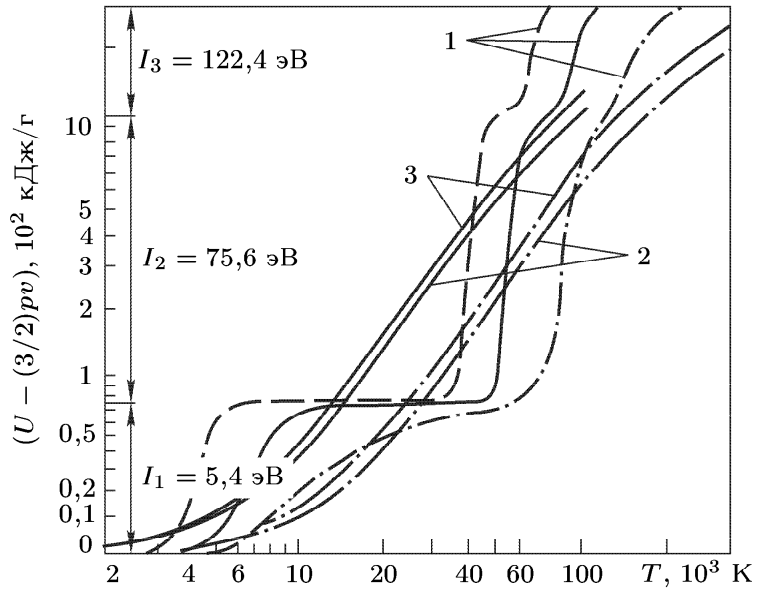


Рис. 5.16. Калорическое уравнение состояния плазмы лития [88]: Штриховая кривая — давление 100 Па; сплошные — 0,1 МПа; штрихпунктирные — 100 МПа; I_1, I_2, I_3 — потенциалы последовательной ионизации. Остальные обозначения см. на рис. 5.15

Ступенчатый характер термодинамических функций на рис. 5.15, 5.16 вызван процессами ионизации, и с уменьшением давления крутизна этих ступенек увеличивается. Теория Томаса–Ферми, осуществляя «сглаженное» описание термодинамических функций, не передает особенностей ионизации вещества. Характерная максимальная погрешность квазиклассической теории на рис. 5.15 растет и с уменьшением плотности ($\rho \to 0$) стремится к единице. Еще более драматичными являются различия в калорическом уравнении состояния, рис. 5.16, где максимальное различие в энергии, даваемое приближениями Саха и Томаса–Ферми в разреженной плазме, сравнимо с потенциалом ионизации на атом, что в рассматриваемом пределе заметно превышает энергию поступательного движения $(3/2)kT$. Естественно, что различия в дифференциальных характеристиках (теплоемкость, модуль сжимаемости и т. п.) будут значительными. Анализ [91] показывает, что в пределе полной ионизации внутренняя энергия, рассчитанная в [85, 88], сдвинута относительно точного значения на некоторое постоянное значение, достигая для лития 35–60%. Отсутствие в ячеечной модели дальних корреляций приводит к тому, что вместо дебаевского члена в калорическом уравнении состояния $\sim \rho^{3/2}$, квазиклассические приближения дают отрицательный по знаку член $\sim \rho^{4/3}$, соответствующий взаимодействию заряда ядра с равномерно распределенными по объему ячейки электронами.

§ 5.6. Метод функционала плотности

Метод функционала плотности (МФП) энергии (термодинамического потенциала) является в настоящее время наиболее эффективным методом описания сильновзаимодействующих плотных систем. Согласно теореме Хоэнберга–Кона и ее обобщениям, энергия (термодинамический потенциал) и волновая функция основного состояния с неоднородной электронной системой являются однозначными функционалами распределения концентрации электронов $n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r})$. Последовательное применение МФП для описания свойств плотной электрон–ионной системы сочетает простоту квазиклассического метода с аккуратным учетом обменно-корреляционных эффектов и выделением связанных состояний. Однако здесь отсутствуют большие математические сложности, которые содержит последовательное использование метода Хартри–Фока. Не удивительно, что МФП и его модификации были с успехом использованы в различных областях физики для описания электронной структуры атомов и молекул, кластеров и иных малых частиц, поверхностных явлений, свойств твердых и жидких металлов, неидеальной плазмы и др. МФП хорошо приспособлен для исследования уравнений состояния плотных систем.

Описание МФП и ряда его приложений дано, например, в [92–94]. Ниже мы остановимся сначала на простейшей формулировке МФП —

неоднородной электронной жидкости при $T = 0$, затем обсудим кратко расчет уравнения состояния ячеечной плазмы.

Энергия неоднородной электронной системы во внешнем поле $V(r)$ представляет собой функционал ее плотности

$$E\{n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r})\} = \int V(\mathbf{r})\, n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} + \frac{1}{2}\int \frac{n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r})\, n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' + G\{n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r})\}. \quad (5.89)$$

Здесь $G\{n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r})\}$ представляет собой вклад кинетической энергии и обменно-корреляционных эффектов. Функционал G имеет универсальный вид, который в точности не известен, так что обычно используются достаточно простые его аппроксимации.

Пусть концентрация электронов меняется медленно, т. е. $d \ln n_{\mathrm{e}}(r)/dr \ll k_{\mathrm{F}}(r)$, где $k_{\mathrm{F}}(r)$ — локальный волновой вектор Ферми. Тогда можно воспользоваться градиентным разложением G:

$$G = \int d\mathbf{r}\Big[g_0(n_{\mathrm{e}}) + g_2(n_{\mathrm{e}})\,|\nabla n_{\mathrm{e}}|^2 + \ldots\Big].$$

Кинетическую и обменно-корреляционную энергию рассматривают раздельно, записывая G в виде суммы: $G = E_{\mathrm{к}} + E_{\mathrm{ок}}$. Кинетическая энергия вырожденного электронного газа имеет вид

$$E_{\mathrm{к}} = \frac{3}{10}\left(3\pi^2\right)^{2/3}\int n_{\mathrm{e}}^{5/3}(\mathbf{r})\, d\mathbf{r} + \frac{1}{72}\int |\nabla n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r})|^2 n_{\mathrm{e}}^{-1}(\mathbf{r})\, d\mathbf{r}, \quad (5.90)$$

где второй член представляет собой градиентную поправку Вайцзеккера–Киржница (в этом разделе мы также используем атомную систему единиц). Исследованию $E_{\mathrm{ок}}$ посвящено большое число работ. В локальном приближении одним из простейших выражений для $E_{\mathrm{ок}}$ является интерполяционная формула Пайнса и Нозьера:

$$E_{\mathrm{ок}} = -\int n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r})\left[\frac{3}{4}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} n_{\mathrm{e}}^{1/3}(\mathbf{r}) + 0{,}0474 + \right.$$
$$\left. + 0{,}0155 \ln\left(3\pi^2 n_{\mathrm{e}}^{1/3}(\mathbf{r})\right)\right] d\mathbf{r}. \quad (5.91)$$

Функционал (5.89)–(5.91) может быть минимизирован с помощью набора пробных функций $n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r})$.

Любопытно, что даже простейшие приближения типа (5.89)–(5.91) дают весьма удовлетворительные результаты. Например, выписанный выше функционал дает количественно неплохое описание поверхностных свойств щелочных металлов и даже малых металлических частиц. Для малых частиц роль внешнего потенциала $V(r)$ играет поле ионного остова частицы $n_{\mathrm{e}}(r) = n_{\mathrm{eo}}\theta(R - r)$, где n_{eo} — концентрация электронов в металле, R — радиус частицы.

Записав уравнение Эйлера–Лагранжа для функционала $E[n_{\mathrm{e}}(r)]$ с учетом условия сохранения $\int n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r})d\mathbf{r} = N_{\mathrm{e}}$, получим самосогласованную систему уравнений Кона–Шэма:

$$\left[-\frac{1}{2}\nabla^2 + V_{\text{эф}}(\mathbf{r})\right]\psi_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_i\psi_i(\mathbf{r}), \tag{5.92}$$

где

$$V_{\text{эф}}(\mathbf{r}) = \varphi(\mathbf{r}) + \frac{\delta E_{\text{ок}}[n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r})]}{\delta n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r})}; \quad \varphi(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) + \int \frac{n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}d\mathbf{r}'.$$

Концентрация электронов набирается при заселении n нижних собственных состоянии:

$$n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{n} |\psi_i(\mathbf{r})|^2. \tag{5.93}$$

Таким образом, задача состоит в решении уравнения (5.92) и последующем самосогласовании с помощью (5.95). В отличие от уравнений Хартри–Фока, уравнение Кона–Шэма является точным, а обменно-корреляционный потенциал $V_{\text{ок}} = \delta E_{\text{ок}}/\delta n_{\mathrm{e}}$ — локальным и универсальным.

Теория легко обобщается на двухкомпонентную систему, находящуюся при конечной температуре. Свободная энергия F является функционалом распределений электронов и ионов:

$$F = F[n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r}), n_{\mathrm{i}}(\mathbf{r})] = \int f[n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r}), n_{\mathrm{i}}(\mathbf{r})]d\mathbf{r}.$$

Ограничиваясь, как и выше, первыми членами градиентного разложения, имеем

$$f[n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r}), n_{\mathrm{i}}(\mathbf{r})] = g(n_{\mathrm{e}}, n_{\mathrm{i}}) + \frac{1}{2}\varphi(n_{\mathrm{e}} - n_{\mathrm{i}}) + \sum_{a,b}\Phi_{a,b}\nabla n_a \nabla n_b,$$

где $g(n_{\mathrm{e}}, n_{\mathrm{i}})$ — локальная плотность свободной энергии (квазиоднородная часть функционала $f(n_{\mathrm{e}}, n_{\mathrm{i}})$);

$$\varphi(\mathbf{r}) = \int [n_{\mathrm{e}}(\mathbf{r}') - n_{\mathrm{i}}(\mathbf{r}')]|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^{-1}d\mathbf{r}'$$

— электростатический потенциал, удовлетворяющий уравнению Пуассона. В градиентом члене индексы суммирования a и b пробегают значения e, i.

В работах [94, 95] исследовалось уравнение состояния металлов в рамках ячеечной модели. В центре сферической полости радиусом $r_{\mathrm{s}} = (3/4\pi n_{\mathrm{i}})^{-1/3}$ расположено ядро, экранированное своими Z электронами. Их распределение внутри ячейки определяется набором

решений уравнения Кона–Шэма:

$$\frac{1}{2r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{du_l}{dr}\right)+\left[E-V(r)-\frac{l\,(l+1)}{2r^2}\right]\cdot u_l=0,\quad r\leqslant r_{\rm s}. \qquad (5.94)$$

Для связанных состояний граничное условие: $u_l(r_{\rm s})=0$. Для свободных состояний, $E=k^2/2$, решение (5.94) должно быть сшито при $r=r_{\rm s}$ с волновой функцией

$$u_{kl}(r)\sim\cos\delta_l(k)j_l(kr)-\sin\delta_l(k)n_l(kr),\quad r>r_{\rm s},$$

где j_l и n_l — сферические функции Бесселя и Неймана. Потенциал $V(r)$ имеет вид

$$V(r)=-\frac{Z}{r}+\frac{4\pi}{r}\int\limits_0^r n_{\rm e}\,(r')\,r'^2dr'+4\pi\int\limits_r^R n_{\rm e}\,(r')\,r'dr'+V^0_{\rm ок}\,(n_{\rm e}\,(r))\,,\ r<r_{\rm s}.$$

Распределение электронов определяется аналогично (5.93), но с учетом весовых множителей, описываемых распределением Ферми при заданной температуре. Решение явным образом разделяет электроны на свободные и связанные. Давление электронного компонента системы равно давлению ферми-газа с плотностью $n_{\rm e}(r)$ на границу сферической ячейки. Ионный вклад в давление должен вычисляться отдельно, что представляет собой самостоятельную задачу.

В [95] было рассчитано уравнение состояния холодных меди, цинка и никеля. Для меди и цинка оно хорошо согласуется с результатами динамических экспериментов [96] (рис. 5.17). Несколько худшим является соответствие с измерениями для никеля.

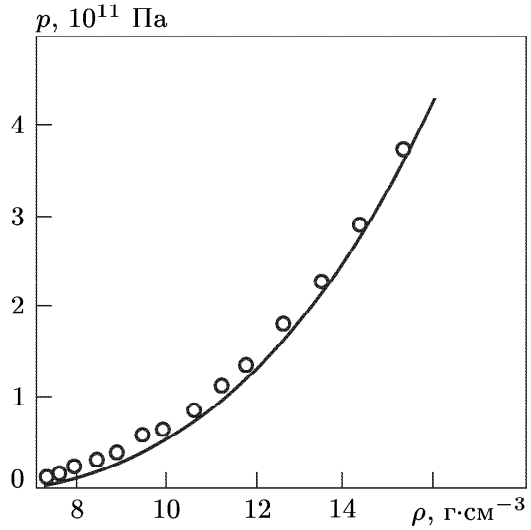


Рис. 5.17. Уравнение состояния цинка при нулевой температуре: сплошная кривая — эксперимент [96]; точки — расчет [95]

Отметим исследования термодинамики ячеечной плазмы в приближениях Хартри–Фока–Слэтера [97–99]. Эти методы следуют из МФП. В указанных работах приведены широкодиапазонные расчеты уравнения состояния ряда металлов, которые сопоставляются с имеющимися экспериментальными данными.

§ 5.7. Квантовый метод Монте-Карло

В § 5.3 обсуждались результаты расчета теплофизических свойств неидеальной плазмы классическим методом Монте-Карло. Парные квантовые эффекты взаимодействия электронов и ионов, приводящие, в частности, к образованию связанных состояний при низких температурах учитывались приближенно в рамках псевдопотенциальной модели. В последние годы с появлением быстродействующих компьютеров и созданием высокоэффективных вычислительных методов был достигнут существенный прогресс при моделировании термодинамических свойств прямым квантовым методом Монте-Карло (в англоязычной литературе — path-integral Monte Carlo (PIMC) method) [100, 101]. Однако подобные исследования ферми-систем были затруднены так называемой «проблемой знаков», суть которой состоит в вычислении суммы по всем перестановкам фермионов, что приводит к разности двух больших практически равных по модулю чисел противоположных знаков. Предлагаемый в работе [100] способ преодоления этой вычислительной трудности состоит в учете лишь положительных слагаемых в сумме с одновременным изменением области интегрирования («fixed node approximation»), что является приближением и не позволяет контролировать точность расчетов. Можно математически строго показать, что подобный прием не позволяет корректно учесть статистику Ферми даже для случая идеального вырожденного газа [102]. В работах [103–107] был предложен способ решения «проблемы знаков» без привлечения каких-либо приближений. Это позволило значительно расширить диапазон плотностей, в котором проводится моделирование.

Квантовый метод Монте-Карло сводится к прямому вычислению статистической суммы системы взаимодействующих частиц. В простейшем случае водородной плазмы рассматривается бинарная смесь N_i классических (подчиняющихся статистике Больцмана) протонов и N_e квантовых электронов. Статистическая сумма такой системы записывается в виде

$$\begin{aligned} Z\left(N_\mathrm{e}, N_\mathrm{i}, V, \beta\right) &= Q\left(N_\mathrm{e}, N_\mathrm{i}, \beta\right)/N_\mathrm{e}!N_\mathrm{i}!, \\ Q\left(N_\mathrm{e}, N_\mathrm{i}, \beta\right) &= \sum_\sigma \int\limits_V dqdr\rho\left(q, r, \sigma; \beta\right). \end{aligned} \tag{5.95}$$

Здесь $q \equiv \{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \ldots, \mathbf{q}_{N_\mathrm{i}}\}$ — координаты протонов, $\sigma = \{\sigma_1, \ldots, \sigma_{N_\mathrm{e}}\}$ и $r \equiv \{\mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_{N_\mathrm{e}}\}$ — спины и координаты электронов, соответственно. Матрица плотности ρ в (5.95) записывается в виде интеграла по траекториям:

$$\rho\,(q, r, \sigma; \beta) = \frac{1}{\lambda_\mathrm{i}^{3N_\mathrm{i}} \lambda_\Delta^{3N_\mathrm{e}}} \sum_P (-1)^{\kappa_P} \int\limits_V dr^{(1)} \ldots dr^{(n)} \times$$

$$\times\, \rho\left(q, r, r^{(1)}; \Delta\beta\right) \ldots \rho\left(q, r^{(n)}, \hat{P} r^{(n+1)}; \Delta\beta\right) S\left(\sigma, \hat{P}\sigma'\right), \quad (5.96)$$

где $\Delta\beta \equiv \beta/(n+1)$, $\lambda_\mathrm{i}^2 = 2\pi\hbar^2\beta/m_\mathrm{i}$, $\lambda_\Delta^2 = 2\pi\hbar^2\Delta\beta/m_\mathrm{e}$. В (5.96) $r^{(n+1)} \equiv r$, $\sigma' = \sigma$, т. е. электроны представляются замкнутыми ломаными с координатами вершин $[r] \equiv \left[r, r^{(1)}, \ldots, r^{(n)}, r\right]$. Вклад спинов электронов учитывается матрицей S, $\hat{P}$ — оператор перестановки с четностью κ_P. Для вычислений вводятся безразмерные координаты квантовых электронов, далее выражение для матрицы плотности преобразуется таким образом, что сумма по перестановкам сводится к детерминанту обменной матрицы $\psi_{ab}^{n,1}$:

$$\sum_\sigma \rho\,(q, r, \sigma; \beta) = \frac{1}{\lambda_\mathrm{i}^{3N_\mathrm{i}} \lambda_\Delta^{3N_\mathrm{e}}} \sum_{s=0}^{N_\mathrm{e}} \rho_s\,(q, [r], \beta),$$

$$\rho_s\,(q, [r], \beta) = \frac{C_{N_\mathrm{e}}^s}{2^{N_\mathrm{e}}} \exp\{-\beta U\,(q, [r], \beta)\} \prod_{l=1}^{n} \prod_{p=1}^{N_\mathrm{e}} \phi_{pp}^l \det \left|\psi_{ab}^{n,1}\right|_s, \quad (5.97)$$

$$U\,(q, [r], \beta) = U^\mathrm{i}\,(q) + \sum_{l=0}^{n} \frac{U_l^\mathrm{e}\,([r], \beta) + U_l^\mathrm{ei}\,(q, [r], \beta)}{n+1}.$$

Здесь U^i, U_l^e и U_l^ei — энергии парных взаимодействий, определяемые псевдопотенциалами Кельбга [108], между протонами, электронами в узле l, а также электронами в узле l и протонами, соответственно. В уравнении (5.97) $\phi_{pp}^l \equiv \exp\left[-\pi\left|\xi_p^{(l)}\right|^2\right]$ — функции, порожденные кинетической матрицей плотности при представлении матрицы плотности в виде произведения высокотемпературных сомножителей, $[r] \equiv \left[r; r + \lambda_\Delta \xi^{(1)}; r + \lambda_\Delta\left(\xi^{(1)} + \xi^{(2)}\right); \ldots\right]$, $\xi^{(1)}, \ldots, \xi^{(n)}$ — безразмерные расстояния между соседними вершинами ломаной. Элементы обменной матрицы $\psi_{ab}^{n,1}$ определяются выражением

$$\left\|\psi_{ab}^{n,1}\right\|_s \equiv \left\|\exp\left\{-\frac{\pi}{\lambda_\Delta^2}|(r_a - r_b) + y_a^n|^2\right\}\right\|_s, \quad y_a^n = \lambda_\Delta \sum_{k=1}^{n} \xi_a^{(k)}.$$

Индекс s обозначает число электронов, имеющих одну и ту же проекцию спина.

Определенная таким образом статистическая функция позволяет найти полную энергию системы и давление:

$$\beta E = \frac{3(N_\mathrm{e} + N_\mathrm{i})}{2} - \beta \frac{\partial \ln Q}{\partial \beta}, \quad \beta p = \frac{\partial \ln Q}{\partial V}.$$

Для вычисления многомерных интегралов в подобных выражениях используется стандартный метод Метрополиса. Точность получаемых результатов определяется числом сомножителей n в подынтегральном выражении уравнения (5.96), температурой T и параметром вырождения χ: $\varepsilon \sim (\beta \mathrm{Ry})^2 \, \chi \big/ (n+1)$.

Описанный выше способ решения «проблемы знаков» позволил с большой точностью описать термодинамические свойства идеальной вырожденной водородной плазмы. В работе [103] исследована зависимость расчетного давления при различных значениях числа частиц от параметра вырождения $\chi = n_\mathrm{e} \lambda_\mathrm{e}^3$ (λ_e — тепловая длина волны электрона, $\lambda_\mathrm{e}^2 = 2\pi\hbar^2\beta \big/ m_e$). Даже при $N_\mathrm{e} = 32$ согласие с аналитической зависимостью оказалось очень хорошим вплоть до значений $\chi = 10$ и улучшалось при увеличении числа частиц.

Аналогичные расчеты проводились также и для неидеальной плазмы в чрезвычайно широком диапазоне концентраций от $n_\mathrm{e} = 10^{18}$ см$^{-3}$ до $n_\mathrm{e} = 10^{26}$ см$^{-3}$ при температурах от $T = 10^4$ K до 10^6 K [104, 105]. В этой области параметров происходит частичная диссоциация и ионизация, переход Мотта и упорядочивание протонов при высоких плотностях. Для изучения этих явлений проводился анализ корреляционных функций. На рис. 5.18 и 5.19 приведены результаты для четырех наиболее интересных точек фазовой диаграммы. На рис. 5.18*а* при $T = 20\,000$ K и $n_\mathrm{e} = 10^{22}$ см$^{-3}$ протон–протонная (g_ii) и электрон–электронная (g_ee) корреляционные функции имеют резкие максимумы при одном и том же значении координаты $r = 1{,}4a_0$, что свидетельствует о существовании в этих условиях молекул водорода. По этой причине максимум электрон–протонной (g_ie) корреляционной функции (помноженной на r^2) смещен в сторону более высоких по сравнению с радиусом Бора a_0 значений координаты. При понижении плотности молекулы исчезают, и максимум g_ie возникает при $r = a_0$. Рис. 5.18*б* показывает, что с возрастанием температуры до $T = 50\,000$ K максимумы g_ii и g_ee размываются, что свидетельствует об исчезновении молекул (диссоциации).

При повышении плотности при той же температуре $T = 50\,000$ K наблюдаются новые физические явления. На рис. 5.18*б* и 5.19 хорошо прослеживается характер изменения протон–протонной корреляционной функции. Кривая, типичная для частично ионизованной плазмы (см. рис. 5.18*б*), при возрастании концентрации преобразуется в характерную для жидкости (рис. 5.19*а*) и твердого тела (рис. 5.19*б*).

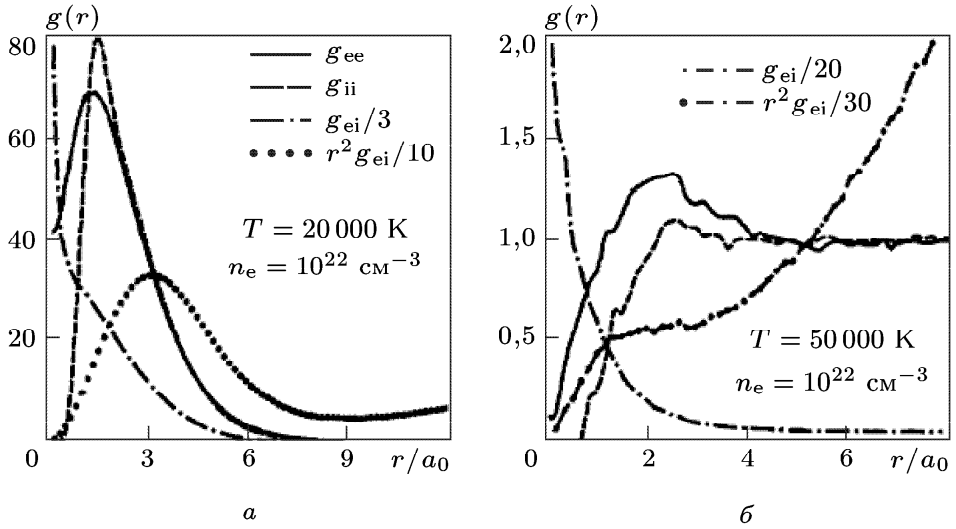


Рис. 5.18. Электрон–электронная (g_{ee}, сплошная линия), протон–протонная (g_{ii}, пунктирная линия) и электрон–протонная (g_{ie}, штрих-пунктирная линия) корреляционные функции плотной водородной плазмы. Значения параметров неидеальности, вырождения и Бракнера: *а*) $\gamma = 2{,}9$, $\chi = 1{,}46$, $r_s = 5{,}44$; *б*) $\gamma = 1{,}16$, $\chi = 0{,}37$, $r_s = 5{,}44$

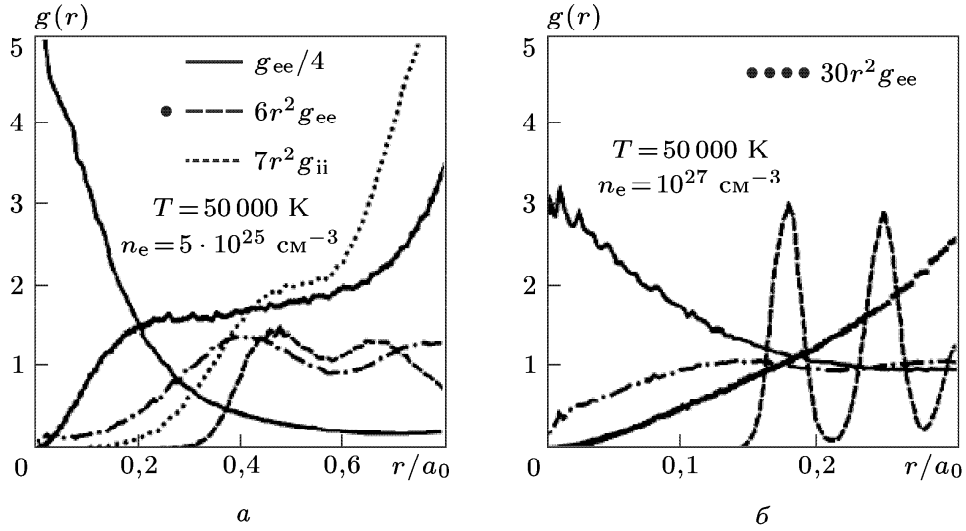


Рис. 5.19. Корреляционные функции плотной водородной плазмы. Обозначения те же, что и на рис. 5.18. Значения параметров неидеальности, вырождения и Бракнера: *а*) $\gamma = 19{,}8$, $\chi = 1848$, $r_s = 0{,}318$; *б*) $\gamma = 53{,}8$, $\chi = 37\,000$, $r_s = 0{,}117$

Чрезвычайно интересно проследить также и поведение электрон–электронной корреляционной функции при возрастании плотности: функция g_{ee} на рис. 5.18*б* типична для частично ионизованной плазмы, тогда как на рис. 5.19*а* наблюдается резкое возрастание в области малых значений координат. Дальнейшее увеличение концентрации приводит к более однородному распределению электронов в простран-

стве (рис. 5.19*б*). Для анализа этого явления на рис. 5.19*а* построены также функции $r^2 g_{ee}$ и $r^2 g_{ii}$, из вида которых следует, что наиболее вероятное расстояние между электронами в два раза меньше, чем между протонами. Изучение электронных траекторий для этого случая показывает, что происходит спаривание электронов с противоположными спинами. «Размер» электронов примерно равен расстоянию между протонами, что приводит к частичному перекрытию спаренных электронов.

Особый интерес для моделирования представляет область гипотетического плазменного фазового перехода. Для изучения этого явления проводились расчеты изотерм водородной плазмы $T = 10^4$, $2 \cdot 10^4$, $5 \cdot 10^4$, 10^5, $1{,}25 \cdot 10^5$ и 10^7 K в широком диапазоне концентраций: от $n_e = 10^{18}$ см$^{-3}$ до $n_e = 10^{27}$ см$^{-3}$ [106]. Наиболее интересные результаты представлены на рис. 5.20 и 5.21.

На рис. 5.20 показаны давление и энергия водородной плазмы в зависимости от плотности при $T = 50000$ K. Хорошо видно, что кривая давления (рис. 5.20*а*) ведет себя монотонно, а результаты расчетов данной работы хорошо согласуются с вычислениями квантовым методом Монте-Карло с ограничениями [109] в области умеренных плотностей. Кривая энергии имеет минимум, что свидетельствует об образовании связанных состояний.

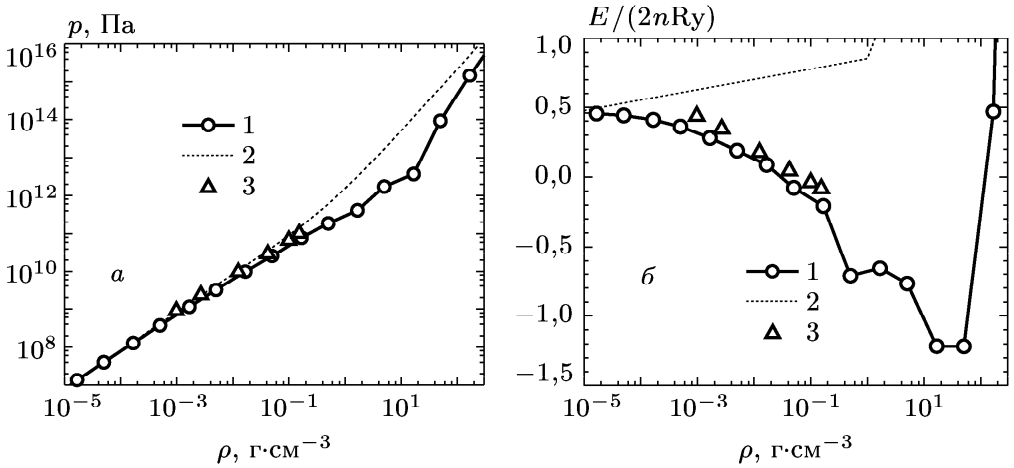


Рис. 5.20. Давление (*а*) и энергия (*б*) водородной плазмы в зависимости от плотности при $T = 50\,000$ K: 1 — моделирование квантовым методом Монте-Карло [106]; 2 — аналитическая зависимость для идеальной плазмы; 3 — моделирование квантовым методом Монте-Карло с ограничениями [109]

Иная ситуация наблюдается при понижении температуры. На рис. 5.21 представлены давление и энергия водородной плазмы в зависимости от плотности при $T = 10\,000$ K. В расчетах обнаружена область плохой сходимости к равновесному состоянию при плотностях 0,1–1,5 г·см$^{-3}$, что может свидетельствовать о существовании фазового перехода. Так как на изотерме $T = 50\,000$ K подобные аномалии

отсутствуют, такой переход должен иметь критическую точку примерно при $T \sim 30\,000$ K. Можно привести еще ряд аргументов в пользу существования фазового перехода: расчет методом функционала плотности в области стабильности кристаллического водорода при понижении плотности приводит к аномалиям в ион–ионной корреляционной функции при $\rho = 0{,}8$ г·см$^{-3}$ [110] (примерно верхняя граница перехода по плотности); максимальная плотность, при которой удалось провести вычисления квантовым методом Монте-Карло с ограничениями [109], равна $\rho = 0{,}15$ г·см$^{-3}$ (примерно нижняя граница перехода по плотности); расчет квантовым методом Монте-Карло смеси 33% гелия и 67% водорода при той же температуре показал отсутствие перехода (кривая 3 на рис. 5.21*а*); резкий рост электропроводности водорода (на 4–5 порядков) зафиксирован в ударно-волновых экспериментах в очень узком диапазоне плотностей 0,3–0,5 г·см$^{-3}$ при температурах 5000–15 000 K (точки 6, 7 на рис. 5.21*а*). Наконец, в области плохой сходимости при $T = 50\,000$ K и $\rho = 0{,}3346$ г·см$^{-3}$ при визуализации ячейки Монте-Карло наблюдалось образование протонных кластеров с локализованными в них электронами, что является очевидным свидетельством перехода к высокопроводящему (квазиметаллическому) состоянию.

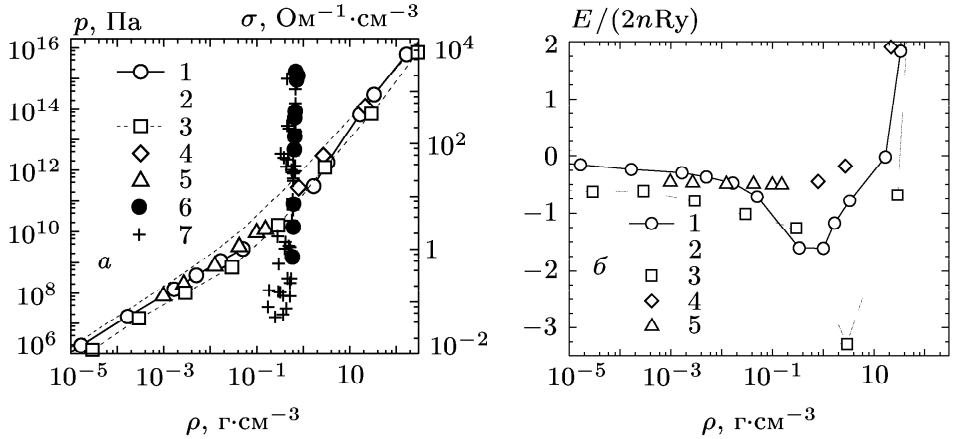


Рис. 5.21. Давление и электропроводность (*а*) и энергия (*б*) водородной плазмы в зависимости от плотности при $T = 10000$ K. 1 — моделирование квантовым методом Монте-Карло [106]; 2 — аналитическая зависимость для идеальной плазмы; 3 — моделирование квантовым методом Монте-Карло смеси: 33 % He и 67 % водорода [106]; 4 — расчет методом функционала плотности [110]; 5 — расчет квантовым методом Монте-Карло с ограничениями [109]; 6, 7 — экспериментальная электропроводность водородной плазмы, 6 — [111], 7 — [112]

Плазменный фазовый переход возникает в различных химических моделях плазмы примерно при тех же значениях плотностей, что и в расчетах данной работы [52, 113]. Согласно этим моделям, это переход первого рода между двумя фазами с различными степенями иони-

зации. Однако подобные подходы становятся сомнительными в области ионизации и диссоциации давлением, где чрезвычайно важен корректный учет всех видов взаимодействий. Кроме того, пренебрегается возможным образованием кластеров. Подход, развитый в [103–107], лишен этих недостатков. Результаты расчетов в области плазменного фазового перехода показывают, что возможны альтернативные подходы для объяснения чрезвычайно резкого роста проводимости в этой области. Ранее теоретические модели предсказывали, что область возрастания проводимости возникает либо при более низких плотностях (прыжковая модель проводимости в молекулярных жидкостях), либо при более высоких (проводимость газа свободных электронов) [114]. Однако рост электропроводности возникает именно в области плазменного фазового перехода, что позволяет принять во внимание еще один механизм проводимости — прыжковую электронную проводимость между каплями металлической жидкости. Очевидно, что такой эффект будет иметь место только в промежутке между областями, где доминируют два других механизма. Более подробно свойства водорода при высоких давлениях и температурах обсуждаются в гл. 9.

§ 5.8. Сопоставление с экспериментом

К настоящему времени накоплен достаточно обширный экспериментальный материал по термодинамике неидеальной плазмы различных элементов в условиях развитой ионизации. Подавляющее большинство этих данных получено динамическими методами (см. гл. 3) путем ударного и адиабатического сжатия цезия, а также сжатием аргона, ксенона и металлов в мощных ударных волнах.

Полученные для цезиевой плазмы данные (см. [77, 91, 115–117]) относятся к различным областям фазовой диаграммы (см. рис. 3.2), которые частично перекрываются на границах и согласуются между собой в пределах заявленной точности экспериментов. Опыты по адиабатическому сжатию [115] позволили продвинуться по сравнению со статическими измерениями [88, 116] до более высоких температур, $T \sim 4000$ K, которые, однако, оказались недостаточно высоки для заметной термической ионизации плазмы. В этих условиях ведущим является взаимодействие зарядов с нейтральными частицами, вклад которого в уравнение состояния, однако, не выходил за погрешности измерений. Основной, следующий из этих экспериментов вывод [115] состоит в отсутствии фазовых расслоений (см. § 5.9), вызванных переходом металл–диэлектрик. Опыты по сжатию цезия прямыми и отраженными ударными волнами позволили еще более расширить температурный интервал $T \sim (2{,}6\text{–}20)\cdot 10^3$ K (см. рис. 3.18), где кулоновское взаимодействие является сильным ($\Gamma \sim 0{,}2\text{–}2{,}2$) и определяющим физические свойства плазмы с развитой ионизацией.

В экспериментах по взрывному сжатию тяжелых инертных газов [73, 76, 78, 118] достигнуты существенно более высокие параметры плазмы — давления до 6 ГПа, температуры до $6 \cdot 10^4$ K. Полученные плотности плазмы $\rho \sim 0{,}4$ г·см$^{-3}$, $n_e \sim 3 \cdot 10^{21}$ см$^{-3}$ приближались к плотности конденсированного ксенона, а в эксперименте [119] превосходили эту плотность ($\rho \sim 4{,}5$ г·см$^{-3}$). При этом характерные межчастичные расстояния в плазме [73] составляли $(6\text{–}7) \cdot 10^{-8}$ см и оказывались сравнимыми с размерами ионов и атомов $(3\text{–}4) \cdot 10^{-8}$ см, а наибольшие параметры неидеальности $\Gamma \sim 5$ близки к максимально возможным для невырожденной плазмы значениям (см. рис. 1.1). Полученные в [73, 76, 78, 118] экспериментальные данные для аргона и ксенона относятся к области развитой однократной ($x_{\mathrm{Ar}} \leqslant 0{,}7$) и двукратной ($x_{\mathrm{Xe}} \leqslant 1{,}8$) ионизации и позволяют продвинуться со стороны газа в область плотностей конденсированных веществ (см. рис. 1.5), приблизившись к области экстремально высоких давлений ($p \leqslant 0{,}13$ ТПа) и сжатий ($\rho \leqslant 9{,}6$ г·см$^{-3}$) разогретой до $T \leqslant 30 \cdot 10^3$ K плазмы, полученной ударным сжатием жидкого ксенона [92].

Во всех термодинамических измерениях (рис. 5.22–5.26, табл. 5.2–5.5) наблюдается отчетливая тенденция к занижению измеренной энтальпии или внутренней энергии (кривая I на этих рисунках) по сравнению с традиционным плазменным расчетом, в качестве которого выбрано кольцевое дебаевское приближение в большом каноническом ансамбле статистической механики (5.50)–(5.52) (кривая II). На рис. 5.22–5.26 и в табл. 5.2–5.5 экспериментальные данные сравниваются с рядом других плазменных приближений: с моделью идеальной плазмы, $F_b = 0$, $\Sigma_k = 2$ — кривая III, $F_b = 0$ в (5.40), Σ_k по (5.73) — кривая IV, с дебаевской теорией в малом каноническом ансамбле — кривая V (5.43), с псевдопотенциальной моделью Монте-Карло (5.58)–(5.61) — кривая VI, с моделью «ограниченного» атома (5.77)–(5.83) — кривая VII. Относительный вклад других моделей в уравнение состояния проанализирован в [93].

Выполненный анализ показывает, что хотя большинство используемых теоретических моделей не противоречит в пределах точности измерений экспериментальным изотермам цезиевой плазмы, эти модели оказываются неспособными осуществить согласованное описание термической и калорической информации. Плазма инертных газов соответствует существенно большим параметрам неидеальности, и в этом случае традиционные модели плазмы (5.41)–(5.47), (5.50)–(5.52), (5.58)–(5.61) противоречат не только калорическим, но уже и термическим измерениям.

Анализ термодинамических данных свидетельствует о наличии в сильносжатой плазме межчастичного отталкивания, не описываемого плазменными теориями (5.41)–(5.47), (5.50)–(5.52), (5.58)–(5.61).

Хотя введением модификаций в поправки F^c и можно добиться хорошего согласия в термическом уравнении состояния, такая процедура приводит к еще большему расхождению в калорической информации. Было установлено [73, 77, 118], что согласованное описание термических и калорических данных может быть получено модификацией вклада связанных состояний в термодинамические функции плотной плазмы — эффекта, игнорируемого большинством традиционных плазменных приближений.

Вне зависимости от этого вывода эксперимент указывает на то, что дебаевская и близкие к ней теории (5.43)–(5.47) существенно завышают поправки к термодинамическим функциям на взаимодействие в непрерывном спектре, а наилучшими экстраполяционными свойствами в области $\Gamma \sim 1$ обладают теории, дающие поправки на неидеальность, не превосходящие поправок кольцевого приближения в большом каноническом ансамбле (5.50)–(5.52). Этот вывод находится в качественном согласии с результатами изучения однокомпонентной плазмы методом Монте-Карло (см. § 5.1), свидетельствующими о применимости асимптотических приближений вплоть до $\Gamma \leqslant 1$.

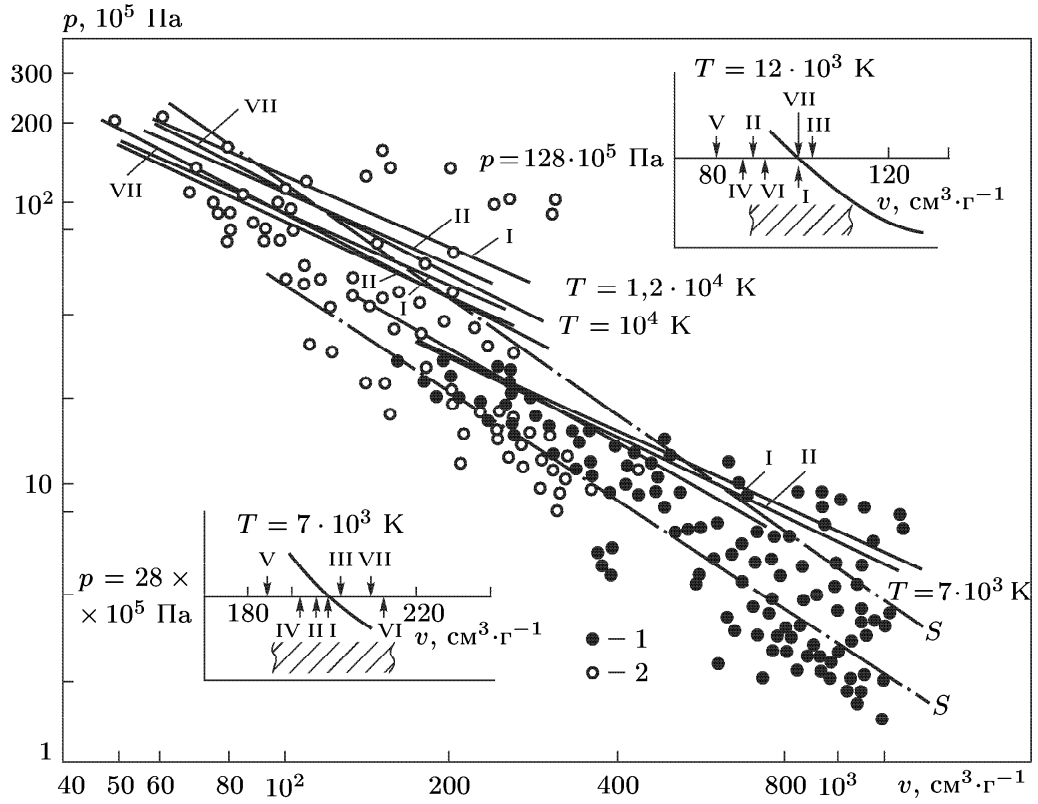


Рис. 5.22. Результаты ударного сжатия цезиевой плазмы. T — изотермы; S — изоэнтропы; 1 — падающая и 2 — отраженная ударные волны; заштрихованная область — погрешность измерений

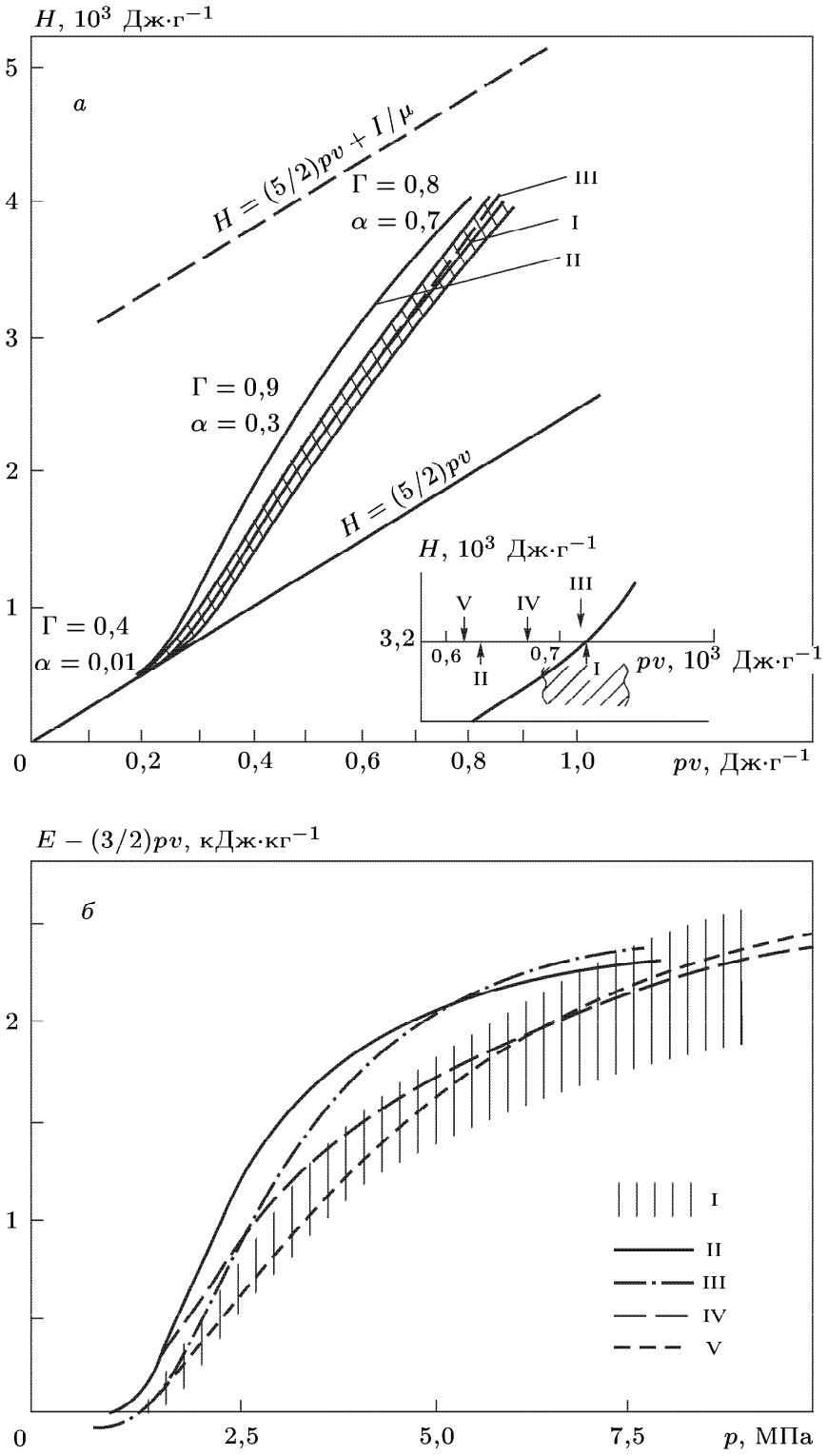


Рис. 5.23. Изохоры цезиевой плазмы $v = 10^3$ см$^3\cdot$г$^{-1}$ (*а*) и $v = 200$ см$^3\cdot$г$^{-1}$ (*б*); полоса погрешностей заштрихована. I — эксперимент; II — кольцевое дебаевское приближение; III — модель ограниченного атома; IV — псевдопотенциальная модель (5.63); V — учет локальной электронейтральности

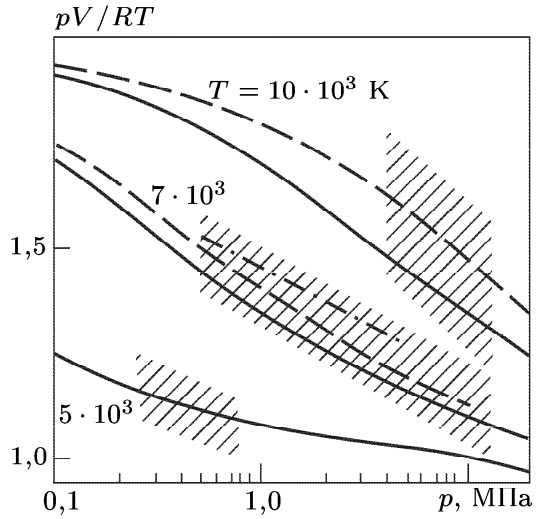


Рис. 5.24. Термическое уравнение состояния плазмы цезия. Заштрихована область экспериментов; сплошные кривые — кольцевое дебаевское приближение; штриховые — псевдопотенциальная модель (5.63); штрихпунктир — модель ограниченного атома

В рассматриваемой области высоких плотностей плазмы средние межчастичные расстояния сравнимы с характерными размерами атомов и ионов. Это обстоятельство, а также сильное кулоновское взаимодействие свободных зарядов могут вызвать заметную деформацию энергетических уровней.

Описание этого эффекта потребовало привлечения нетрадиционной для физики плазмы квантово-механической модели «ограниченного» атома (5.77)–(5.83), учитывающей воздействие плазменного окружения на дискретный спектр атомов и ионов в сильносжатой плазме. Из сопоставления этой модели с опытами видно, что она правильно отражает выявленную в экспериментах тенденцию, несколько переоценивая эффект отталкивания при околокритических плотностях плазмы. По-видимому, в этих условиях следует пользоваться более адекватной моделью «мягких» сфер [79]. В дальнейшем модель (5.77)–(5.83) будет использована для описания характеристик неидеальной плазмы.

На необходимость учета в термодинамике плотной плазмы изменения дискретного спектра весьма определенно указывают эксперименты по ударному сжатию жидких аргона и ксенона в диапазоне давлений до 0,13 ТПа [92, 97]. Интерпретация этих измерений показала (рис. 5.27), что неучет дискретного спектра (энергии возбуждения) приводит к резкому завышению рассчитанных давлений — кривая C. Кривые A и B учитывают влияние на термодинамические свойства термического возбуждения электронов из валентной зоны $5s$ в зону проводимости $5d$ и изменение ширины запрещенной зоны от 7 до 4 эВ с ростом плотности [92, 95].

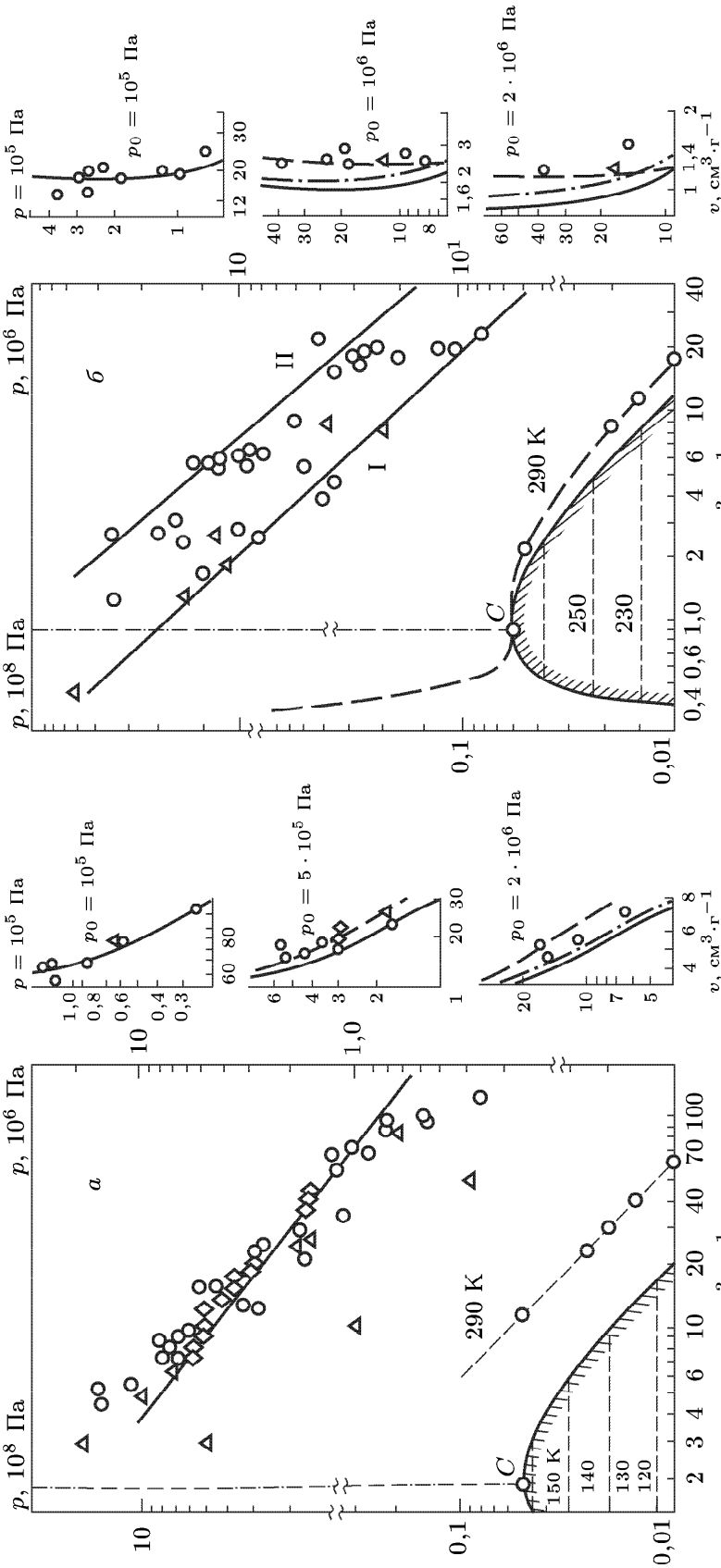


Рис. 5.25. Фазовая диаграмма аргона (*а*) и ксенона (*б*). Штриховкой отмечены границы двухфазной области; C — критическая точка. Экспериментальные данные: ○ — [73], △ — [118], ◇ — [78]; штриховая линия — изотермы начальных состояний; сплошные линии отмечают границы однократной (I) и двукратной (II) ионизации. Справа приведено сравнение экспериментальных ударных адиабат (точки) с данными теорий; сплошные кривые — расчет в кольцевом дебаевском приближении в большом каноническом ансамбле (5.50)–(5.52), штрихпунктир — дополнительный учет взаимодействия атомов в рамках второго вириального коэффициента; штриховая — в (*а*) — модель «ограниченного» атома (5.77)–(5.83), в (*б*) — псевдопотенциальная модель (5.63)–(5.71)

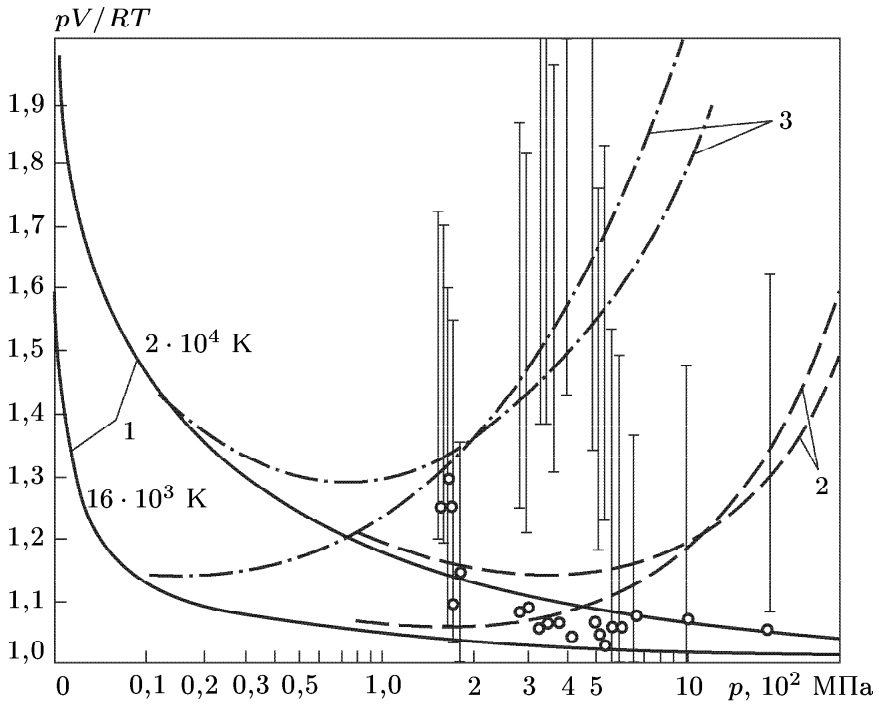


Рис. 5.26. Термическое уравнение состояния плазмы аргона: вертикальные линии — результаты экспериментов [78, 118]; ○ — расчет в кольцевом приближении в большом каноническом ансамбле, (5.50)–(5.52), для заданных $p_{\text{эксп}}$ и $T_{\text{эксп}}$; 1–3 — расчетные изотермы ($T = 16\,000$ и $T = 20\,000$ K) в приближениях: 1 — псевдопотенциальная модель (5.63)–(5.71); 2 — с дополнительным учетом второго и третьего вириального коэффициентов; 3 — модель «ограниченного» атома (5.77)–(5.83)

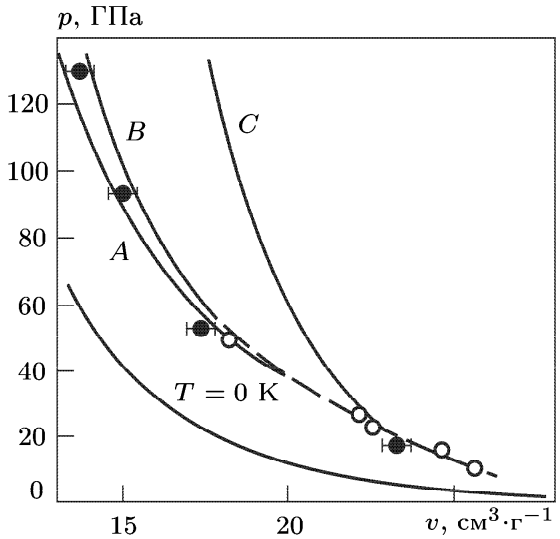


Рис. 5.27. Сравнение теоретических моделей с данными по ударной сжимаемости ксенона: • — [92]; ○ — [94]; C — расчет без учета электронного возбуждения [95]; A, B — два варианта учета деформации дискретного спектра

Таблица 5.2. Термодинамические параметры цезия за падающей ударной волной

Эксперимент I							Теория						
							II		III				
p_0, 10^5 Па	T_0, K	u, км·с$^{-1}$	v_1, см^3·г$^{-1}$	p_1, 10^5 Па	H_1, $10^2\times$ ×Дж·г$^{-1}$	T_1, K	H, $10^2\times$ ×Дж·г$^{-1}$	T, K	H, $10^2\times$ ×Дж·г$^{-1}$	n_e, 10^{13} см$^{-3}$	α	Γ	T, K
0,130	780	0,83	1200	1,40	4,20	2600	4,20	2600	4,10	0,006	0,002	0,02	2600
0,147	780	0,935	1000	2,00	5,10	3100	5,40	3100	5,10	3,03	0,007	0,34	3100
0,107	760	1,23	1030	2,80	8,3	4100	10,0	4200	8,6	0,250	0,056	0,62	4200
0,160	780	1,05	800	2,90	6,3	3500	6,6	3500	6,0	0,09	0,015	0,48	3500
0,074	750	1,53	1160	3,10	12,4	5100	15,7	5000	13,0	0,56	0,140	0,73	5000
0,240	830	0,95	630	3,30	5,30	3200	5,50	3200	5,20	0,046	0,006	0,41	3200
0,063	740	1,87	1060	4,20	18,0	5600	22,0	5700	18,0	1,05	0,250	0,83	5700
0,051	700	2,23	1130	5,1	25,0	6400	30,0	6600	25,6	1,60	0,41	0,85	6400
0,180	790	1,33	580	5,4	9,6	4600	9,5	4600	9,5	0,53	0,070	0,8	4600
0,380	860	1,03	390	6,0	6,2	3600	6,5	3600	6,0	0,13	0,01	0,59	3600
0,078	750	2,10	800	6,5	22,4	6100	26,4	6300	22,0	1,80	0,320	0,93	6200
0,080	740	2,05	770	6,6	21,6	6100	25,4	6200	21,0	1,70	0,290	0,94	6100
0,044	690	2,77	1270	6,9	39,0	7900	44,0	8500	41,0	2,50	0,70	0,76	8000
0,180	790	1,49	530	7,0	11,8	5200	15,6	5200	12,3	1,00	0,12	0,93	5200
0,056	710	2,50	950	7,1	32,0	7000	35,0	7300	31,0	2,40	0,50	0,89	7000
0,044	690	2,83	1260	7,2	40,0	8100	45,0	8700	43,0	2,60	0,73	0,75	8200
0,240	820	1,55	410	9,4	12,7	5500	17,0	5400	13,2	1,45	0,130	1,04	5400
0,290	840	1,49	350	10,4	12,0	5300	15,0	5200	11,7	1,30	0,10	1,05	5200
0,360	860	1,92	240	22,0	19,0	6700	25,0	6800	20,0	4,60	0,24	1,35	6700
0,440	870	1,87	200	25,0	18,0	6700	24,0	6600	18,3	4,80	0,21	1,40	6600

Таблица 5.3. Термодинамические параметры цезия за отраженной ударной волной

Эксперимент I								Теория						
								II		III				
p_0, 10^5 Па	T_0, K	u, км·с$^{-1}$	v_1, см^3·г$^{-1}$	v_2, см^3·г$^{-1}$	P_2, 10^5 Па	H_2, $10^2\times$ $\times$Дж·г$^{-1}$	T_2, K	H, $10^2\times$ $\times$Дж·г$^{-1}$	T, K	H, $10^2\times$ $\times$Дж·г$^{-1}$	n_e, 10^{13} см$^{-3}$	α	Γ	T, K
0,230	820	0,90	680	250	12,0	9,0	4 400	10,4	4 500	8,5	0,75	0,04	1,0	4 500
0,155	790	1,10	820	260	15,0	13	5 600	17,0	5 600	13,0	2,1	0,12	1,2	5 600
0,094	760	1,94	700	170	60	42	9 600	45	10 700	42	16	0,60	1,4	9 900
0,047	690	2,52	1150	300	64	73	15 600	73	17 300	74	14	0,95	0,66	15 700
0,166	790	1,70	450	110	70	32	8 500	35,0	9 000	30	16	0,38	1,7	8 600
0,320	840	1,58	280	75	95	27	8 700	33,0	8 800	26	19	0,32	1,9	8 500
0,180	800	1,96	420	100	100	42	10 000	44	11 000	41	25	0,56	1,6	10 300
0,064	710	2,75	860	240	104	90	19 700	85	21 400	90	19	0,97	0,54	19 500
0,130	790	2,30	490	144	130	64	15 200	70	17 400	71	28	0,90	0,95	15 500
0,440	870	1,87	190	50	200	38	11 000	41	11 200	37	43	0,45	2,1	10 500

Таблица 5.4. Термодинамические свойства ударно-сжатого аргона

Эксперимент						Теория						
						Кольцевое дебаевское приближение					«Ограниченного» атома (5.77)–(5.80)	
p_0, 10^5 Па	D, км·с$^{-1}$	u, км·с$^{-1}$	p, 10^8 Па	v, см^3·г$^{-1}$	H, $10^{-3}\times$ $\times$Дж·г$^{-1}$	v, см^3·г$^{-1}$	T, 10^3K	n_e, 10^{20} см$^{-3}$	Γ	$n\sigma^3$	v, см^3·г$^{-1}$	T, 10^3 K
0,78	7,78	6,94	0,692	86,0	30,1	88,2	22,0	0,642	0,843	0,00422	90,6	21,6
1,0	6,5	5,59	0,597	87	20,9	81,7	19,5	0,401	0,798	0,0057	85,5	19,1
3,0	7,93	6,97	2,73	25,0	31,1	24,0	24,3	2,23	1,35	0,016	25,6	23,0
5,0	6,51	5,52	2,96	18,8	20,9	17,45	21,3	1,63	1,4	0,0277	19,9	19,9
10,0	7,6	6,52	8,19	8,78	28,4	7,8	25,1	5,405	2,01	0,055	9,06	22,3
20,0	7,35	6,28	15,4	4,47	26,6	4,05	25,3	8,68	2,51	0,113	5,19	20,5
20,0	7,65	6,4	16,3	5,01	28,6	4,00	26,0	9,77	2,54	0,11	5,0	21,3

Таблица 5.5. Термодинамические свойства ударно-сжатого ксенона

Эксперимент						Теория						
						Кольцевое дебаевское приближение					Псевдопотенциальная модель (5.63)–(5.71)	
p_0, 10^5 Па	D, км·с$^{-1}$	u, км·с$^{-1}$	p, 10^8 Па	v, см^3·г$^{-1}$	H, $10^{-3}\times$ $\times$Дж·г$^{-1}$	v, см^3·г$^{-1}$	T, 10^3K	n_e, 10^{20} см$^{-3}$	Γ	$n\sigma^3$	v, см^3·г$^{-1}$	T, 10^3 K
1,0	4,58	4,11	1,02	19,3	10,4	18,8	21,0	1,33	1,31	0,0163	21,0	21,6
3,0	7,81	7,00	8,99	6,43	30,2	6,00	42,0	9,71	1,38	0,051	7,07	41,7
5,0	6,35	5,39	9,49	5,56	19,7	3,77	33,1	11,4	1,99	0,0812	4,62	33,7
10,0	6,23	5,4	19,2	2,38	19,1	1,83	34,0	22,0	2,64	0,168	2,34	35,1
10,0	8,93	7,69	39,2	2,48	39,1	1,94	55,8	34,9	1,78	0,158	2,40	55,4
10,0	4,11	3,52	8,27	2,56	8,32	2,04	21,6	7,2	2,91	0,150	2,4	23,4

Особенностью квазихимического описания плазмы в условиях сильной неидеальности является условность разделения частиц на свободные и связанные. Поэтому эффект, рассматриваемый как искажение вклада возбужденных состояний, может при ином разделении на сорта трактоваться как проявление квантового характера электрон-ионного взаимодействия на близких расстояниях. Для описания этого взаимодействия в [67, 74] применен псевдопотенциал (5.63), на основе которого с использованием условий локальной электронейтральности (5.65), (5.66) построена полуэмпирическая модель идеальной плазмы. Выбором единственного параметра модели — глубины псевдопотенциала $\Phi^*_{ie}(0)$, равной энергии, разделяющей частицы на свободные и связанные, было осуществлено непротиворечивое описание совокупности имеющихся сейчас термодинамических экспериментов в «газовой» плазме [77, 78, 91, 118, 119].

В заключение этого параграфа остановимся на сравнении квазиклассической модели § 5.5 с плазменным экспериментом. На рис. 5.28 это сделано на примере газовой плазмы цезия по результатам ударно-волнового [77] и электровзрывного [91] экспериментов.

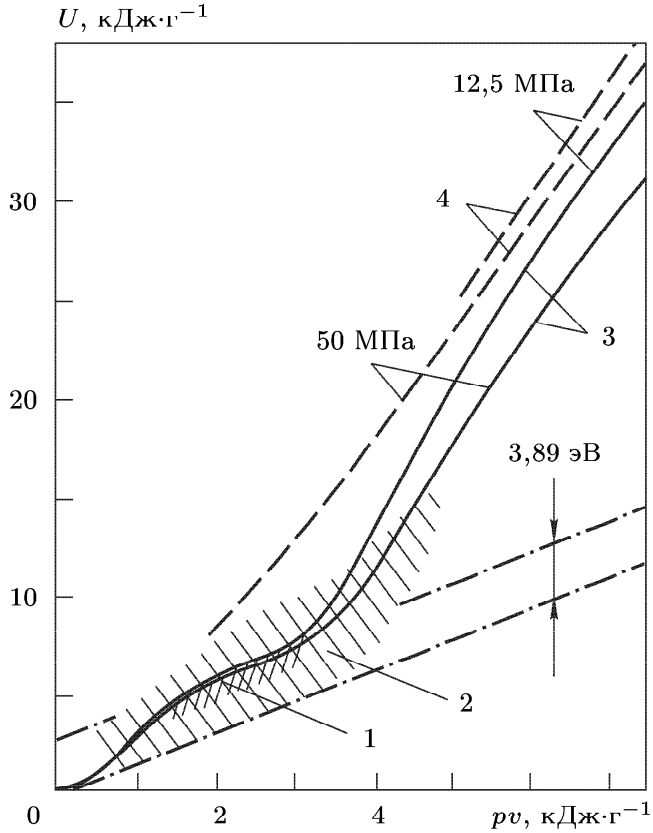


Рис. 5.28. Калорическое уравнение состояния плазмы цезия [91], p = 12,5–50 МПа: 1 — эксперимент [77]; 2 — эксперимент [91]; 3 — расчет в кольцевом приближении в большом каноническом ансамбле (5.50)–(5.52); 4 — приближение Томаса–Ферми с квантовыми и обменными поправками

В согласии с выводами § 5.5 неточность приближения Томаса–Ферми является максимальной в области температур, соответствующих переходу к ионизации с заполненной электронной оболочки (начало второй ионизации цезия). Заметим, что исследованная в [77, 91] плазма обладала заметной степенью неидеальности, $\Gamma \leqslant 1$.

Область ультравысоких давлений была исследована в [120, 121] с использованием техники мощных ударных волн. Сравнение полученных результатов с результатами, полученными плазменными методами приведено на рис. 5.29 [98]. Рядом с некоторыми точками указаны параметры плазмы.

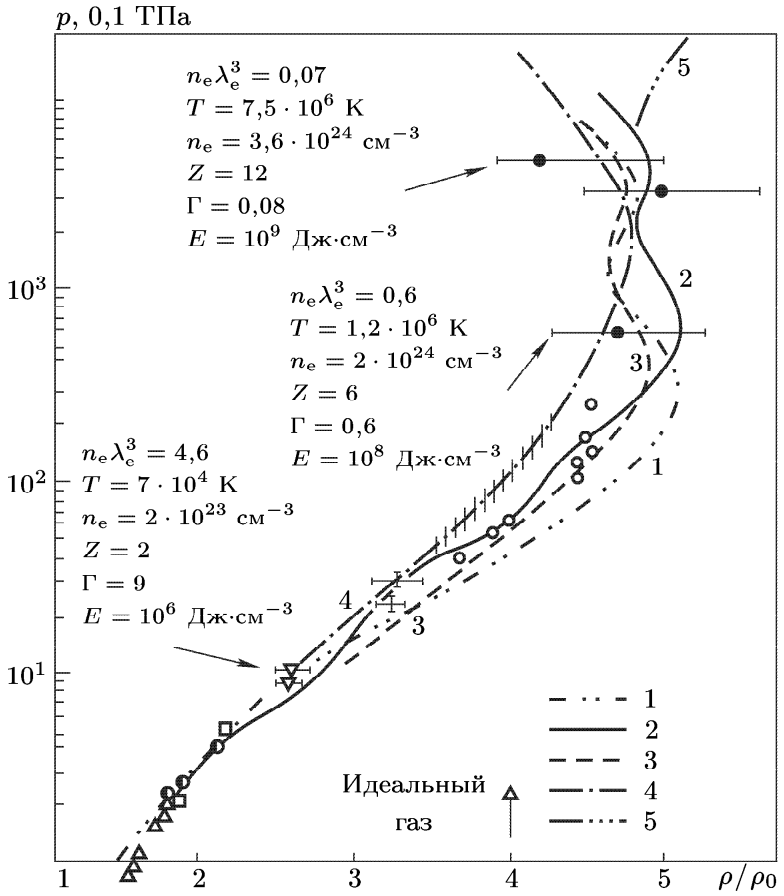


Рис. 5.29. Ударные адиабаты алюминия при ультравысоких давлениях [120, 121] (обозначения в тексте): Δ, □ — легкогазовые пушки, ВВ; ◐ — [122, 123]; ● — [121]; заштрихованная область — [124]; ○ — [121]; ▽ — [125]

Кривые 1, 2, 4, 5 на рис. 5.29 соответствуют [98], 1 — модифицированный метод Хартри–Фока–Слэтера [98, 99]; 3 — метод самосогласованного поля [97]; 4 — теория Томаса–Ферми с квантовыми и обменными поправками [85, 88]. Кривой 2 отмечена плазменная модель ограниченного атома (см. § 5.4) с учетом вырождения электронов, кулоновской неидеальности, возбуждения связанных состояний

и короткодействующего отталкивания [98]; 5 — то же с учетом вклада равновесного излучения.

Видно, что плазменная модель ограниченного атома разумно воспроизводит состояния ультравысоких плотностей энергии. К сожалению, достигнутая в [121] точность измерений была недостаточна для содержательного анализа преимуществ и особенностей моделей описания сверхплотного сжатия и, в частности, роли оболочечных эффектов в термодинамике. Однако эти опыты позволяют проследить асимптотические свойства указанных теорий. По мере сжатия в экспериментах [121] параметр плазменной неидеальности уменьшается от 4,3 до 0,05, хотя термодинамические параметры здесь оказываются экзотически высокими: $p \approx 400$ ТПа, $T \approx 7 \cdot 10^6$ К, $n_e \approx 3{,}6 \cdot 10^{24}$ см$^{-3}$, при удельной плотности энергии, близкой к 1 ГДж·см$^{-3}$. Из рис. 5.29 видно, что с точки зрения выяснения роли оболочечных эффектов наибольший интерес представляет область давлений порядка тысячи ТПа, где оценка вклада связанных состояний по разным моделям является наименее определенной. На рис. 5.30 представлены результаты измерений [120] сравнительной сжимаемости алюминия и свинца (эталон — железо), а также сопоставление этих измерений с квазиклассической моделью [85, 88] (кривая 2) и ячеечной моделью самосогласованного поля [97] (кривая 1). Эксперименты ясно указывают на значительный вклад связанных состояний, вызывающих немонотонности в термодинамических функциях плотной плазмы, что, естественно, не описывается моделью Томаса–Ферми с квантовыми и обменными поправками [85, 88].

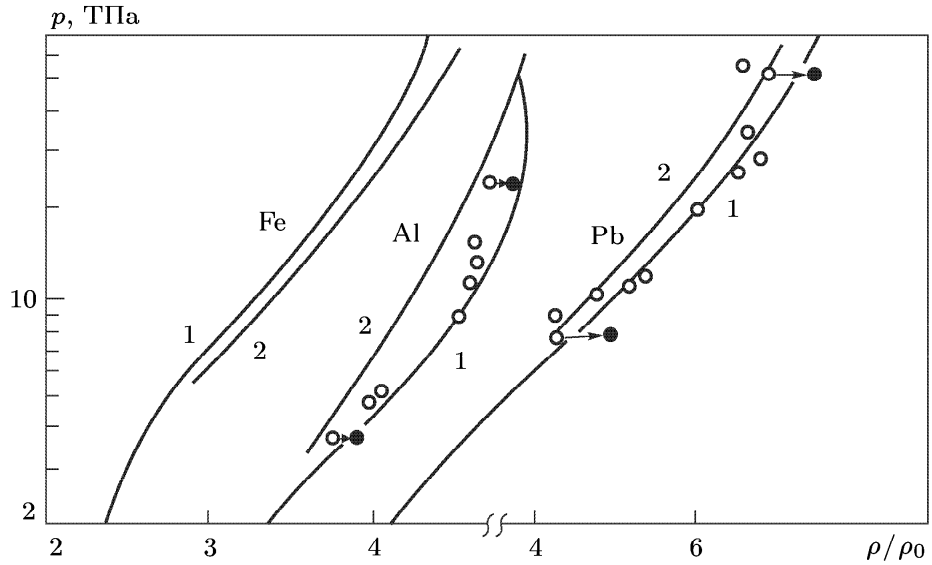


Рис. 5.30. Ударные адиабаты алюминия и свинца при сверхвысоких давлениях [120]. Стрелками показан сдвиг экспериментальных данных при переходе адиабаты железного эталона с кривой 1 на кривую 2

На рис. 5.31 представлены результаты экспериментов по сжатию пористой меди мощными ударными волнами [127], позволяющими получить экстремально высокие концентрации тепловой энергии. При максимальных температурах $\sim 2{,}5 \cdot 10^5$ K реализуется сверхплотная пятикратно ионизованная слабовырожденная, $n_e\lambda^3 \sim 0{,}7$, плазма с чрезвычайно высокими параметрами: $p \sim 2{,}09$ ТПа; $n_e \sim 2{\cdot}10^{23}$ см$^{-3}$; $\Gamma \sim 2$. Рис. 5.31 демонстрирует разумное описание свойств такой среды плазменной моделью «ограниченного атома» (5.77)–(5.83). Мы видим, что с ростом температуры и давления по мере уменьшения кулоновского взаимодействия осуществляется переход к квазиидеальной многократно ионизованной плазме. При этом различие между экспериментом (а также моделью Саха (5.77)–(5.83)) и приближением Томаса–Ферми прогрессивно нарастает, достигая при экстремальных условиях почти порядка по давлению, что подтверждает вывод [91] об отсутствии в указанном приближении идеально-плазменной асимптотики.

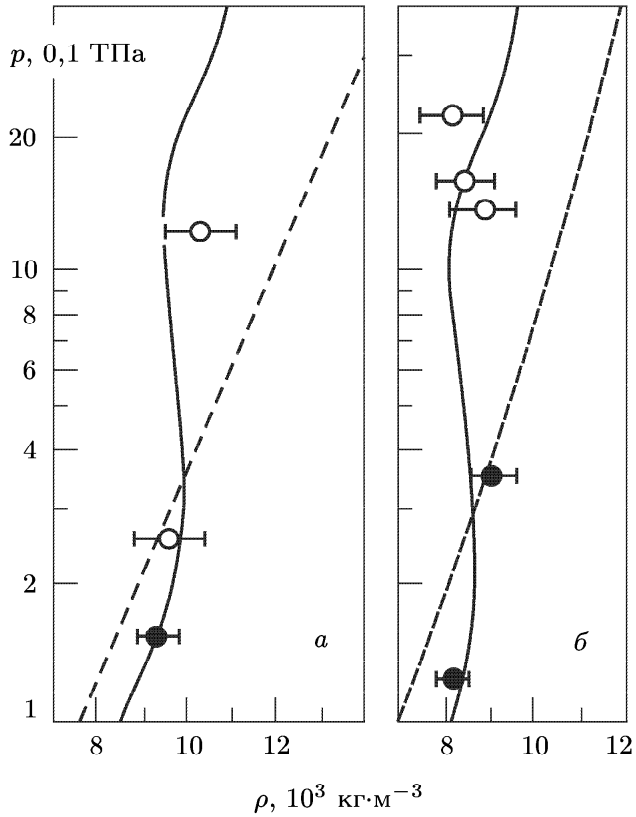


Рис. 5.31. Термодинамика неидеальной плазмы меди в области сверхвысоких давлений [126]: *а* — исходная пористость $m = \rho_0/\rho_{00} = 3$; *б* — $m = 4$; сплошные кривые — ударные адиабаты, рассчитанные по модели ограниченного атома (5.77)–(5.83); штриховые линии — теория Томаса–Ферми с поправками [85, 88]; светлые кружки — эксперимент [127]; темные — [128]

§ 5.9. О фазовых переходах в неидеальной плазме

Ввиду больших трудностей последовательного теоретического описания плазмы с сильным межчастичным взаимодействием, для качественного анализа такой среды в ряде работ (см. [27, 52, 53, 59, 79, 129–131] и цитированную там литературу) привлекаются модельные соображения, основанные на физических упрощениях и экстраполяциях, развитых для слабонеидеальной плазмы представлений о квантовых и коллективных эффектах при кулоновском взаимодействии [132]. Являясь сугубо приближенным, такой «эвристический» подход удобен и широко применялся для качественного анализа возможного поведения плазмы в ситуациях, где отсутствуют прямые измерения ее физических свойств. Характерно, что ряд предложенных моделей в области повышенной неидеальности теряет термодинамическую устойчивость, что связывается с возможностью фазового перехода и расслоением системы на фазы различной плотности.

Модельный анализ (см. п. 5.1.4 и § 10.2) сильносжатых вырожденных электронных систем приводит к выводу о возможности фазового перехода с образованием электронной упорядоченной структуры [27] — «кристалла Вигнера» (рис. 5.32). Свойства этого кристалла, а также его фазовая диаграмма подробно исследованы во многих работах (см. [16, 17, 52, 53, 133–136] и цитированную там литературу), где рассмотрены ситуации с нулевой и конечной температурами. В последнем случае кривая раздела электронной жидкости и вигнеровского кристалла имеет критическую точку, а граница стабильности такого кристалла при $T = 0$ достаточно неопределенна (см. п. 5.1.4) [133–135]. В [136] фазовые переходы в ОКП связываются с плавлением металлов. Диэлектрическая проницаемость сильносжатых кулоновских систем и устойчивость неидеальной плазмы проанализированы в обзорах [134, 137].

Более сложной и разнообразной является ситуация в реальной многокомпонентной плазме. Считая, что основным эффектом в плотной плазме является поляризация, в [138, 139] рассмотрена модель, согласно которой внутриатомные электроны находятся в экранированном потенциале $V(r) = -(e^2/r)\exp(-r/r_0)$. Численное решение уравнения Шредингера для этого потенциала позволяет найти критическое значение [138] $r_c \sim 0{,}84a_0 = 0{,}84\hbar^2/me^2$, при котором исчезает основное состояние и которое соответствует так называемому «моттовскому» переходу металл–диэлектрик.

Возможность аномалий в термодинамических функциях при металлизации плотных паров обсуждалась Зельдовичем и Ландау [140], которые предположили, что металлические системы могут содержать две фазовые границы: одна для перехода жидкость–газ и другая —

для перехода металл–диэлектрик (рис. 5.33). Связь этих переходов с плазменными аномалиями анализировалась в [133].

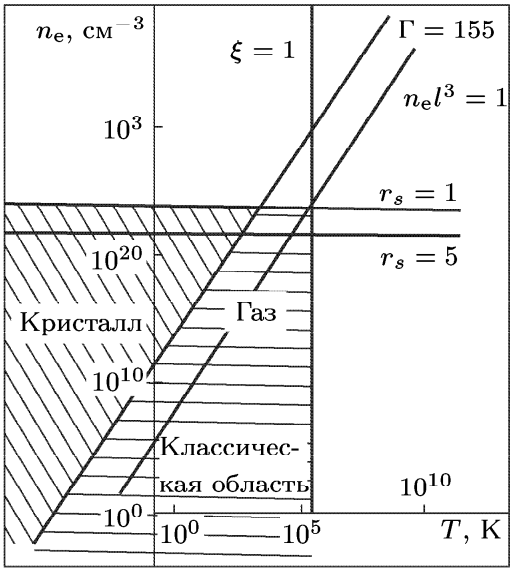


Рис. 5.32. Область существования электронного вигнеровского кристалла [27, 53]: $l = e^2/kT$

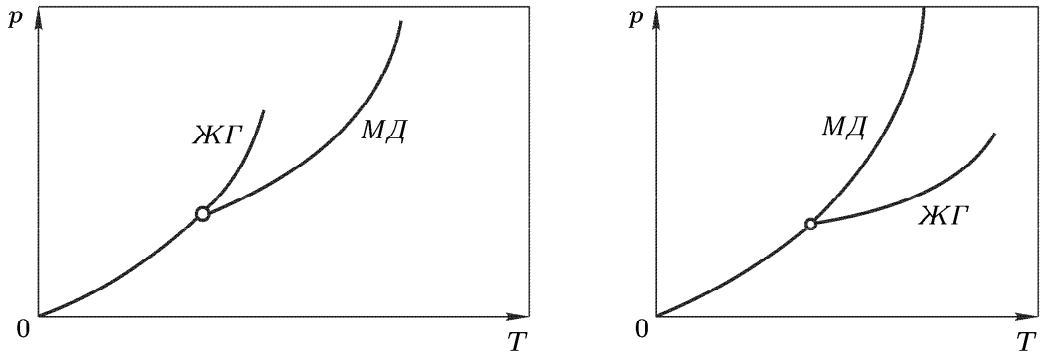


Рис. 5.33. Возможные фазовые диаграммы металлов по [140]: *ЖГ* — фазовый переход жидкость–газ; *МД* — переход металл–диэлектрик

Имеется значительное количество исследований, посвященных анализу фазовых превращений в невырожденной сильнонеидеальной плазме, в которых на базе простых моделей [52, 53, 131, 141, 142] проанализированы появляющиеся здесь многочисленные возможности. Основным эффектом, ответственным за конденсацию многокомпонентной плазмы, является поляризационное притяжение разноименных зарядов, а стабилизация возникшей фазы обеспечивается квантовыми эффектами — интерференцией, а при больших плотностях — вырождением и перекрытием электронных оболочек ионов.

Так, в работе [49] для описания металлизации плазмы предложена эвристическая модель, предсказывающая два фазовых перехода. При невысоких плотностях и температурах определяющим является межатомное взаимодействие, приводящее к переходу газ–жидкость (кривая 1 на рис. 5.34). С ростом плотности наступает «ионизация давлением», и происходит вторичное нарушение термодинамической устойчивости, вызываемое кулоновским взаимодействием. Таким образом, переход металл–диэлектрик в этой модели оказывается фазовым переходом первого рода, который с ростом температуры переходит в плазменный фазовый переход (кривая 2 на рис. 5.34).

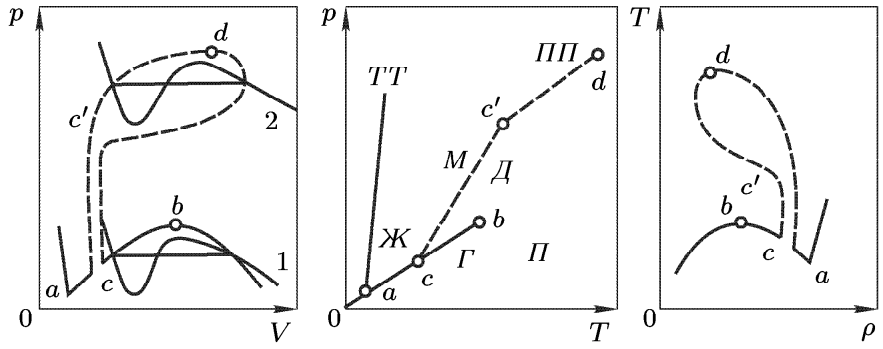


Рис. 5.34. Схематические зависимости, поясняющие возможный характер фазовых равновесий [133]: a, b, c, c', d — критические и тройные точки; *ТТ* — твердое тело; *Ж* — жидкость; *Г* — газ; *М* — металл; *Д* — диэлектрик; *П* — плазма; *ПП* — плотная плазма; 1, 2 — изотермы

Среди многочисленных вычислений границ плазменных фазовых переходов можно выделить работу [139], где рассчитаны фазовые границы плотной ксеноновой плазмы. В этих расчетах кулоновское взаимодействие описывалось широкодиапазонной аппроксимацией Паде (воспроизводящей ассимптотики Дебая–Хюккеля и Гелл-Манна–Бракнера), а вклад атомов и ионов — моделями твердых сфер и Ван-дер-Ваальса. Показано, что при таком подходе реализуется фазовый переход первого рода между слабо- и сильноионизованными состояниями с фазовой границей с отрицательным наклоном и критической точкой с $T_c \approx 12600$ К, $p_c \approx 9{,}9$ ГПа и $\rho_c \approx 3{,}7$ г·см$^{-3}$. Эксперименты с ксеноном (см. п.п. 5.8 и 9.3.2) в окрестностях этих границ не дают пока указаний на существование этого фазового перехода. Возможно, здесь необходимы дополнительные измерения.

Кроме фазовых аномалий, являющихся следствием сильного кулоновского взаимодействия, обсуждаются возможности фазового перехода в слабоионизованной плазме, вызванные сильным взаимодействием зарядов с нейтральными частицами [141]. Один из способов оценки условий перехода диэлектрик–металл основан на очень давней идее [143] о так называемой «диэлектрической катастрофе» [144]. Записывая диэлектрическую проницаемость диэлектрика с помощью

формулы Клаузиуса–Моссотти

$$\varepsilon = 1 + \frac{4\pi n\alpha}{1 - 4\pi n\alpha/3}, \tag{5.98}$$

где n — плотность атомов или молекул, а α — их поляризуемость, можно ожидать реализации перехода диэлектрик–металл при обращении ε в бесконечность. Это имеет место при $4\pi n\alpha/3 = 1$. Согласно простейшим оценкам [145], основанным на значении α для свободной молекулы водорода, это равенство выполняется при $p \sim 150$ ГПа, что хорошо согласуется с результатами оценок другими современными методами [144].

Являясь заведомо приближенными, эвристические теории страдают большой неопределенностью предсказаний, приводя в ряде случаев к качественно различным выводам, но являясь постоянным стимулом для экспериментальных поисков этих экзотических эффектов.

Гидродинамические эффекты при динамическом воздействии на плазму при наличии фазовых переходов могут быть зарегистрированы при ударном или изоэнтропическом изменении давления [146]. В последнем случае фазовый переход приводит к скачку изоэнтропической сжимаемости, зависящему от свойств конкурирующих фаз. Если этот скачок достаточно велик, то это приводит к образованию ударных волн разрежения, аналогичных зарегистрированным в железе и в ионных кристаллах [96]. В общем случае фазовые аномалии при сжатии или расширении металлов появились бы в изломах экспериментальных и других термодинамических кривых, обсуждаемых в § 5.8. Особенно показательными в этом отношении являются эксперименты по адиабатическому расширению ударно-сжатых металлов в § 3.4, где в одной серии опытов удается проследить за поведением вещества в чрезвычайно широком диапазоне параметров и где можно ожидать большинство из предсказанных теорий фазовых аномалий (рис. 5.35). Данные экспериментов по изоэнтропическому сжатию и расширению металлов (см. рис. 3.17, 3.18), а также опытов по быстрому [148] и медленному [149] взрыву металлов электрическим током не дают определенных указаний на какие-либо аномалии, которые можно было бы интерпретировать как фазовые переходы в неидеальной плазме. Отметим в этой связи, что в динамических экспериментах удается зафиксировать не только испарение (рис. 3.17, 3.18), но и такой, оказывающий малое влияние на гидродинамику течения эффект, как плавление вещества. Отметим особо в этой связи работу [150], где оптические измерения температуры плазмы в волне разгрузки также не выявили плазменных аномалий.

В [151] представлены результаты изучения динамики разлета ударно-сжатых веществ в длинных (60–200 мм) цилиндрических и конических каналах. Измеряя скорости движения светящихся плазменных сгустков и находя отличия этих скоростей от автомодельных

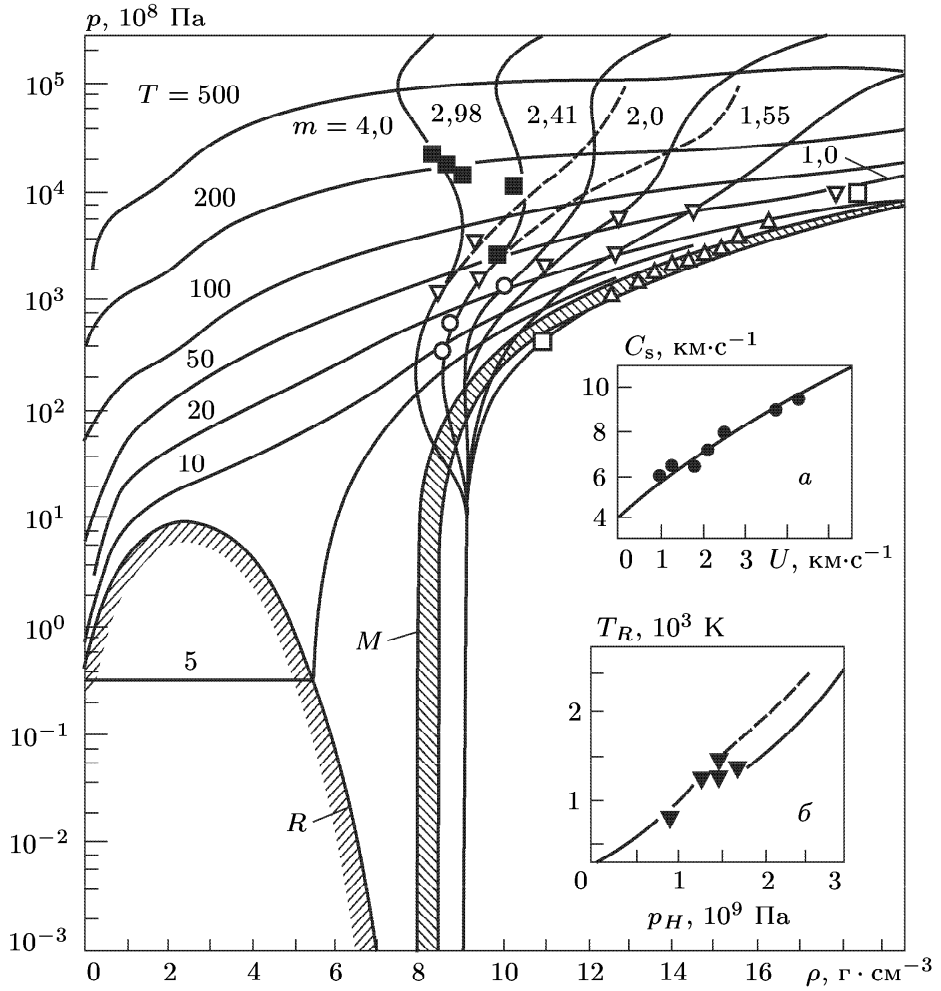


Рис. 5.35. Фазовая диаграмма меди (использовано полуэмпирическое уравнение состояния из [147]): m — различные значения пористости на ударных адиабатах; T — изотермы (в 10^3 K); M, R — фазовые границы плавления и кипения; двухфазные области заштрихованы; штриховые линии — адиабаты из [128]; *а* — скорость звука на ударных адиабатах C_s; *б* — температура в волне разгрузки

решений (полученных для идеального газа $\gamma = 1{,}4$ в предположении стационарности падающей волны), авторы делают вывод о наличии фазовых аномалий в расширяющейся плазме. К сожалению, в этой работе отсутствует прямая регистрация параметров движущейся плазмы в сложном и заведомо нестационарном течении, что заставило авторов прибегнуть к качественным оценкам. Так, при оценке плотности считалось, что плазма — несжимаемая жидкость, а при оценках температуры — идеальный газ. При адиабатическом расширении плазмы ее температура по [151] увеличивается.

При ударном сжатии неидеальной плазмы фазовые переходы вызывали бы изменение ударной сжимаемости, увеличение которой при дополнительных условиях [146] может приводить к образованию непре-

рывных волн сжатия и многоволновых структур, а резкое уменьшение сжимаемости — к потере устойчивости ударной волны. В опытах по ударному сжатию цезия и тяжелых инертных газов такого рода аномалии обнаружены не были, а зарегистрированные адиабаты Гюгонио и Пуассона (см. § 5.8) имеют вид гладких кривых.

Кроме того, найденный в экспериментах (см. §§ 5.8 и 9.3) характер изменения термодинамических функций неидеальной плазмы соответствует однофазной ситуации. Об отсутствии заметных фазовых превращений в исследуемой области параметров свидетельствуют, кроме того, результаты электрофизических (см. гл. 7) и оптических (см. гл. 8) измерений, которые хорошо интерпретируются в рамках однофазных моделей плазмы.

Отметим, что на основании существующих представлений [76, 79] фазовые переходы в динамических экспериментах могут происходить за весьма короткие (порядка 10^{-10}–10^{-6} с) времена, значительно меньшие, чем в статических условиях. Это делает маловероятным (хотя и не исключает вовсе) «закалку» фаз при нестационарных воздействиях.

Поиску электронного вигнеровского кристалла в твердотельной плазме посвящено значительное число работ, обстоятельный обзор которых дан в [28]. В обычных металлах высокая концентрация электронов ($2 \leqslant r_s/a_0 \leqslant 7$) препятствует образованию вигнеровского кристалла, так что его поиски были сосредоточены на сильнокомпенсированных проводниках и магнитных диэлектриках.

Легируя полупроводники n-типа акцепторами, можно заметно уменьшить концентрацию свободных электронов, а ионный фон сделать близким к однородному. Так, в полупроводниках типа ZnSb и $Hg_{0,8}Cd_{0,2}Te$, при $n = n_d - n_a \approx 10^{14}$ см$^{-3}$ и $n_a/n_d \approx 0{,}99$, внутри орбиты электрона находится примерно 300 примесных ионов, что создает условие применимости модели ОКП. Однако и здесь пока не получено ясных доказательств вигнеровской конденсации, по-видимому, из-за наступающей ранее моттовской локализации электронов на донорах либо из-за разрушающего действия флуктуирующих микрополей.

В магнитных же изоляторах вигнеровский переход, по-видимому, подавляется расщеплением энергетических зон согласно модели Хаббарда.

Наличие порогового магнитного поля в ZnSb, ниже которого в измерениях эффекта Холла и электропроводности не обнаружена энергия активации, рассматривалось как доказательство электронной конденсации. Эти измерения детально анализируются в [28], где обосновывается возражение против вигнеровской конденсации, основанное на том, что речь идет о примесных электронах, сильно подверженных влиянию случайного потенциала. Малообоснованными также представляются выводы [28] об электронной конденсации в кристаллах

n-$Hg_{0,8}Cd_{0,2}Te$ [136, 152], где, по-видимому, происходит локализация электронов на примесях, вызванных магнитным полем.

Говоря о плазменной конденсации, ряд авторов [52, 133] апеллирует к серии работ [153–156], где были выявлены «аномальные» эффекты при выходе детонационной волны из конденсированного ВВ на свободную поверхность заряда ВВ. Авторами [153–155] была дана интерпретация наблюдаемых эффектов, согласно которой «вигнеровский кристалл» образуется в результате «химической ионизации» во фронте детонационной волны, а после выхода этой волны из заряда ВВ находится в метастабильном состоянии. Эти плазменные представления легли в основу модели детонации конденсированных ВВ [154], согласно которой ведущим детонацию процессом является не ударная волна, а электронная теплопроводность.

Тщательный анализ работ [153–155] показал [156, 157], что представленная в них интерпретация не является однозначной и встречает возражения, а выводы о плазменном фазовом переходе недостаточно обоснованы, тем более что в [153–155] отсутствуют прямые измерения плотности, на которой, в первую очередь, должен сказаться такой переход. Тем же недостатком отсутствия измерений плотности отмечены и опыты [151].

Просвечивание плазмы импульсным рентгеновским излучением с длиной волны 0,1 и 9 нм показало [156] отсутствие аномально высокой плотности плазмы, а ее измеренные значения оказались в 810 раз превосходящими плотность воздуха атмосферного давления, что хорошо согласуется с расчетом состояний за фронтом воздушной ударной волны [158], выполненным для квазиидеального газового приближения. Регистрация выходящего из плазмы оптического излучения показала [156, 161], что в отличие от выводов, сделанных авторами работ [153–155], это излучение не является аномальным и соответствует яркостной температуре $(8–10) \cdot 10^3$ K, что близко к обычному расчету [158]. Коэффициент оптического поглощения плазмы также не содержит каких-либо качественных аномалий и описывается моделью разреженной плазмы (см. гл. 7). Опыты по выходу детонационной волны в вакуум [156] и гелий [157] обнаружили отсутствие свечения плазмы, в то время как, согласно концепции [153–155], это свечение должно было бы только усилиться. Для объяснения наблюдаемых скоростей движения плазменного сгустка в [153–155] привлекались искусственные соображения о «реактивной тяге при рекомбинации», в то время как эти скорости легко рассчитываются на основе теории «распада разрыва» на границе ВВ–воздух.

Таким образом, выполненные эксперименты и анализ имеющихся данных показывают, что термодинамические, оптические, электрофизические, гидродинамические и механические свойства плазменного сгустка полностью описываются моделью идеальной плазмы в предположении, что этот сгусток образован путем сжатия и необратимо-

го разогрева воздуха во фронте волны, возникающей при расширении продуктов детонации конденсированного ВВ. Основной причиной неправильного вывода [150–152] о плазменной конденсации явилась малая скорость бокового расширения стеклянных каналов трубок ввиду их значительной массы, что было ошибочно интерпретировано как «стабильность» плазмы.

В [31] плазма с плотностью, в несколько раз превосходящей твердотельную, и с температурой ~ 1 эВ была получена столкновением двух ударных волн, возбуждаемых мощным ($(4–5) \cdot 10^{12}$ Вт·см$^{-2}$) лазерным излучением с длиной волны 0,53 мкм и длительностью импульса ~ 100 пс. Особенности рентгеновских спектров прошедшего через плазму излучения от внешнего источника были интерпретированы в [31] как наличие в сильносжатой плазме алюминия ближнего порядка, связанного с конденсацией Вигнера. При интерпретации этих интересных опытов следует, по-видимому, провести численное моделирование сложного процесса генерации плазмы и оценить эффекты неравновесности при плавлении алюминия.

В сильносжатой плазме возможно появление электронных фазовых превращений, связанных с переходом внутренних дискретных электронных оболочек атома или иона в непрерывный спектр. Фазовые переходы, связанные с перераспределением электронов по оболочкам в процессе сжатия [79, 80], теоретически проанализированы методами зонной теории [160–162] и зарегистрированы экспериментально в [120, 127, 163, 164]. В [80, 165] предсказаны электронные превращения в диапазоне сверхвысоких давлений, соответствующие фазовому переходу первого рода, когда в одной фазе данная электронная оболочка находится в непрерывном, а в другой — в дискретном спектре. Естественно, что такие электронные переходы соответствуют, по существу, серии фазовых переходов [135], вызванных «ионизацией давлением» последовательности электронных оболочек. Оценка параметров этих превращений методами квазиклассической теории [80] приводит к ультравысоким давлениям, большим 30 ТПа, достижение которых стало возможным лишь в самое последнее время (см. гл. 9).

Литература

1. *Brush S.*, *Sahlin H.L.*, *Teller E.* // J. Chem. Phys. 1966. Vol. 45, № 2. P. 2102–2120.
2. *Baus M.*, *Hansen J.P.* // Phys. Rep. 1980. Vol. 59, № 1. P. 228–237.
3. *DeWitt H.E.* // Strongly Couplied PIasmas / Ed. Kalman G. — N.Y.: Plenum, 1978. P. 83.
4. *Ichimaru S.* // Rev. Mod. Phys. 1982. Vol. 54, № 4. P. 1017–1060.
5. *Hansen J.P.* // Phys. Rev. A. 1973. Vol. 8, № 6. P. 3096–3109.
6. *Pollock E.L.*, *Hansen J.P.* // Phys. Rev. A. 1973. Vol. 8, № 6. P. 3110–3122.
7. *DeWitt H.E.*, *Hubbard W.B.* // Astrophys. J. 1976. Vol. 205, № 1. Part 1. P. 295–301.
8. *Galam S.*, *Hansen J.P.* // Phys. Rev. A. 1976. Vol. 14, № 2. P. 816–832.
9. *Ng K.C.* // J. Chem. Phys. 1974. Vol. 61, № 7. P. 2680–2689.
10. *Slattery W.L.*, *Doolen G.D.*, *DeWitt H.E.* // Phys. Rev. A. 1980. Vol. 21, № 6. P. 2087–2095.
11. *Lieb E.H.*, *Narnhofer H.J.* // J. Stat. Phys. 1975. Vol. 12, № 4. P. 291–310.
12. *Gann R.C.*, *Chakravarty S.*, *Chester G.V.* // Phys. Rev. 1979. Vol. 20, № 1. P. 326–344.
13. *Fisher D.S.*, *Halperin B.I.*, *Platzman P.M.* // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 42, № 12. P. 798–801.
14. *Ichimaru S.* // Strongly Coupled Plasmas / Ed. Kalman G. — N.Y.: Plenum, 1978. P. 189.
15. *Замалин В.М.*, *Норман Г.Э.*, *Филинов В.С.* // Метод Монте-Карло в статистической термодинамике. — М.: Наука, 1977.
16. *Ichimaru S.* Statistical Plasma Physics, Vol. 1: Basic Principles. — Redwood City: Addison–Wesley, 1992.
17. *Dubin D.H.E.*, *O'Neil T.M.* // Rev. Mod. Phys. 1999. Vol. 83, № 1. P. 87–172.
18. *Коваленко Н.П.*, *Фишер И.З.* // УФН. 1972. Т. 108, № 2. С. 209–239.
19. *Рашбрук Дж.* // Физика простых жидкостей / Под ред. Темперли Г., Роулинсона Дж., Рашбрука Дж.; Пер. с англ. — М.: Мир, 1971.
20. *Rosenfeld Y.*, *Ashcroft N.W.* // Phys. Rev. A. 1979. Vol. 20, № 3. P. 1208–1230.
21. *Springer J.F.*, *Pokrant M.A.*, *Stevens F.A.* // J. Chem. Phys. 1973. Vol. 58, № 11. P. 4865–4867.
22. *DeWitt H.E.* // Phys. Rev. A. 1976. Vol. 14, № 3. P. 1290–1293.
23. *Горобчсико В.Д.*, *Максимов Е.Г.* // УФН. 1980. Т. 130, № 1. С. 65–74.
24. *Ebeling W.*, *Förster A.*, *Fortov V. et. al.* // Thermophysical Properties of Hot Dense Plasmas. — Stuttgart–Leipzig: Teubner Verlagsgesellschaft, 1991.
25. *Stringfellow G.S.*, *DeWitt H.E.*, *Slattery W.L.* // Phys. Rev. A. 1990. Vol. 41, № 2. P. 1105–1111.
26. *DeWitt H.E.*, *Rosenfeld Y.* // Phys. Lett. 1979. Vol. 75, № 1–2. P. 79–80.

27. *Wigner E.P.* // Phys. Rev. 1934. Vol. 46, № 6. P. 1002–1011.
28. *Цидильковский И.М.* // УФН. 1987. Т. 152. № 4. С. 583–597.
29. *Grimes C.C., Adams G.* // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 42, № 12. P. 798–801.
30. *Gilbert S.L., Bollinger J.J., Wineland D.J.* // Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 60, № 10. P. 2022–2026.
31. *Hall T.A., Djaoui A., Eason R.W.* // Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 60, № 20. P. 2034–2037.
32. *Overhauser A.W.* // Phys. Rev. 1968. Vol. 167. P. 691–695; Adv. Phys. 1978. Vol. 27. P. 343–364.
33. *Deutsch C., Furutani Y., Gombert M.M.* // Phys. Rep. 1981. Vol. 69, № 2. P. 1358–1368.
34. *Stillinger F.H., Lovett R.* // J. Chem. Phys. 1968. Vol. 49, № 5. P. 1991–1994.
35. *Jankovic B.* // J. Stat. Phys. 1977. Vol. 17. P. 357–362.
36. *Salpeter E.E.* // Aust. J. Phys. 1954. Vol. 7. P. 373–396.
37. *Graboske H.C., DeWitt H.E., Grosmann A.S., Cooper M.S.* // Astrophys. J. 1973. Vol. 181, № 2. Part 1. P. 457–474.
38. *Abe R.* // Progr. Theor. Phys. 1959. Vol. 22, № 1. P. 21–38.
39. *Rogers F.J., DeWitt H.E.* // Phys. Rev. 1973. Vol. 8, № 2. P. 1061–1076.
40. *Choguard Ph.* Strongly Coupled Plasmas / Ed. Kalman G. — N.Y.: Plenum Press, 1978. P. 83–98.
41. *Грязнов В.К., Иосилевский И.Л.* // Теплофизические свойства низкотемпературной плазмы / Под ред. Иевлева В.М. — М.: Наука, 1976. С. 25–37.
42. *Грязнов В.К., Иосилевский И.Л.* // Численные методы сплошной среды. — Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1973. № 4. С. 166–184.
43. *Cohen E.G., Murphy T.J.* // Phys. Fluids. 1969. Vol. 12, № 7. P. 1404–1411.
44. *Guttman A.J., Ninham B.W., Tompson C.J.* // Phys. Lett. 1968. Vol. 26, № 5. P. 180–184.
45. *Carley D.D.* // Phys. Rev. A. 1974. Vol. 10, № 3. P. 863–867.
46. *Hirt C.W.* // Phys. Fluids. 1967. Vol. 10, № 3. P. 565–570.
47. *Gillan M.J.* // J. Phys. C. 1974. Vol. 7, № 1. P. 1–4.
48. *Lebowitz J.L., Percus J.K.* // Phys. Rev. 1966. Vol. 144, № 1. P. 251–258.
49. *Hansen J.P., Torrie G.M., Viellefosse P.* // Phys. Rev. A. 1977. Vol. 16, № 5. P. 2153–2168.
50. *Stevenson D.J.* // Phys. Rev. B. 1975. Vol. 12, № 10. P. 3999–4007.
51. *Pollock E.L., Alder B.J.* // Phys. Rev. A. 1977. Vol. 15, № 3. P. 1263–1268.
52. *Норман Г.Э., Старостин А.Н.* // ТВТ. 1970. Т. 8, № 2. С. 413–438.
53. *Эбелинг В., Крефт В., Кремп Д.* Теория связанных состояний и ионизационного равновесия в плазме и твердом теле: Пер. с англ. — М.: Мир, 1979.
54. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. Часть 1. — М.: Наука, 1976.
55. *Gell-Mann M., Bruckner K.A.* // Phys. Rev. 1957. Vol. 106, № 2. P. 364–368.
56. *Graboske H.C., Harwood Jr. D. J., DeWitt H.E.* // Phys. Rev. A. 1971. Vol. 13, № 4. P. 1419–1431.
57. *DeWitt H.E.* // J. Math. Phys. 1962. Vol. 3, № 6. P. 1216–1228.

58. *Graboske H.C.*, *Harwood D.J.*, *Rogers F.J.* // Phys. Rev. 1969. Vol. 186, № 1. P. 210–225.
59. *Зеленер В.Б.*, *Норман Г.Э.*, *Филинов В.С.* Теория возмущений и псевдопотенциала в статистической термодинамике. — М.: Наука, 1981.
60. *Филинов В.С.*, *Норман Г.Э.* // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Вводный том 3. / Под ред. Фортова В.Е. — М.: Наука, 2000. С. 236–243.
61. *Филинов В.С.* // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Вводный том 3. / Под ред. Фортова В.Е. — М.: Наука, 2000. С. 243–252.
62. *Алексеев В.А.*, *Ведешов А.А.*, *Овчаренко В.Г. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1972. Т. 16, № 2. С. 73–77.
63. *Ebeling W.*, *Sandig R.* // Ann. Phys. 1964. Vol. 13. P. 219–234.
64. *Barker A.A.* // J. Chem. Phys. 1971. Vol. 55. P. 4–17.
65. *Ebeling W.*, *Sandig R.* // Ann. Phys. 1973. Vol. 28, № 4. P. 289–305.
66. *Иосилевский И.Л.* // ТВТ. 1980. Т. 18, № 3. С. 447–452.
67. *Иосилевский И.Л.* // ТВТ. 1985. Т. 23, № 6. С. 1041–1049.
68. *Armstrong B.H.* // Progr. High Temp. Phys. and Chem. — N.Y.: Pergamon Press, 1967. Vol. 1. P. 231–248.
69. *Воробьев В.С.* // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Вводный том 1. / Под ред. Фортова В.Е. — М.: Наука, 2000. С. 293–299.
70. *Фортов В.Е.*, *Ломакин Б.Н.*, *Красников Ю.Г.* // ТВТ. 1971. Т. 9, № 5. С. 869–878.
71. *Ларкин А.Л.* // ЖЭТФ. 1960. Т. 38, № 6. С. 1896–1898.
72. *Савукинас А.Ю.*, *Фиджунас А.Р.* // Литовский физический сборник. 1974. Т. 14. С. 73.
73. *Грязнов В.К.*, *Жерноклетов М.В.*, *Зубарев В.Н. и др.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 78, № 2. С. 573–585.
74. *Грязнов В.К.*, *Иванова А.Г. и др.* // Журнал структурной химии. 1989. Т. 30, № 1. С. 132–141.
75. *Carnahan N.F.*, *Starling K.E.* // J. Chem. Phys. 1969. Vol. 51, № 2. P. 635–636.
76. *Фортов В.Е.* // УФН. 1982. Т. 138, № 3. С. 361–412.
77. *Бушман А.В.*, *Ломакин Б.Н.*, *Сеченов В.А. и др.* // ЖЭТФ. 1975. Т. 69, № 5. С. 1624–1633.
78. *Беспалов В.Е.*, *Грязнов В.К.*, *Дремин А.Н. и др.* // ЖЭТФ. 1975. Т. 69, № 6. С. 2059–2066.
79. *Бушман А.В.*, *Фортов В.Е.* // УФН. 1983. Т. 140, № 2. С. 177–183.
80. *Киржниц Д.А.*, *Лозовик Ю.Е.*, *Шпатаковская Г.В.* // УФН. 1975. Т. 117, № 1. С. 3–47.
81. *Шпатаковская Г.В.* // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Вводный том 1. / Под ред. Фортова В.Е. — М.: Наука, 2000. С. 313–322.
82. *Копышев В.П.* Препринт ИПМ № 59. — М., 1978.
83. *Latter R.* // Phys. Rev. 1955. Vol. 99, № 6. P. 1854–1870; J. Chem. Phys. 1959. Vol. 24, № 1. P. 280–289.
84. *Калиткин Н.Н.* // ЖЭТФ. 1960. Т. 38, № 5. С. 1534–1540.

85. *Калиткин Н.Н.*, *Кузьмина Л.В.*, *Рогов В.С.* // Препринт ИПМ № 21. — М., 1972.
86. *Калиткин Н.Н.* // Математическое моделирование: Физико-химические свойства вещества / Под ред. Самарского А.А., Калиткина Н.Н. — М.: Наука, 1989. С. 114–161
87. *Альтшулер Л.В.*, *Калиткин Н.Н.*, *Кузьмина Л.В.* // ЖЭТФ. 1977. Т. 72, № 1. С. 317–328.
88. *Калиткин Н.Н.*, *Кузьмина Л.В.* // Препринт ИМП № 35. — М., 1975. Препринт ИМП № 14. — М., 1979.
89. *Киржниц Д.А.*, *Шпатаковская Г.В.* // ЖЭТФ. 1995. Т. 108, № 4. С. 1238–1252.
90. *Калиткин Н.Н.*, *Кузьмина Л.В.* // Ударные волны и экстремальные состояния вещества / Под ред. Фортова В.Е., Альтшулера Л.В., Трунина Р.Ф., Фунтикова А.И. — М.: Наука, 2000. С. 107–120.
91. *Иосилевский И.Л.*, *Грязнов В.К.* // ТВТ. 1981. Т. 19, № 6. С. 1121–1124.
92. Теория неоднородного электронного газа / Под ред. Лундквиста С. и Марча Н.: Пер. с англ. — М.: Мир, 1987.
93. *Rajagopal A.K.* // Adv. Chem. Phys. 1980. Vol. 41, № 1. P. 59–193.
94. *Ключников Н.И.*, *Любимова И.А.* // Обзоры по теплофизическим свойствам веществ. — М.: Изд-во ИВТ АН СССР, 1987. № 4 (66). С. 1–104.
95. *Liberman D.A.* // Phys. Rev. E. 1979. Vol. 20, № 12. P. 4981–4989.
96. *Альтшулер Л.В.* // УФН. 1965. Т. 85, № 2. С. 197–258.
97. *Синько Г.В.* // ТВТ. 1983. Т. 21, № 6. С. 1041–1052.
98. *Никифоров А.Ф.*, *Новиков В.Г.*, *Уваров В.Б.* Вопросы атомной науки и техники. Сер. Методики и программы. 1979. № 4 (6). С. 16–26.
99. *Новиков В.Г.* Препринт ИПМ № 133. — М., 1985.
100. *Ceperley D.* // The Monte Carlo and Molecular Dynamics of Condensed Matter Systems / Eds. Binder K. and Cicotti G. — Bologna: SIF, 1996. P. 447–482.
101. Classical and Quantum Dynamics of Condensed Phase Simulation / Eds. Berne B.J., Ciccotti G., and Coker D.F. — Singapore: World Scientific, 1998.
102. *Filinov V.S.* // J. Phys. A. 2001. V. 34, № 8. P. 1665–1677.
103. *Filinov V.S.*, *Levashov P.R.*, *Fortov V.E.*, *Bonitz M.* // Progress in Nonequilibrium Green's Functions / Ed. Bonitz M. — Singapore: World Scientific, 2000. P. 513–520.
104. *Filinov V.S.*, *Fortov V.E.*, *Bonitz M.*, *Kremp D.* // Phys. Lett. A. 2000. V. 274, № 3. P. 228–235.
105. *Filinov V.S.*, *Bonitz M.*, *Fortov V. E.* // Письма в ЖЭТФ. 2000. V. 72. № 5. P. 361–365.
106. *Filinov V.S.*, *Fortov V.E.*, *Bonitz M.*, *Levashov P.R.* // Письма в ЖЭТФ. 2001. Т. 74. № 7. С. 422–425.
107. *Filinov V.S.*, *Bonitz M.*, *Ebeling W.*, *Fortov V.E.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2001. Vol. 43, № 6. P. 743–759.
108. *Kelbg G.* // Ann. Physik. 1964. Vol. 14. P. 394–401.
109. *Militzer B.*, *Ceperley D.M.* // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 63, № 6. P. 066404.
110. *Xu H.*, *Hansen J.P.* // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 57, № 1. P. 211–223.

111. *Weir S.T.*, *Mitchell A.C.*, *Nellis W.J.* // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76, № 11. P. 1860–1863.

112. *Ternovoi V.Ya.*, *Filimonov A.S.*, *Fortov V.E.*, *Kvitov S.V.*, *Nikolaev D.N.*, *Pyalling A.A.* // Physica B. 1999. Vol. 265, N 1–4. P. 6–11.

113. *Saumon D.*, *Chabrier G.* // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 46, № 4. P. 2084–2100.

114. *Redmer R.*, *Röpke G.*, *Kuhlbrodth S.*, *Reinholz H.* // Contrib. Plasma Phys. 2001. Vol. 41, N 2–3. P. 163–166.

115. *Кунавин А.Г.*, *Кириллин А.В.*, *Коршунов Ю.С.* // ТВТ. 1974. Т. 12, № 6. С. 1302–1305.

116. *Alekseev V.A.*, *Fortov B.E.*, *Iakubov I.T.* // 15th Intern. Conf. Phenom. Ioniz. Gases. — Minsk: Invited Papers, 1981. P. 73–85.

117. *Якубов И.Т.* // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Вводный том 1. / Под ред. Фортова В.Е. — М.: Наука, 2000. С. 536–545.

118. *Фортов В.Е.*, *Леонтьев А.А.*, *Грязнов В.К. и др.* // ЖЭТФ. 1976. Т. 71, № 1. С. 225–236.

119. *Минцев В.Б.*, *Грязнов В.К.*, *Фортов В.Е.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 79, № 1. С. 116–124.

120. *Аврорин Е.Н.*, *Водолага Б.К.*, *Волков Л.П. и др.* // ЖЭТФ. 1987. Т. 93, № 2. С. 613–626.

121. *Владимиров А.С.*, *Волошин Н.П.*, *Симоненко В.А. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39, № 2. С. 69–72.

122. *Волков Л.П.*, *Волошин Н.П.*, *Мангасаров Р.А. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 31, № 9. С. 546–548.

123. Применение сильноточных релятивистских электронных пучков в динамической физике высоких температур и давлений / Акерман А.Ф., Демидов Б.А., Фортов В.Е. *и др.* — Черноголовка: РИСО ОИХФ, 1986.

124. *Модель И.Ш.*, *Нарожный А.Т.* // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 41, № 6. С. 270–272.

125. *Симоненко В.А.*, *Волошин Н.П.*, *Волков Л.П. и др.* // ЖЭТФ. 1985. Т. 88, № 4. С. 1452–1459.

126. *Грязнов В.К.*, *Иосилевский И.Л.*, *Фортов В.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 8, № 22. С. 1378–1381.

127. *Трунин Р.Ф.*, *Подурец М.А.*, *Моисеев Б.Н. и др.* // ЖЭТФ. 1969. Т. 56, № 4. С. 1172–1174.

128. *Кормер С.Б.*, *Фунтиков А.И.*, *Урлин В.Д.* // ЖЭТФ. 1962. Т. 42, № 3. С. 686–702.

129. *Redmer R.* // Phys. Rep. 1997. Vol. 282, № 1. P. 35–157.

130. *Ликальтер А.А.* // УФН. 2000. Т. 170, № 8. С. 831–853.

131. *Иосилевский И.Л.*, *Старостин А.Н.* // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Вводный том 1. / Под ред. Фортова В.Е. — М.: Наука, 2000. С. 327–339.

132. *Dharma-Wardana M.W.C.*, *Perrot F.* // Phys. Rev. A. 1982. Vol. 26, № 4. P. 2096–2104.

133. *Норман Г.Э.* Очерки физики и химии низкотемпературной плазмы / Под ред. Полака Л.С. — М.: Наука, 1971. С. 260–277.

134. *Максимов Е.Г.*, *Долгов О.В.* // УФН. 1981. Т. 135, № 1. С. 260–263.

135. *Carmi G.*// J. Math. Phys. 1968. Vol. 9. P. 2120.
136. *Ceperley D.* // Phys. Rev.B. 1978. Vol. 18. P. 3126.
137. *Киржниц Д.А.* // УФН. 1976. Т. 119, № 2. С. 357–369.
138. *Mott N.F.* // Phil. Mag. 1967. Vol. 16. P. 49.
139. *Ebeling W., Forster A., Richert W., Hess H.* // Physica A. 1988. Vol. 50.
140. *Зельдович Я.Б., Ландау Л.Д.* // Acta Phys.–Chim. USSR. 1943. Vol. 18, № 1. P. 194–196.
141. *Храпак А.Г., Якубов И.Т.* // ЖЭТФ. 1971. Т. 59, № 3. С. 945–952.
142. *Ross R.G., Greenwood D.A.* // Progr. Mater. Sci. 1971. Vol. 14. P. 173.
143. *Herzfeld K.F.* // Phys. Rev. 1927. Vol. 29, № 5. P. 701–705.
144. *Максимов Е.Г., Шилов Ю.И.* // УФН. 1999. Т. 169, № 11. С. 1223–1242.
145. *Edwards B., Ashcroft N.W.* // Nature. 1997. Vol. 388. P. 652–655.
146. *Фортов В.Е.* // ТВТ. 1972. Т. 10, № 1. С. 168–180.
147. *Bushman A., Fortov V.* // Sov. Tech. Rev. B Therm. Phys. 1988. Vol 1, № 3. P. 162–181.
148. *Мартынюк М.М.* // Физика горения и взрыва. 1977. Т. 13. С. 213.
149. *Shaner J.W., Gathers G.R.* // High Pressure Science and Technology / Eds. Timmerhous K.D., Barber M.A. — N.Y.: Plenum Press, 1979. Vol. 2. P. 847.
150. *Агеев В.Г., Бушман А.В., Фортов В.Е. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1988. Т. 48, № 11. С. 608–611.
151. *Русаков М.М.* // ТВТ. 1975. Т. 13, № 1. С. 20–23; *Русаков М.М., Иванов Р.И., Шайдуллин Б.К. и др.* // ТВТ. 1977. Т. 15, № 3. С. 449–455.
152. *Ikezi H., Schwarzenegger K., Simons A. et al.* // Phys. Rev. A. 1978. Vol. 18, № 6. P. 2494–2499.
153. *Coock M.A.* // J. Appl. Phys. 1958. Vol. 29. P. 1612; 1955. Vol. 26. P. 426; J. Chem. Phys. 1955. Vol. 24. P. 60; Proc. Roy. Soc. A. 1961. Vol. 508.
154. *Coock M.A.* The Science of High Explosives. — N.Y.: Reinhold Publ. Comp., 1958.
155. *Coock M.A.* // J. Appl. Phys. 1981. Vol. 52. P. 1881–1895.
156. *Фортов В.Е., Мусянков С.И., Якушев В.В. и др.* // ТВТ. 1974. Т. 12, № 59. С. 957–963.
157. *Davis W.C., Campbell A.W.* // J. Appl. Phys. 1960. Vol. 31. P. 1225; *Kendrew A., Whitbread L.* // 3^{rd} Intern. Sympos. on Detonat. 1960.
158. *Кузнецов Н.М.* Таблицы термодинамических функций и ударные адиабаты воздуха при высоких температурах. — М.: Машиностроение, 1945.
159. *Беспалов В.Е., Дьячков Л.Г., Кобзев Г.А. и др.* // ТВТ. 1979. Т. 17, № 2. С. 266–274.
160. *Royce E.B.* // Phys. Rev. 1967. Vol. 164. P. 929.
161. *Архипов Р.Г.* // ЖЭТФ. 1965. Т. 49, № 5. С. 1601–1604; Физика твердого тела. 1962. Т. 4, № 5. С. 1077–1089.
162. *Reichlin R., Brister K.E.* // Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 62. P. 669–672.
163. *Shatzman E.* // Strongly Coupled Plasmas / Eds. Kalman A., Corini P. — N.Y.: Plenum Press, 1978. P. 409–425.
164. *Альтшулер Л.В., Баканова А.А.* // УФН. 1968. Т. 96, № 2. С. 193–216.
165. *Brush S.G., DeWitt H.E., Trulio H.E.* // Nucl. Fusion. Vol. 3, № 1. P. 5.

Глава 6. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ЧАСТИЧНО ИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЫ

§ 6.1. Проводимость идеальной и частично ионизованной плазмы

6.1.1. Проводимость слабоионизованной плазмы. Электрофизические свойства вещества определяются, в первую очередь, состоянием электронного компонента. При переходе металла от жидкой к слабопроводящей газовой фазе состояние заряженных частиц меняется от состояния почти свободных электронов жидкого металла до электронов, локализованных в атомах. Значение удельной электропроводности при этом изменяется на много порядков.

Удельная электропроводность σ определяется концентрацией электронов и их подвижностью μ:

$$\sigma = e\mu n_{\mathrm{e}}. \tag{6.1}$$

В идеальной плазме эти величины описываются хорошо известными выражениями кинетической теории. Концентрации электронов n_{e} и ионов n_{i} связаны формулой Саха (4.5). В идеальной плазме нет сложных ионов, поэтому $n_{\mathrm{i}} = n_{\mathrm{e}}$. При низких температурах степень ионизации мала, $n_{\mathrm{e}} \ll n_{\mathrm{a}}$,

$$n_{\mathrm{e}} = n_{\mathrm{e}}^0 = \sqrt{K_1 n_{\mathrm{a}}}. \tag{6.2}$$

В слабо ионизованной плазме, при определении подвижности, взаимодействие электронов с атомами можно рассматривать как последовательность независимых парных столкновений. Такая система электронов хорошо описывается моделью лоренцева газа (см., например, [1]).

В стационарных и пространственно-однородных условиях кинетическое уравнение Больцмана для функции распределения электронов по скоростям $f(\mathbf{v})$ в электрическом поле $\mathbf{F}$ имеет вид

$$-(e\mathbf{F}/m)\partial f(\mathbf{v})/\partial \mathbf{v} = I_{\mathrm{c}}(f).$$

Левая часть уравнения описывает воздействие поля, правая — изменение числа электронов в элементе фазового объема за счет столкновений, I_{c} — интеграл столкновений. Поскольку масса электрона много

меньше массы атомов ($m \ll M$), форма $f(\mathbf{v})$ близка к сферически-симметричной. Это позволяет представить ее в виде

$$f(\mathbf{v}) = f_0(\mathbf{v}) + \cos\theta f_1(\mathbf{v}),$$

где θ — угол между направлениями скорости и поля. Симметричная часть функции распределения $f_0(\mathbf{v})$ в условиях термодинамического равновесия является максвелловской. Несимметричная часть функции распределения существенна для вычисления подвижности.

Подставляя разложение $f(\mathbf{v})$ в исходное кинетическое уравнение, получаем уравнение относительно $f_0(\mathbf{v})$:

$$-(e\mathbf{F}/m)\partial f_0/\partial \mathbf{v} = I_{\mathrm{c}}(f_1).$$

Интеграл столкновений $I_{\mathrm{c}}(f_1)$ легко записать, если учесть, что по направлению скорость электрона сильно меняется при каждом столкновении, и это направление после столкновения можно считать независящим от его скорости до столкновения. Тогда

$$I_{\mathrm{c}}(f_1) = -\nu(\mathbf{v})f_1(\mathbf{v}), \quad \nu(\mathbf{v}) = n_{\mathrm{a}} v q(\mathbf{v}),$$

где $q(\mathbf{v})$ — транспортное сечение рассеяния электронов на атоме; $\nu(\mathbf{v})$ — частота столкновений электрона с атомами.

В электрическом поле $\mathbf{F}$ электроны, находясь в тепловом хаотическом движении, дрейфуют навстречу этому полю. Скорость дрейфа

$$w = \int v\cos\theta f(\mathbf{v})\, d\mathbf{v} = \int v\cos^2\theta f_1(\mathbf{v})\, d\mathbf{v},$$

поскольку компонента f_0 вклада в w не дает. По определению, подвижность электронов $\mu = w/F$. Поэтому, подставив в выражение для w функцию $f_1(\mathbf{v})$ из кинетического уравнения, получим

$$\mu = -\frac{e}{m}\int \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}}\cos^2\theta \frac{\mathbf{v}\partial \mathbf{v}}{\nu(\mathbf{v})}.$$

Это выражение справедливо при выполнении ряда условий. Отметим некоторые из них. Газ атомов должен быть достаточно разрежен, чтобы было справедливо приближение парных столкновений, $n_{\mathrm{a}} q^{3/2} \ll 1$. Температура должна быть достаточно велика (тепловая длина волны электрона λ мала), чтобы можно было пренебречь интерференцией электронов при последовательных актах рассеяния, $n_{\mathrm{a}} q\lambda \ll 1$. Потенциальная энергия межэлектронного взаимодействия должна быть мала, т. е. электроны независимы друг от друга, $\gamma \ll 1$. Плазма должна быть невырождена, $\hbar^2 n_{\mathrm{e}}^{2/3}/mkT \ll 1$. Корреляцией между рассеивателями можно пренебречь, $n_{\mathrm{a}} b \ll 1$, $n_{\mathrm{a}} a/kT \ll 1$, где a и b — коэффициенты ван-дер-ваальсова уравнения состояния газа.

Более удобно перейти к интегрированию по энергии электронов $E = mv^2/2$ и сразу подставить максвелловскую функцию распределения f_0. Тогда получим формулу Лоренца для подвижности:

$$\mu = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{e}{m(kT)^{5/2}} \int_0^\infty \frac{E^{3/2}}{\nu(E)} \mathrm{e}^{-E/kT}\, dE, \tag{6.3}$$

где частота столкновений $\nu(E) = n_\mathrm{a} q(E)\sqrt{2E/m}$. Вводя средние значения частоты и сечения столкновения, можно записать, что

$$\mu = e/m\overline{\nu}, \quad \overline{\nu} = \left(3\sqrt{\pi}/4\right) n_\mathrm{a} \overline{q}(T)\sqrt{2kT/m}, \tag{6.4}$$

где

$$\frac{1}{\overline{q}(T)} = \frac{1}{(kT)^2} \int_0^\infty e^{-E/kT} \frac{E\, dE}{q(E)}.$$

Если зависимость транспортного сечения от энергии известна, то средние значения сечения $\overline{q}(T)$ можно легко вычислить. Большой выбор справочных данных по сечениям рассеяния электронов на атомах и молекулах приведен в [2]. В табл. 6.1 приведены сечения для атомов щелочных металлов.

Таблица 6.1. Усредненные транспортные сечения рассеяния электронов на атомах щелочных металлов $\bar{q}(T)$, $10^2 a_0^2$, [3]

Атом щелочного металла	T, 10^3 K							
	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
Li	16,5	14,4	12,6	11,1	9,91	8,93	8,11	7,46
Na	15,0	14,0	12,9	11,7	10,6	8,73	8,73	7,97
K	15,3	13,6	12,1	10,9	9,84	8,96	8,20	7,56
Cs	14,1	12,8	11,7	10,8	10,1	9,42	8,89	8,41
Атом щелочного металла	T, 10^3 K							
	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0
Li	6,88	6,41	5,99	5,63	5,32	5,05	4,80	4,59
Na	7,31	6,73	6,23	5,79	5,41	5,07	4,77	4,51
K	7,00	6,52	6,10	5,73	5,41	5,12	4,87	4,64
Cs	8,98	7,63	7,32	7,04	6,79	6,57	6,37	6,20

Численную оценку удельной электропроводности можно выполнить с помощью следующей формулы:

$$\sigma = 3{,}8 \cdot 10^2 \frac{n_\mathrm{e}}{n_\mathrm{a}} \frac{1}{\overline{q}\sqrt{T}} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}, \tag{6.5}$$

где среднее сечение $\overline{q} \approx 10^{-16}$ см^2; T — температура, К.

6.1.2. Проводимость частично ионизованной плазмы. Формула (6.4) хорошо описывает подвижность электронов, пока частота столкновений электронов с атомами ν не станет сопоставимой с частотой столкновения с ионами ν_i. Остановимся на особенностях, связанных с определением ν_i [4].

Сечение рассеяния теплового электрона на ионе, обладающем зарядом Z, определяется квадратом кулоновской амплитуды рассеяния $f = Ze^2/kT$, которую называют длиной Ландау. Величина $4\pi f^2 = 4\pi(Ze^2/kT)^2$ учитывает вклад в сечение лишь тех столкновений, которые приводят к рассеянию на большие углы. Специфика кулоновского дальнодействия состоит в преобладании рассеяния на малые углы, учитываемого «кулоновским логарифмом» $\ln\Lambda$. Величина Λ в классической плазме определяется отношением длины Дебая к длине Ландау. Таким образом, частота столкновений электрона, обладающего энергией E, с ионами дается выражением

$$\nu_\mathrm{i}(E) = 2\pi e^4 Z^2 E^{-3/2} (2m)^{-1/2} n_\mathrm{i} \ln\Lambda.$$

Выражение для удельной электропроводности полностью ионизованной плазмы легко записать, предполагая, что ионы являются неподвижными некоррелированными рассеивателями. Такая модель совпадает с моделью лоренцева газа (6.3). В результате усреднения по энергиям получаем

$$\nu_\mathrm{i} = \frac{\pi^{3/2}}{4\sqrt{2}} n_\mathrm{i} \sqrt{\frac{kT}{m}} \left(\frac{Ze^2}{kT}\right)^2 \ln\Lambda. \tag{6.6}$$

Для удельной электропроводности сильноионизованной плазмы, учитывая условие электронейтральности, $n_\mathrm{e} = Zn_\mathrm{i}$, имеем

$$\sigma = \frac{2(2kT)^{3/2}}{\pi^{3/2} Ze^2 m^{1/2}} \frac{1}{\ln\Lambda}, \quad \ln\Lambda = \ln\frac{3}{\Gamma}, \tag{6.7}$$

где $\Gamma = Ze^2/(r_\mathrm{D} kT)$; $r_\mathrm{D} = (4\pi e^2 n_\mathrm{e}/kT)^{-1/2}$ — электронный радиус Дебая.

Специфика кулоновского дальнодействия проявляется в сильном влиянии на электропроводность межэлектронных корреляций даже в пределах очень малых Γ. Для их учета в правую часть кинетического уравнения к интегралу электрон-ионных столкновений следует добавить интеграл электрон-электронных столкновений. Это уравнение было решено численно Спитцером и Хэрмом [4] и вычислены поправки

к лоренцевой формуле (6.7). Эти поправки даются множителем γ_E, зависящим от заряда иона Z:

Заряд иона Z	1	2	4	16	∞
Множитель γ_E	0,582	0,683	0,785	0,923	1,000

Межэлектронное взаимодействие уменьшает проводимость. При включении электрического поля первоначально сферически-симметричная функция распределения электронов вытягивается вдоль поля. Электрон–электронное взаимодействие, противодействуя этому, несколько симметризует распределение электронов в пространстве скоростей, что и приводит к уменьшению коэффициентов переноса. В пределе больших Z множитель γ_E стремится к единице, поскольку роль межэлектронных столкновений уменьшается.

Результирующая формула для удельной электропроводности обычно называется формулой Спитцера [4]:

$$\sigma_{\text{Sp}} = \gamma_E(Z)\frac{2(2kT)^{3/2}}{\pi^{3/2}Ze^2m^{1/2}\ln\Lambda}. \tag{6.8}$$

Для однократно заряженных ионов, $Z = 1$,

$$\sigma_{\text{Sp}} = 1{,}53\cdot 10^{-4}T^{3/2}(\ln\Lambda)^{-1}\ \text{Ом}^{-1}\cdot\ \text{см}^{-1}, \tag{6.9}$$

где T — температура в K. В классической идеальной плазме выражение (6.9) является асимптотически точным, при этом кулоновский логарифм должен быть велик, $\ln\Lambda \gg 1$.

При высоких температурах амплитуда кулоновского рассеяния Ze^2/kT становится сравнимой с собственным радиусом сложного иона. Тогда рассеяние на ионе становится некулоновским. Если ион достаточно тяжелый (например, ион ксенона), то его радиус велик, и при $kT \approx \text{Ry}$ некулоновские поправки существенны [5].

Плазму можно считать сильноионизованной, если электроны чаще сталкиваются с ионами, а не с атомами. Приравнивая частоты этих столкновений, получаем

$$qn_{\text{a}} = (\pi e^4/k^2T^2)n_{\text{e}}\ln\Lambda. \tag{6.10}$$

На рис. 6.1 ρ–T-диаграмма цезия разделена на ряд областей, в каждой из которых механизм переноса заряда различен. Формула (6.10) дает уравнение для кривой, разделяющей области VII и VI — области сильно- и слабоионизованной плазмы.

Удельная электропроводность плазмы в области промежуточных степеней ионизации вычисляется методом последовательных приближений Чепмена–Энскога. В первом приближении в выражении для подвижности усредняется сама частота $\nu(E)$, а не величина, обратная частоте, $\nu^{-1}(E)$. Поэтому для электрон–ионных столкновений вместо

лоренцевой частоты ν_{i} (6.6) появляется величина

$$\tilde{\nu}_{\mathrm{i}} = \frac{2\pi}{3} n_{\mathrm{i}} \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{1/2} \left(\frac{Ze^2}{kT}\right)^2 \ln\Lambda. \tag{6.11}$$

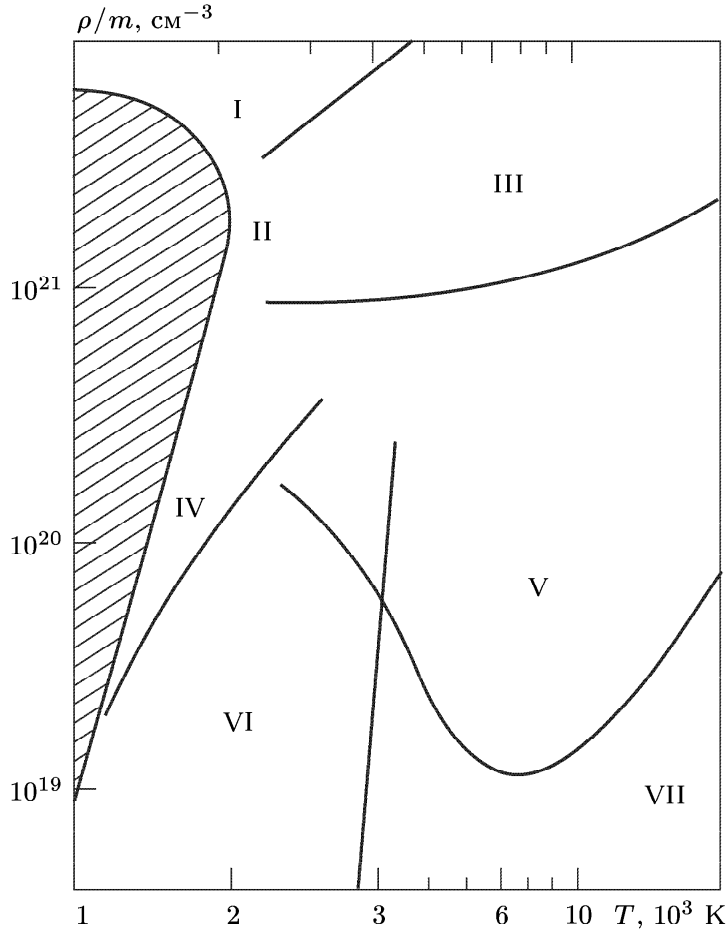


Рис. 6.1. ρ–T-диаграмма цезия [6]: I — жидкий металл; II — переход металл–диэлектрик; III — неидеальная полностью ионизованная плазма; IV — неидеальная плазма паров металлов (слабоионизованная плазма); V — слабонеидеальная сильноионизованная плазма; VI — слабонеидеальная плазма; VII — идеальная сильноионизованная плазма

Метод Чепмена–Энскога обладает плохой сходимостью, если сечение $q(E)$ немонотонно зависит от E. В связи с этим был предложен ряд интерполяционных формул, типа формулы Фроста:

$$\sigma = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{e^2 n_{\mathrm{e}}}{m(kT)^{5/2}} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) E^{3/2} [\nu(E) + \nu_{\mathrm{i}}(E)/\gamma_E]^{-1} dE. \tag{6.12}$$

Поясним структуру (6.12). Если бы межэлектронными взаимодействиями можно было пренебречь, то для определения времени пробега

электрона было бы достаточно просуммировать частоты столкновений с атомами и ионами, $\nu(E)+\nu_{\mathrm{i}}(E)$. Введение γ_E в формулу (6.12) делает ее точной в слабоионизованном и полностью ионизованном пределах и дает неплохую интерполяцию в промежуточной области. В идеальной плазме спитцеровские значения удельной электропроводности при заданной температуре являются максимальными:

$$\sigma(T) \leqslant \sigma_{\mathrm{Sp}}(T).$$

На рис. 6.2 представлены зависимости удельной электропроводности от температуры. При больших температурах все кривые $\sigma(T)$ выходят на спитцеровские значения. Они остаются близкими до тех значений температур, при которых начинается вторая ионизация. При низких температурах, когда плазма слабо ионизована, основное влияние на σ оказывает параметр I/kT, от которого зависит степень ионизации. Отсюда — высокие значения σ плазмы цезия и резкое повышение σ водородной плазмы при добавлении к ней цезиевой присадки.

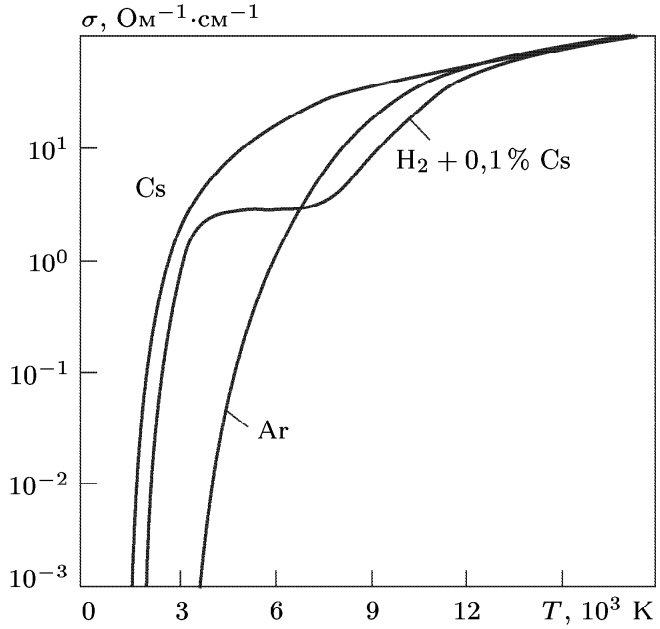


Рис. 6.2. Удельная электропроводность плазмы различного состава при давлении 10^5 Па

§ 6.2. Проводимость слабонеидеальной плазмы

В слабоионизованной плазме неидеальность вызывается взаимодействиями заряженных частиц с атомами. Неидеальность может оказывать влияние, как на концентрацию свободных электронов, так и на их подвижность. В § 4.3 обсуждалось влияние неидеальности на n_{e}. Оно определяется снижением потенциала ионизации и возникновением кластерных ионов. При этом в умеренно плотных парах первый

эффект еще мал ($\Delta I \ll kT$), однако учет молекулярных ионов заметно изменяет n_e. Эта область на рис. 6.1 обозначена цифрой VI.

Если подставить в (6.1) выражение (4.32) или (4.49) для n_e, то можно проследить, как появление кластерных ионов влияет на зависимость σ от плотности. При высоких T и низких n_a справедливо $n_e \sim \sqrt{n_a}$ (6.2), электропроводность уменьшается при увеличения плотности, $\sigma \sim n_a^{-1/2}$. При уменьшении T и при увеличении n_a появляются кластерные ионы. Если среди положительных ионов преобладает A_3^+, а среди отрицательных зарядов A^- (энергия связи A_2^- мала), то из (4.32) и (6.5) следует, что σ не зависит от n_a. Если бы превалировал ион A_4^+, то σ возрастала бы с ростом n_a, $\sigma \sim n_a^{1/2}$. Параметр неидеальности, обусловленный взаимодействием ионов с атомами,

$$\gamma_{ai} = n_3^+/n_2^+ = n_a K_4/K_3K_5.$$

Условие $\gamma_{ai} = 1$ определяет границу, разделяющую области V и VI на рис. 6.1. Если $\gamma_{ai} > 1$, то $n_3^+ > n_2^+$. Это означает, что следует ожидать появление A_4^+ и затем A_m^+, $m \gg 1$.

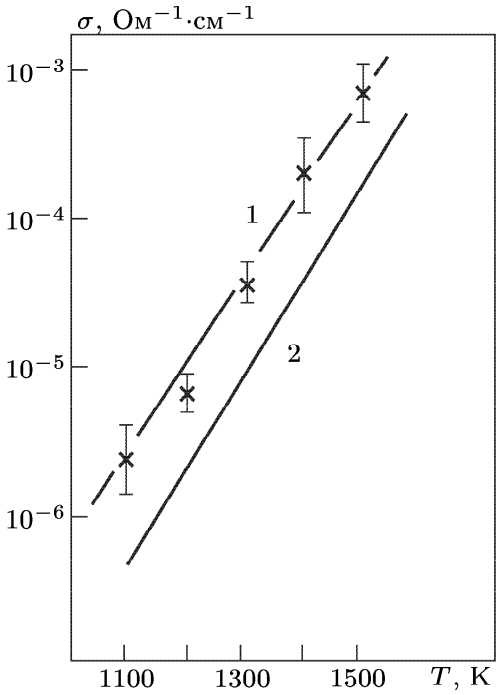


Рис. 6.3. Удельная электропроводность плазмы натрия при давлении $p = p_s$: точки — эксперимент [7]; расчетные кривые: 1 – восьмикомпонентный состав плазмы; 2 – трехкомпонентный

Первой экспериментальной работой, результаты которой указали на влияние ионных комплексов на σ, была работа [7]. Измерения в парах натрия были проведены при $p \approx 0{,}5p_s$, $T = 1200$–1500 K. Расчет, выполненный в [8] по методике, описанной в § 4.3, хорошо согласуется с экспериментом (рис. 6.3). На рис. 2.11 результаты аналогичных расчетов [3] сопоставлены с измеренными значениями удельной электропроводности плазмы цезия. Сравнение результатов вычислений и измерений говорит об их хорошем согласии.

На рис. 6.4 показаны изобары удельной электропроводности плазмы натрия и литияю. Результаты расчетов удельной электропроводности плазмы цезия затабулированы в табл. 6.2. Диапазон p и T, охваченный расчетами, при низких T и высоких p ограничен условием $\gamma_{ai} \leqslant 1$, а при высоких T условием $\ln\Lambda \geqslant 1$. Поэтому изобары $p > 1$ МПа отсутствуют. Действительно, уже при $p = 2$ МПа экспериментальная

изобара электропроводности цезиевого пара заметно хуже описывается аналогичными вычислениями. Речь идет о том отрезке изобары σ, представленной на рис. 2.9, который соответствует большим T. Удовлетворительное описание достигается (кривая 2 на рис. 2.9) лишь при учете плотностных поправок к подвижности электрона, которые обсуждаются ниже.

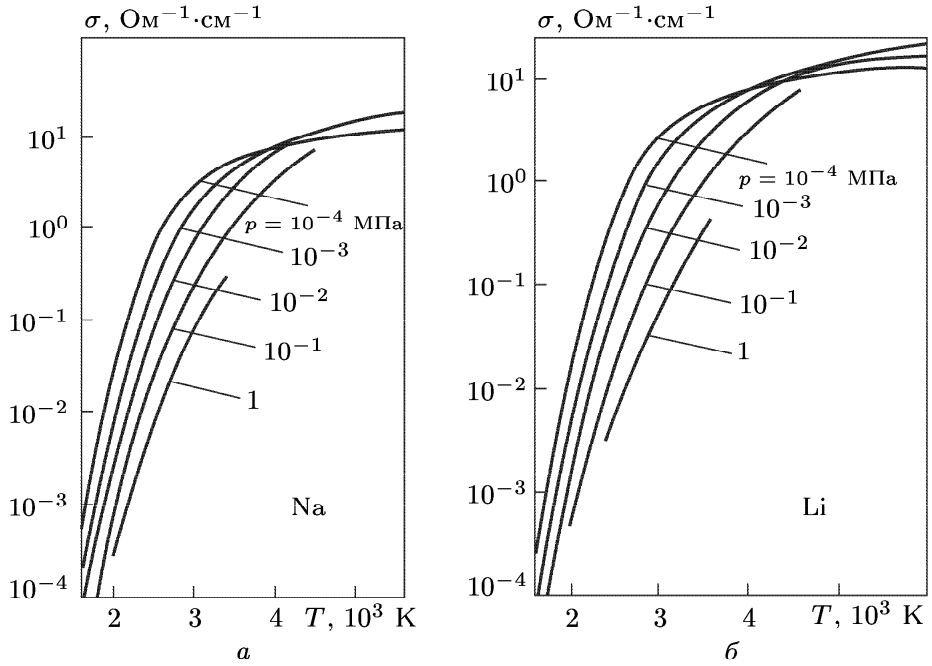


Рис. 6.4. Изобары удельной электропроводности натриевой ($а$) и литиевой ($б$) плазмы [8]

Как уже отмечалось, подвижность электрона дается формулой Лоренца (6.3), если радиус сил взаимодействия много меньше длины свободного пробега электрона. В сфере взаимодействия должно находиться мало частиц:

$$(4\pi/3)n_{\text{a}}q^{3/2} \ll 1. \tag{6.13}$$

При плотностях $n_{\text{a}} = 10^{20}$ см$^{-3}$ величина $(4\pi/3)n_{\text{a}}q^{3/2}$ в цезиевой плазме достигает значения, близкого к единице ($q = 300$–$400\pi a_0^2$) (см. табл. 6.1). В условиях, когда неравенство (6.13) нарушается, необходимо учитывать столкновения трех, четырех и большего числа частиц.

Это, однако, вовсе не означает, что в плазме паров металлов подвижность электрона μ с ростом плотности становится меньше подвижности μ_0, вычисленной при той же плотности по формуле Лоренца. Взаимодействие электрона с атомом не всегда можно описать, представив атом жесткой сферой радиусом $\sqrt{q}$. Если поляризуемость атома достаточно велика, то взаимодействие электрон–атом является в основном поляризационным. Указанием на это может служить

отрицательный знак длины рассеяния электрона на атоме. Плотные пары металлов относятся к сильнополяризуемым средам, увеличение их плотности может вызывать не уменьшение, а увеличение подвижности. Этот эффект хорошо известен в физике плотных газов и жидкостей. Таковы плотные инертные газы и их жидкости. Обсуждение этих эффектов можно найти в [9].

Таблица 6.2. Удельная электропроводность плазмы цезия, $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ [3]

T, К	p, МПа				
	1,0 (−4)	1,0 (−3)	1,0 (−2)	1,0 (−1)	1,0
1000	4,97 (−4)	1,57 (−4)	4,95 (−5)	—	—
1200	2,71 (−2)	8,56 (−3)	2,70 (−3)	8,42 (−4)	—
1400	4,84 (−1)	1,54 (−1)	4,87 (−2)	1,54 (−2)	—
1600	4,19	1,37	4,37 (−1)	1,40 (−1)	5,11 (−2)
1800	2,09 (+1)	7,38	2,43	7,89 (−1)	2,94 (−1)
2000	6,56 (+1)	2,71 (+1)	9,54	3,18	1,21 (−1)
2200	1,42 (+2)	7,23 (+1)	2,84 (+1)	9,89	3,83
2400	2,36 (+2)	1,49 (+2)	6,78 (+1)	2,53 (+1)	1,00
2600	3,32 (+2)	2,51 (+2)	1,35 (+2)	5,53 (+1)	—
2800	4,23 (+2)	3,67 (+2)	2,31 (+2)	1,06 (+2)	—
3000	5,09 (+2)	4,86 (+2)	3,53 (+2)	—	—
3200	5,87 (+2)	6,04 (+2)	4,92 (+2)	—	—
3400	6,58 (+2)	7,10 (+2)	6,42 (+2)	—	—
3600	7,20 (+2)	8,27 (+2)	7,98 (+2)	—	—
3800	7,75 (+2)	9,28 (+2)	9,56 (+2)	—	—
4000	8,27 (+2)	1,02 (+3)	1,11 (+3)	—	—
4200	8,74 (+2)	1,10 (+3)	1,26 (+3)	—	—
4400	9,21 (+2)	1,17 (+3)	—	—	—
4600	9,68 (+2)	1,24 (+3)	—	—	—
4800	1,02 (+3)	1,30 (+3)	—	—	—
5000	1,06 (+3)	1,36 (+3)	—	—	—

Примечание. В таблице использована сокращенная запись цифр, например 4,97 (−4) означает $4{,}97 \cdot 10^{-4}$.

В результате наложения потенциалов соседних и более удаленных частиц сглаживается суммарное поле рассеивателей. При описании этого явления существенны следующие соображения. Потенциал взаимодействия электрона с изолированным атомом можно представить в виде

$$V(r) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} L_{\text{c}} \delta(r) - \frac{\alpha e^2}{2\left(r^2 + r_{\text{a}}^2\right)^2}. \tag{6.14}$$

Здесь короткодействующая компонента записана в виде псевдопотенциала Ферми (1.15). Величина L_c — длина рассеяния электрона на коре потенциала $V(r)$. Поляризационная компонента (6.14) имеет правильную асимптотику, α — поляризуемость атома, r_a — радиус атома. Амплитуда рассеяния на потенциале (6.14) определяется выражением

$$f(\theta) = -L - \frac{\pi\alpha}{2a_0\lambda}\sin\frac{\theta}{2}, \quad L = L_c - \pi\alpha/(4a_0 r_a), \tag{6.15}$$

где $\lambda = \hbar(2mE)^{-1/2}$ — длина волны электрона с энергией E.

Выражение (6.15) справедливо для медленных электронов, пока выполняются следующие неравенства:

$$\lambda \gg L_c, \quad \lambda \gg r_a, \quad \lambda^2 \gg \alpha/a_0.$$

Двигаясь в плотной среде, электрон поляризует ее. Возникают внутренние поля, которые уменьшают электрон–атомное взаимодействие. Поляризационный эффект нетрудно учесть, введя диэлектрическую проницаемость $\varepsilon = 1 + (8\pi/3)\alpha n_a$ и заменяя потенциал (6.14) потенциалом взаимодействия электрона с атомом в среде:

$$V(r) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} L_c\delta(r) - \frac{\alpha e^2}{2\left(r^2 + r_a^2\right)^2 \varepsilon}.$$

Если $(8\pi/3)\alpha n_a \ll 1$, то длина рассеяния в среде [9]

$$L_m = L + 4\pi^2\alpha^2 n_a/(3a_0 r_a). \tag{6.16}$$

Отсюда следует, что если $L < 0$ (т. е. во взаимодействии электрона с атомом преобладает притяжение), то $|L_m| < |L|$. Иными словами, взаимодействие ослабевает с ростом плотности.

Атомы щелочных металлов обладают очень высокими поляризуемостями ($\alpha \sim 100a_0^3$). Можно, рассчитывая на качественный ответ, записать приближенную формулу для сечения рассеяния электрона на атоме в среде:

$$q_m(E) = q(E)(1-\xi)^2, \quad \xi = 4\pi^{5/2}\alpha^2 n_a \left(3a_0 r_a\sqrt{q(E)}\right)^{-1}, \tag{6.17}$$

где параметр ξ учитывает диэлектрическое экранирование поляризационного взаимодействия. В условиях эксперимента [10] параметр ξ составляет 0,2. В результате поправка к подвижности электрона $\mu/\mu_0 = (1-\xi)^2$ значительна.

Кроме поляризационного эффекта на подвижность электрона влияет еще целый ряд факторов. Обсудим некоторые из них. Интерференционный эффект [11] возникает тогда, когда дебройлевская длина волны электрона λ становится сопоставимой с длиной пробега электрона $(qn_a)^{-1}$. Тогда два последовательных акта рассеяния перекрываются. Возникшая поправка может быть интерпретирована как поправка,

увеличивающая частоту столкновений $\nu_{\text{эф}} = \nu(1 + 2\lambda q n_{\text{a}})$. В результате выражение для подвижности приобретает вид

$$\mu = \mu_0(1 - \pi^{1/2} n_{\text{a}} q \lambda).$$

Однако по мере роста температуры интерференционный эффект исчезает, поскольку уменьшается тепловая длина волны, $\lambda = \hbar(2mkT)^{-1/2}$.

Таким образом, относительная подвижность может с увеличением плотности как падать, так и возрастать. На рис. 6.5 собраны результаты измерений, выполненных в разных газах (библиографию см. в [12]). В поляризуемых газах $\mu/\mu_0 > 1$, в плохо поляризуемых газах $\mu/\mu_0 < 1$. Как следует из рис. 6.5, плотностные эффекты в подвижности для атомарных и молекулярных газов, для которых $q \approx 10^{-15}$ см^2, возникают при $n_{\text{a}} \approx 10^{21}$ см$^{-3}$. В плазме щелочных металлов заметные отклонения μ от μ_0 должны возникать при $n_{\text{a}} \geqslant 10^{19}$ см$^{-3}$.

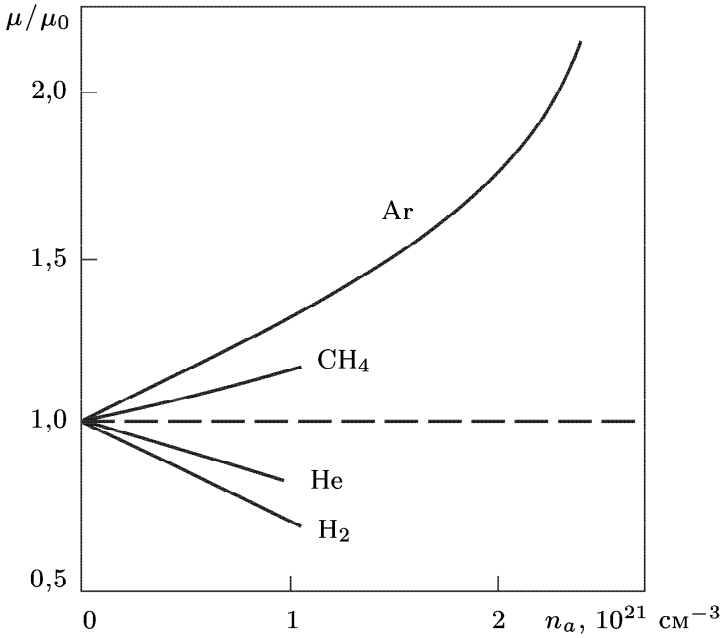


Рис. 6.5. Измеренные значения μ/μ_0 при $T = 300$ K в зависимости от концентрации [12]

Выше отмечалось, что значения удельной электропроводности, превышающие спитцеровские σ_{Sp}, в обычных условиях не могут быть достигнуты. Это обстоятельство является следствием аддитивности частот ν и ν_{i} в формуле для подвижности электрона $\mu = em^{-1}(\nu + \nu_{\text{i}})^{-1}$. Следует, однако, иметь в виду, что аддитивность ν и ν_{i} в плотной плазме может нарушаться. Для этого при прохождении длины Ландау e^2/kT электрон должен успеть много раз провзаимодействовать с атомами, т. е. должно выполняться неравенство $e^2 q n_{\text{a}}/kT \gg 1$.

В этих условиях столкновения электронов с ионами в первом приближении вообще не влияют на подвижность и ими можно пренебречь. Поэтому величина σ не ограничена в плотной среде спитцеровскими значениями.

Рассмотрим подвижность в среде коррелированных рассеивателей. В слабоионизованном газе на подвижность могут сильно влиять межатомные корреляции. Квадрат амплитуды рассеяния электрона в среде должен усредняться не по распределению хаотично расположенных атомов, а с учетом корреляции между ними. В результате выражение для усредненной частоты столкновений изменяется. Оно содержит в себе структурный фактор среды (см., например, [13]). Такая ситуация является типичной для жидких металлов и полупроводников.

Рассмотрим амплитуду рассеяния электрона $f(q)$ в поле $U(\mathbf{r}) = \sum\limits_j V(\mathbf{r} - \mathbf{R}_j)$, создаваемом атомами, расположенными в точках $\mathbf{R}_j$. В борновском приближении

$$f(q) = -(m/2\pi\hbar)^2 \int e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}}[U(\mathbf{r}) - \overline{U}]\, d\mathbf{r},$$

где $\mathbf{q}$ — передаваемый при столкновении импульс; $\overline{U}$ — среднее поле.

Вероятность рассеяния пропорциональна квадрату амплитуды f^2, усредненному по распределению рассеивателей:

$$\overline{f\,(q)^2} = \left(\frac{2\pi m}{\hbar^2}\right)^2 \left\{ V_q^2 \sum_i \sum_j \int \frac{d\mathbf{R}_1 \ldots d\mathbf{R}_N}{\Sigma\Omega^N} \times \right.$$

$$\left. \times \exp\left[-i\mathbf{q}\,(\mathbf{R}_j + \mathbf{R}_i) + \beta U_{\mathrm{a}}\right] - \delta^2\,(q)\left(n_{\mathrm{a}}\overline{V}\right)^2 \right\}. \quad (6.18)$$

Здесь V_q — фурье-компонента потенциала $V(r)$;

$$\overline{V} = \int V(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad U_{\mathrm{a}} = \frac{1}{2}\sum_{m,n} V_{\mathrm{a}}(\mathbf{R}_m - \mathbf{R}_n),$$

где V_{a} — потенциал межатомного взаимодействия; N — полное число атомов газа; $N = n_{\mathrm{a}}\Omega$; Ω — объем системы; $\Sigma = \Omega^{-N} \int d\mathbf{R}_1 \ldots d\mathbf{R}_N \exp(-\beta U_{\mathrm{a}})$ — статистическая сумма газа.

Слагаемое в фигурных скобках (6.18), соответствующее $i = j$, равно NV_q^2. Это обычный результат газокинетической теории. С учетом корреляции слагаемые, соответствующие $i \neq j$, приводят к появлению члена, пропорционального следующей степени плотности. Вводя парную функцию межатомной корреляции $g(r)$ и проводя преобразования в (6.18), средний квадрат амплитуды рассеяния в расчете на один атом

можно представить в виде

$$(n_{\mathrm{a}}\Omega)^{-1}\overline{f^2} = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2}\right)^2 V_q^2\left\{1 + n_{\mathrm{a}}\int \exp(-i\mathbf{qr})[g\,(\mathbf{r}) - 1]d\mathbf{r}\right\} = \\ = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2}\right)^2 V_q^2 S\,(q)\,.$$

Здесь $S(q)$ — структурный фактор среды; q — импульс, передаваемый при столкновении.

Итак, выражение для частоты столкновений имеет вид

$$\nu(v) = 2\pi n_{\mathrm{a}} v \int q(v,\theta)S(2v\sin(\theta/2))(1-\cos\theta)\sin\theta\, d\theta, \qquad (6.19)$$

где $q(v,\,\theta)$ — дифференциальное сечение рассеяния электрона на атоме. На рис. 2.22 показан структурный фактор рубидия. Видно, что он является немонотонной функцией q и термодинамических параметров среды. Поэтому влияние корреляции на подвижность может быть весьма различным. Подвижность может в одних условиях уменьшаться, а в других возрастать, по сравнению с подвижностью, вычисляемой в идеально-газовом приближении.

В [14] рассмотрена электрическая проводимость многокомпонентной плазмы. Вероятность рассеяния электрона усреднялась по многокомпонентной системе центров рассеяния. Результирующая частота столкновений имеет вид

$$\nu\,(v) = \sum_{a,b}\sqrt{n_a n_b}Q_{ab}v, \quad Q_{ab} = \int d\Omega\,(1-\cos\theta)f_a f_b^* S_{ab}, \qquad (6.20)$$

где $S_{ab}(q) = \delta_{ab} + \sqrt{n_a n_b}\int d\mathbf{r}e^{-i\mathbf{qr}}(g_{ab}-1)$; индексы a и b нумеруют сорта частиц; n_a и n_b — их концентрации; f_a и f_b — амплитуды рассеяния.

В дебай–хюккелевском приближении ион-ионный структурный фактор дается выражением (5.6). Формула (6.20) может быть использована для расчета удельной электропроводности плазмы, в которой присутствуют ионы различной кратности.

§ 6.3. Проводимость плотной слабоионизованной плазмы

6.3.1. Электронная плотность состояний. В гл. 4 были рассмотрены такие условия в плотных парах металлов, когда ионы оказываются в кластерах. Это существенно влияет на ионизационное равновесие.

Что же касается электронов, то они оставались свободными. Возможна, однако, и другая ситуация. Если плотность высока, а энергия притяжения электрона к атому достаточно велика, то флуктуации плотности среды могут образовать глубокие потенциальные ямы. Электрон захватывается в таких ямах на один из дискретных квантовых уровней и, переходя в область отрицательных энергий, стабилизирует эту флуктуацию плотности. Возникает электронный кластер, а поскольку он малоподвижен, говорят, что электрон локализуется.

Явление автолокализации электронов свойственно многим плотным неупорядоченным системам (см., например, [15–18]). Возможно также, что электроны локализуются в плотных парах ртути [12]. Распределение электронов по положительным и отрицательным энергиям определяется электронной плотностью состояний в плотной среде. Основной вопрос, который здесь возникает, состоит в следующем: электроны каких энергий обладают достаточно высокой подвижностью, чтобы считаться электронами проводимости. Этот вопрос является трудным для теории. Она допускает разработку только довольно грубых моделей. Плотность электронных состояний $\rho(E)$ определяет концентрацию электронов в данном интервале энергий:

$$n_{\mathrm{e}}(E) = \rho(E)\exp[\beta(\mu_{\mathrm{e}} - E)], \tag{6.21}$$

где μ_{e} — химический потенциал электронов. В идеальном газе

$$\rho^0(E) = 4\pi(2m)^{3/2}(2\pi\hbar)^{-3}\sqrt{E}, \quad E \geqslant 0; \quad \rho^0(E) = 0, \quad E < 0. \tag{6.22}$$

Хорошо известно, что в плотной среде $\rho(E)$ за счет флуктуации плотности атомов может качественно отличаться от $\rho^0(E)$. Во-первых, сдвигается граница непрерывного спектра на величину, равную среднему значению поля. Кроме того, возникает «хвост» плотности состояний $\rho(E)$, простирающийся в области ранее запрещенных отрицательных энергий (рис. 6.6). Электронные состояния далекого хвоста $\rho(E)$ могут быть локализованными в тяжелых кластерах. В то же время электроны, соответствующие небольшим по абсолютным значениям отрицательным энергиям, могут обладать значительной подвижностью.

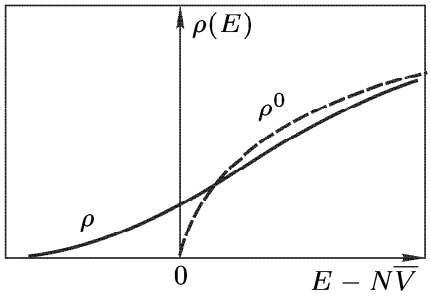


Рис. 6.6. Качественный вид $\rho(E)$ и $\rho^0(E)$

В настоящее время нельзя считать все возникающие вопросы решенными даже на качественном уровне. Особую сложность представляет учет квантовых эффектов. Значительно более простым является поведение классического электрона в плотной среде.

Плотность состояний классического электрона, находящегося в потенциальном поле $U(\mathbf{r})$, создаваемом рассеивателями, число которых равно N, определяется выражением

$$\rho(E) = \int \frac{d\mathbf{r}}{\Omega} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} \langle \delta[E - E(\mathbf{r}, \mathbf{p})] \rangle, \tag{6.23}$$

$$E(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathbf{p}^2/2m + U(\mathbf{r}); \quad U(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N} V(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i).$$

Здесь $\mathbf{r}$ и $\mathbf{p}$ — координата и импульс электрона; Ω — объем системы. Усреднение производится по всевозможным конфигурациям рассеивателей, для произвольной функции $Y(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \ldots, \mathbf{R}_N)$ среднее значение

$$\langle Y \rangle = \int Y \exp\left[-\beta \sum_{i,k} V_{\text{a}}(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_k)\right] \Omega^{-N} d\mathbf{R}_1 d\mathbf{R}_2 \ldots d\mathbf{R}_N, \tag{6.24}$$

где $V_{\text{a}}(\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_k)$ — энергия взаимодействия двух атомов.

Расчет $\rho(E)$ связан с конкретным видом потенциала $V(r)$. Общий и простой результат можно получить, учитывая лишь наиболее вероятные флуктуации поля U, описываемые гауссовым приближением. Выполнив в (6.23) интегрирование по импульсам,

$$\rho(E) = \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} \int \frac{d\mathbf{r}}{\Omega} \left\langle \sqrt{E - U(r)} \right\rangle, \tag{6.25}$$

усреднение по всем конфигурациям атомов (6.24) заменим усреднением по случайному распределению поля $P(U)$. Тогда

$$\rho(E) = (2m)^{3/2}(2\pi^2\hbar^3)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dU\, P(U) \sqrt{E - U}. \tag{6.26}$$

Обозначим через $n\overline{V}$ среднее значение поля $\langle U \rangle$, а через nW_0 — его дисперсию $n \int V^2(r) dr$ ($n = N/\Omega$ — концентрация рассеивателей). Для больших отрицательных энергий $(E - n\overline{V})^2 \gg nW_0$ получаем

$$\rho(E) = 2\pi \frac{2(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3} \frac{8nW_0}{(E - n\overline{V})^2} \sqrt{|E - n\overline{V}|} \exp\left[-\frac{(E - n\overline{V})^2}{8nW_0}\right]. \tag{6.27}$$

Следовательно, глубоко в хвосте $\rho(E)$ уменьшается экспоненциально. В районе перенормированного нуля энергии $\rho(E)$ конечна:

$$\rho(n\overline{V}) = 2\pi \frac{2(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3} \Gamma(3/4) \frac{(2nW_0)^{1/4}}{(2\pi)^{1/2}}. \tag{6.28}$$

При больших положительных энергиях $\rho(E)$ приобретает обычную корневую зависимость, но со сдвигом энергии: $\rho(E) = \rho^0(E - n\overline{V})$.

Такой вид $\rho(E)$ характерен для сильнонеидеальных неупорядоченных систем.

Следует сказать, что формула (6.27) не может правильно описать хвост $\rho(E)$, если глубина потенциала электрон–атом сопоставима с температурой или превышает ее. В этих случаях хвост $\rho(E)$ формируется маловероятными, но большими флуктуациями плотности, на которые сильное воздействие могут оказывать межатомные взаимодействия. Отталкивание ограничивает хвост $\rho(E)$ со стороны больших отрицательных энергий.

Плотность состояний классического электрона в поле потенциальных рассеивателей исследовалась в [19, 20] методами молекулярной динамики. Классической является лишь поляризационная компонента взаимодействия. В качестве потенциала $V(r)$ выбирался притягивающий потенциал с поляризационной асимптотикой, глубиной равной g и жесткой сердцевиной с радиусом δ. Для того, чтобы промоделировать плотные пары ртути, параметр g был выбран равным 0,18 эВ (отрицательный ион ртути не существует, и поэтому потенциал не может быть глубоким). Величина $\delta = 3{,}3a_0$ — газокинетический радиус атома ртути.

На рис. 6.7 представлены результаты вычислений $\rho(\varepsilon)$ в зависимости от относительной энергии электрона $\varepsilon = E/g$ для различных плотностей атомов. Зависимости $\rho(\varepsilon)$ построены как при учете межатомной корреляции, так и в пренебрежении ею. Предполагалось, что рассеиватели взаимодействуют как твердые шары радиусом δ. Межатомное отталкивание ограничивает хвост $\rho(\varepsilon)$.

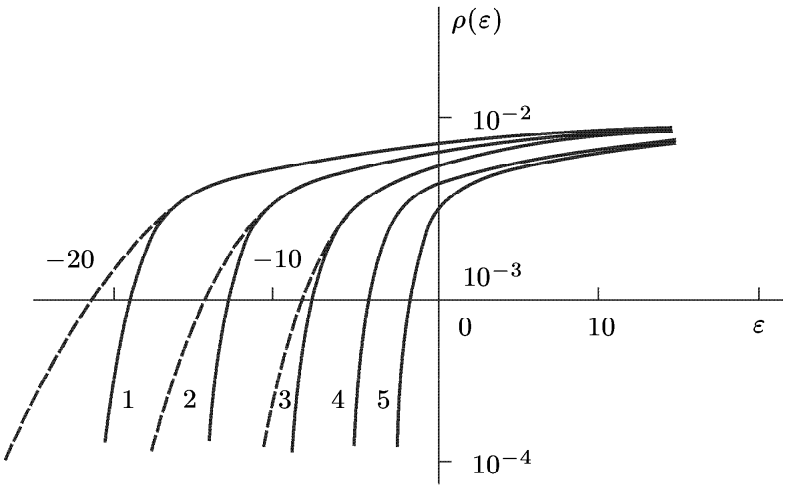


Рис. 6.7. Плотность электронных состояний $\rho(\varepsilon)$ как функция относительной энергии электронов ε для коррелированных (сплошные кривые) и некоррелированных (штриховые) рассеивателей [19]: 1 — $n_a = 1{,}33 \cdot 10^{22}$ см$^{-3}$; 2 — $n_a = 8{,}3 \cdot 10^{21}$ см$^{-3}$; 3 — $n_a = 4{,}8 \cdot 10^{21}$ см$^{-3}$; 4 — $n_a = 2{,}4 \cdot 10^{21}$ см$^{-3}$; 5 — $n_a = 1{,}05 \cdot 10^{21}$ см$^{-3}$

6.3.2. Подвижность электрона и удельная электропроводность. Теория линейного отклика позволяет записать исходные выражения. Пока справедлива линейная связь между током и полем (закон Ома), удельная электропроводность выражается через корреляционную функцию токов. Если пренебречь квантовыми эффектами, то

$$\sigma_{\mu\nu}(\omega) = n_e e^2 \beta \int \langle v_\nu(0) v_\mu(t) \rangle e^{-iwt-\delta t}\, dt, \quad \delta = +0. \tag{6.29}$$

Здесь n_e — концентрация носителей тока; ω — частота внешнего поля; $\langle v_\nu(0) v_\mu(t) \rangle$ — автокоррелятор скоростей электрона. Усреднение проводится по распределению электронов по скоростям и расположению рассеивателей:

$$\langle \ldots \rangle = A \int d\mathbf{v} e^{-\beta m v^2/2} \int d\mathbf{R}_1 \ldots d\mathbf{R}_N \Omega^{-N} \exp(-\beta V_a) \cdot (\ldots),$$

где A — нормировочная константа усреднения. Выражение для коэффициента статической электропроводности $\sigma \equiv \sigma_{xx}\ (0)$ можно переписать в виде

$$\sigma = (e^2/m) \int_{-\infty}^{\infty} n_e(E) \tau(E)\, dE. \tag{6.30}$$

Здесь $\tau(E)$ — время автокорреляции скорости электрона с заданной энергией E (в среде массивных рассеивателей энергию электрона можно считать постоянной):

$$\tau(E) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_E(t)\, dt, \quad \theta_E(t) = \langle v_x(0) v_x(t) \rangle / \langle v_x(0)^2 \rangle, \tag{6.31}$$

где $\varphi_E(t)$ — автокорреляционная функция скорости электрона; v_x — компонента скорости в направлении электрического поля.

В разреженном газе $\tau(E)$ обратно пропорционально длине свободного пробега между двумя последовательными столкновениями, а область интегрирования ограничена положительными энергиями. Поэтому (6.30) переходит в формулу Лоренца. Идеально-газовое приближение справедливо лишь для очень быстрых электронов. В плотной системе вклад в σ электронов различных интервалов энергии существенно различен. Обсудим его, следуя работе [22].

Большинство электронов проводимости, если $\beta(n_a W_0)^{1/2} \geqslant 1$, не являются свободными, даже если их энергия положительна. Они постоянно находятся в поле рассеивателей. Это поле представляет собой чередование «ям» и «холмов» с наиболее вероятными глубинами (высотами), близкими к $(n_a W_0)^{1/2}$, и пространственными размерами

порядка l. Значение l соответствует длине корреляции поля рассеивателей, оно близко к радиусу действия потенциала $V(r)$. Поэтому медленные электроны с $E < (n_a W_0)^{1/2}$ движутся со скоростями $v \approx (n_a W_0)^{1/4} m^{-1/2}$, которые превышают тепловые скорости. Электроны рассеиваются на флуктуациях плотности. По-видимому, τ близко к времени пробега длины корреляции поля, т. е. к l/v.

Электроны хвоста $\rho(E)$ не дают вклада в статическую проводимость. Однако электроны с отрицательными энергиями, $|E| < (n_a W_0)^{1/2}$, могут являться электронами проводимости. Дело в том, что флуктуации поля приводят к появлению «каналов протекания». Вероятность образования каналов протекания, пронизывающих весь макроскопический объем среды, является резкой, практически ступенчатой функцией энергии (см., например, [17]). Минимальная энергия, начиная с которой электроны дают вклад в проводимость, носит название энергии протекания $E_п$. Определим $E_п$ для классической частицы, находящейся в произвольном рельефе $U(r)$. Она равна такому минимальному значению энергии, при котором еще можно найти область пространства, где $U(r) < E_п$, и которая пронизывает весь объем плазмы.

Численное моделирование показывает, что $E_п \approx -0{,}3(n_a W_0)^{1/2}$. Следовательно, наряду с электронами положительных энергий, электроны с небольшими отрицательными энергиями, $E > E_п$, также являются электронами проводимости. Если $\beta(n_a W_0)^{1/2} \gg 1$, то именно электроны в районе энергии протекания дают основной вклад в σ.

Наиболее детальная информация о динамике электрона содержится в корреляционной функции $\varphi_E(t)$. Лишь для быстрых электронов $\varphi_E(t) = \exp(-t/\tau)$, где $\tau = \nu^{-1}$, ν — частота последовательных столкновений электрона с атомами. Коррелятор $\varphi_E(t)$ для малых положительных энергий является небольцмановским, уменьшаясь не экспоненциально, а по гауссову закону $\varphi_E(t) = \exp(-t^2/\tau^2)$, где $\tau = l/v$. Наконец, коррелятор локализованных электронов осциллирует $\varphi_E(t) = \cos\omega_0 t$, где ω_0 — собственная частота колебаний электрона в потенциальной яме кластера. Это дает время автокорреляции τ, близкое к нулю.

Особенности поведения автокоррелятора скорости при различных значениях относительной энергии ε, отсчитываемой от уровня среднего поля и измеряемой в единицах глубины потенциала g, хорошо прослеживаются на рис. 6.8 из [19]. При положительных энергиях электрон является свободным и $\varphi_\varepsilon(t')$ монотонно затухает (t' — обезразмеренное время). С уменьшением энергии возникает минимум $\varphi_\varepsilon(t')$, в котором электрон является как бы локализованным до тех пор, пока не найдет проход (канал протекания) в поле сложной конфигурации. При этом время автокорреляции $\tau(\varepsilon)$ все еще существенно отлично от нуля. При дальнейшем уменьшении энергии электрон локализуется.

На рис. 6.9 представлен коэффициент диффузии электронов в той же среде, $D = \int\limits_0^\infty \langle v_x(0) v_x(t) \rangle_\varepsilon \, dt$. Эта величина обращается в нуль на пороге протекания.

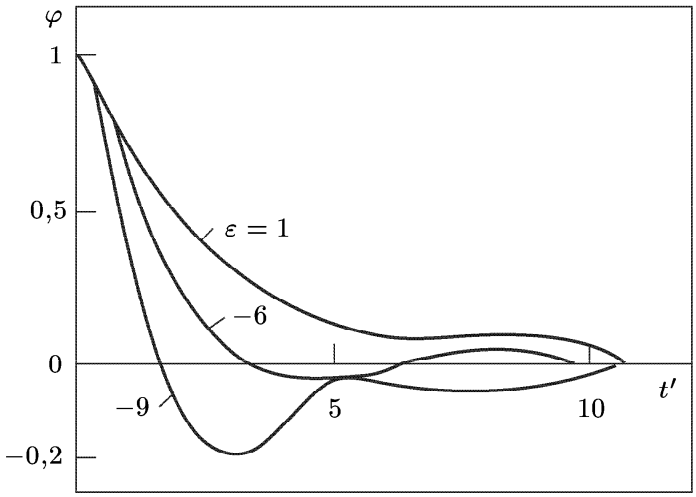


Рис. 6.8. Автокорреляционная функция скорости электрона в зависимости от безразмерного времени t' для нескольких значений относительной энергии ε [19], $n_\text{a} = 4{,}8 \cdot 10^{21}$ см$^{-3}$

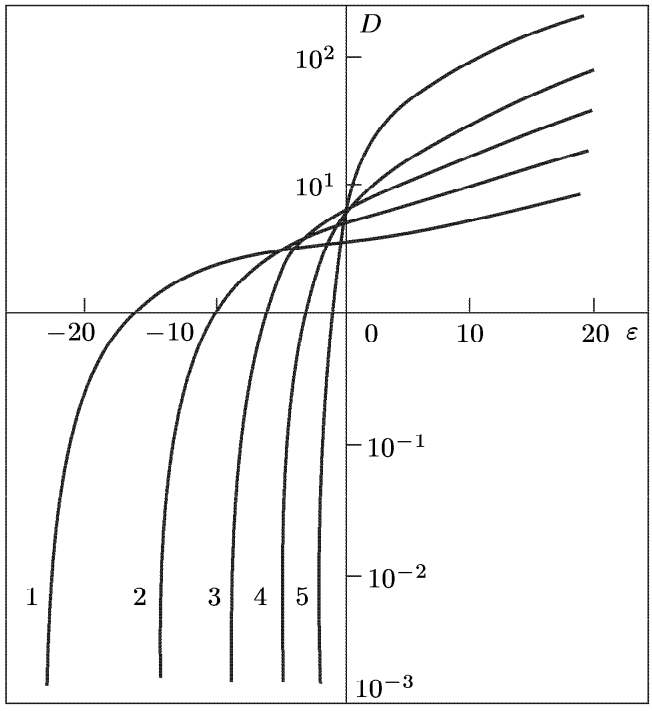


Рис. 6.9. Коэффициент диффузии электронов $D(\varepsilon)$ [19]. Обозначения те же, что на рис. 6.8, $n_\text{a} = 4{,}8 \cdot 10^{21}$ см$^{-3}$

Получив $\rho(E)$ и $D(E)$, авторы [20] по формуле (6.30) вычислили удельную электропроводность ртутной плазмы в широком интервале температур и плотностей (рис. 6.10). Имеет место хорошее описание эксперимента и соответствие с качественными представлениями о начальном этапе перехода металл–диэлектрик.

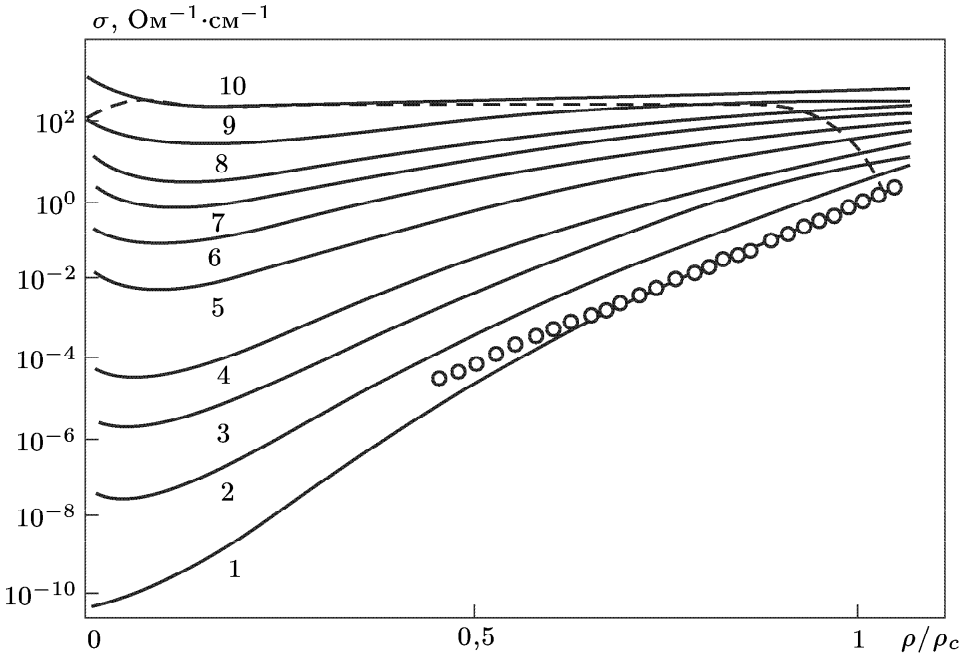


Рис. 6.10. Изотермы удельной электропроводности ртутной плазмы [19]: точки — измерения [22]; кривые — расчет (1 — $T = 1823$ K; 2 — $T = 2200$ K; 3 — $T = 2600$ K; 4 — $T = 3000$ K; 5 — $T = 4000$ K; 6 — $T = 5000$ K; 7 — $T = 6000$ K; 8 — $T = 7000$ K; 9 — $T = 10\,000$ K; 10 — $T = 15\,000$ K); штриховая линия ограничивает область, в которой степень ионизации меньше 0,1

§ 6.4. Термоэлектрический коэффициент

При наличии градиента температуры закон Ома приобретает вид

$$\mathbf{F} + (1/e)\nabla\mu = (1/\sigma)\mathbf{j} + S\nabla T. \tag{6.32}$$

Левая часть содержит $\nabla\mu$ — градиент химического потенциала электронов. В правой части появляется термоэлектрический коэффициент S.

В лоренцевом газе вычисление термоэдс проводится аналогично вычислению удельной электропроводности (см. § 6.1) [1]. Функция распределения $f = f_0 + \delta f$, $f_0 = \exp[(\mu - E)/kT]$, $E = mv^2/2$ — энергия электрона, δf — малая поправка, линейная по полю и градиентам химического потенциала и температуры. Исходя из кинетического уравнения

$$-\frac{e\mathbf{F}}{m}\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} + \mathbf{v}\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{r}} = -\nu(v)\,\delta f,$$

для δf получаем

$$\delta f = -\frac{f_0}{kT\nu}\mathbf{v}\left(e\mathbf{F} + \nabla\mu - \frac{\mu - E}{T}\nabla T\right).$$

При $e\mathbf{F} + \nabla\mu = 0$ термоэдс определяет собой ток

$$\mathbf{j}/\sigma = -S\nabla T = -e\int \mathbf{v}\delta f\, d\mathbf{v}.$$

Окончательно для термоэлектрического коэффициента получаем

$$S = \frac{1}{eT}\left\{\mu - \int\limits_0^\infty \frac{E^{5/2}dE}{\nu(E)}e^{-\beta E}\left[\int\limits_0^\infty \frac{E^{3/2}\,dE}{\nu(E)}e^{-\beta E}\right]^{-1}\right\}. \tag{6.33}$$

В слабоионизованной плазме в условиях, когда $I \gg kT$, термоэдс определяется в основном зависимостью степени ионизации от температуры. Поскольку $\mu \approx kT\ln(n_e\lambda^3)$, то, учитывая формулу Саха (4.5), получаем

$$S = \frac{1}{eT}\left\{-\frac{I}{2} + \frac{kT}{2}\ln(n_a\lambda^3) - \text{const}\, T\right\} \approx -\frac{I}{2eT}. \tag{6.34}$$

Таким образом, в лоренцевом приближении имеется соотношение между удельной электропроводностью и термоэдс:

$$S = -\frac{kT}{e}\frac{d\ln\sigma}{dT}.$$

Это выражение аналогично известному соотношению Займана [23] для жидких металлов:

$$S = \frac{\pi^2}{3e}\frac{k^2T}{E_F}\left[\frac{d\ln\sigma}{d\ln E}\right]_{E=E_F}, \tag{6.35}$$

где E_F — энергия Ферми.

В сильноионизованной плазме $\nu \sim E^{-3/2}$, и из (6.33) следует, что

$$S = \frac{k}{e}\left(\frac{\mu}{kT} - 4\right). \tag{6.36}$$

Это выражение справедливо лишь, если $Z \gg 1$. При малых Z межэлектронные столкновения влияют на термоэдс и на удельную электропроводность. Обсуждение этого вопроса можно найти в [24].

На рис. 6.11 представлены результаты расчета термоэдс цезия на изобарах [25]. Методика расчета близка к той, которая была развита специалистами из Ростока для расчета удельной электропроводности (см. § 7.3). Также здесь показан ход асимптотик для полностью ионизованной (6.36) и слабоионизованной плазмы (6.34). Эти асимптотики неплохо коррелируют с результатами численного расчета. Заметим, что расчетом охвачена область $T \leqslant 3000$ K, в которой влияние неидеальности еще невелико. При меньших температурах (в районе 2000 K)

происходит резкое увеличение S (по абсолютной величине), вызванное переходом диэлектрик–металл (рис. 4.2).

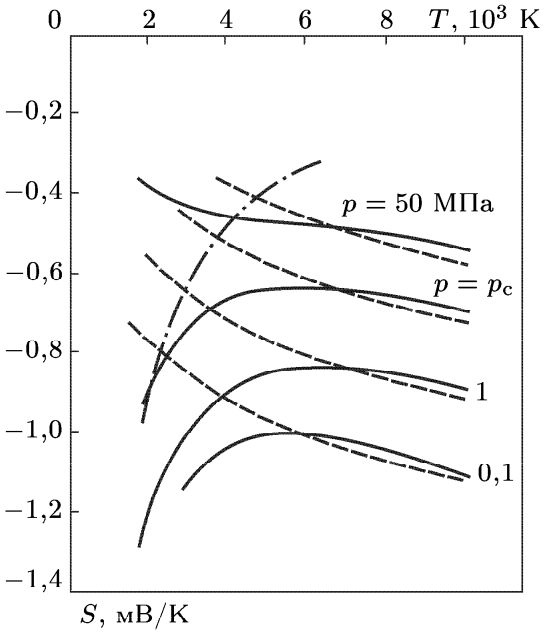


Рис. 6.11. Изобары термоэдс цезия [25]: сплошные кривые — изобары частично ионизованной плазмы; штриховые — асимптотики (6.36); штрих-пунктир — асимптотика (6.34)

Перейдем к обсуждению термоэдс неидеальной плазмы. В слабонеидеальной плазме следует использовать уравнение ионизационного равновесия, содержащее вместо потенциала ионизации I величину $(I - \Delta I)$ и учитывающее наличие в составе плазмы сложных ионов (4.32). Тогда считая, например, что на докритических изобарах паров металлов ионизационное равновесие определяется в основном ионами A_3^+, A^-, получаем

$$S = [-I - (E_3 + E_5 - E_2)]/(2eT), \tag{6.37}$$

где использованы обозначения табл. 4.9. На рис. 4.2 приведены зависимости (6.36) и (6.37).

Как обсуждалось в § 4.2, на закритических изобарах влияние неидеальности проявляется не в изменении состава заряженных компонентов плазмы, а в снижении потенциала ионизации. Тогда, воспользовавшись формулой (4.9), получим

$$S = -(I - \Delta I)/2eT = [-I + kT(n_a/n_a^*)]/2eT. \tag{6.38}$$

Отсюда следует, что величина $S(T)$ должна иметь минимум на изобарах. Действительно, при малых температурах при нагреве $|S|$ возрастает, так как уменьшается ΔI. Однако при больших температурах $|S|$ уменьшается обратно пропорционально T. Существование

минимума S было предсказано в [26]:

$$S_{\min} \approx -1\text{мВ/К}.$$

Формулу (6.34) можно переписать в виде

$$S = -\Delta E/(2eT), \tag{6.39}$$

где $\Delta E = -2d\ln\sigma/d\beta$, ΔE — температурный коэффициент проводимости. Величину ΔE называют иногда «транспортной энергетической щелью». В [27] было показано, что формула (6.35) применима, даже если взаимодействие электронов с неупорядоченными рассеивателями становится очень сильным. Использование формул (6.35), (6.39) позволяет получить S, если σ известна. На рис. 6.12 это было сделано для цезия. При низких температурах термоэдс жидкого цезия пропорциональна температуре $S \sim -T/eE_{\text{F}}$, поскольку $d\ln\sigma/d\ln E_{\text{F}}$ от температуры практически не зависит [1]. При высоких температурах термоэдс слабоионизованной плазмы в соответствии с (6.34) обратно пропорциональна T. Промежуточная область, в которой термоэдс резко изменяется, соответствует переходу металл–диэлектрик.

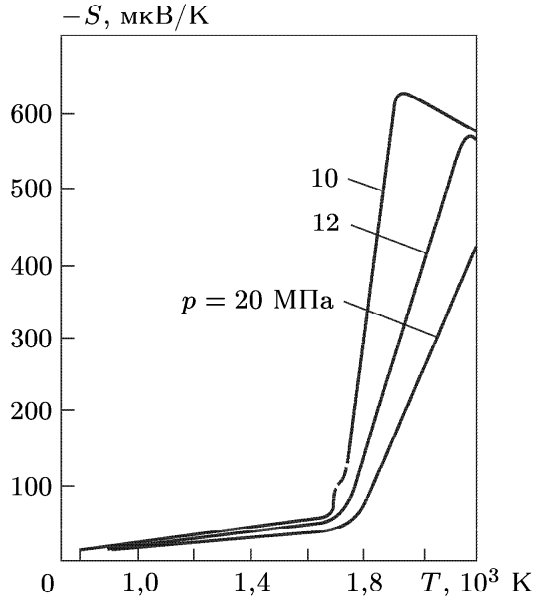


Рис. 6.12. Изобары термоэдс цезия, рассчитанные в [26]

Описанная картина соответствует результатам измерений, представленных на рис. 4.2. Докритические изобары (2 и 6 МПа) изображены на этом рисунке в соответствии с теорией перехода металл-диэлектрик, обсуждавшейся в § 4.5 [28].

Методом молекулярной динамики термоэдс слабоионизованной плазмы вычислялась в [29]. Исходное выражение,

$$S=(cT)^{-1}\left\{\mu-\int\limits_{-\infty}^{\infty}\rho(E)\tau(E)Ec^{-\beta E}\,dE\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty}\rho(E)\tau(E)c^{-\beta E}\,dE\right]^{-1}\right\},$$

позволяет вычислить термоэдс, если известны плотность электронных состояний $\rho(E)$ и время автокорреляции $\tau(E)$. На рис. 6.13 представлены закритические изобары термоэдс ртути, полученные с помощью $\rho(E)$ и $\tau(E)$, использованных ранее для расчета электропроводности (см. § 6.3). Имеется хорошее согласие с экспериментальными данными [30, 31].

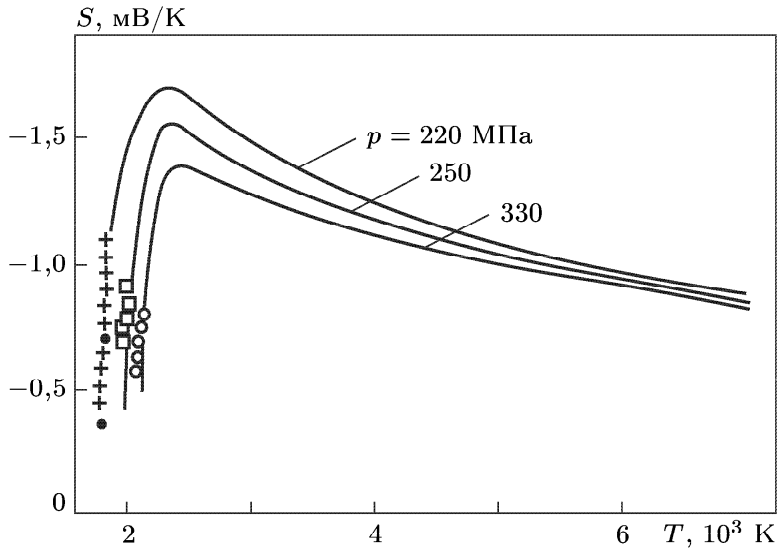


Рис. 6.13. Изобары термоэдс ртути [29]: кривые — расчет; точки — эксперимент: • — [31]; +, □, ○ — [30]

Термоэдс, как известно, является величиной весьма чувствительной к небольшим изменениям состояния вещества. Поэтому в окрестности критической точки (при $\rho \approx \rho_c$) значение термоэдс может претерпевать сильные изменения. Такие изменения были зафиксированы в [32] на изобаре ртути 170 МПа.

Отметим, что многие интересные вопросы, связанные с поведением термоэдс в области перехода металл–диэлектрик, остаются по сути дела не выясненными.

Литература

1. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. — М.: Наука, 1979.
2. *Kieffer L.J.* // Atom. Data. 1971. Vol. 2, N 4. P. 293–330.
3. *Гоголева В.В., Зицерман В.Ю., Полищук А.Я., Якубов И.Т.* // ТВТ. 1984. Т. 22, № 2. С. 208–215.
4. *Спитцер Л.* Физика полностью ионизованной плазмы: Пер. с англ. — М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
5. *Подлубный Л.И., Ростовский В.С.* // Физика плазмы. 1980. Т. 6, № 6. С. 1339–1350.
6. *Alekseev V.A., Iakubov I.T.* Handbook on Thermodynamic and Transport Properties of Alkali Metals / Ed. Ohse R.W. — Oxford: Blackwell Sci. Publ., 1986. Ch. 7.1. P. 703–734.
7. *Morrow R., Grags J.D.* // J. Phys. D. 1973. Vol. 6, N 10. P. 1274–1282.
8. *Храпак А.Г.* // ТВТ. 1979. Т. 17, № 6. С. 1147–1152.
9. *Атражев В. М., Якубов И.Т.* // ТВТ. 1980. Т. 18, № 6. С. 1292–1311.
10. *Alekseev V.A., Vedenov A.A., Ovcharenko V.G. et. al.* // High Temp.–High Press. 1975. Vol. 7. P. 677–680.
11. *Iakubov I.T., Polishchuk A.Ya.* // J. Phys. B. 1982. Vol. 15, N 21. P. 4029–4041.
12. *Храпак А.Г., Якубов И.Т.* Электроны в плотных газах и плазме. — М.: Наука, 1981.
13. *Киржниц Д.А., Лозовик Ю.Е., Шпатаковская Г.В.* // УФН. 1975. Т. 117, № 1. С. 3–47.
14. *Подлубный Л.И., Ростовский В.С., Филинов В.С.* // ТВТ. 1988. Т. 26, № 2. С. 218–225.
15. *Лифшиц И.М.* // УФН. 1964. Т. 83, № 4. С. 617–664.
16. *Займан Дж.* Модели беспорядка: Пер. с англ. — М.: Мир, 1982.
17. *Шкловский Б.И., Эфрос А.Л.* Электронные свойства легированных полупроводников. — М.: Наука, 1979.
18. *Hernandez J.* // Rev. Mod. Phys. 1991. Vol. 63, № 3. P. 645–697.
19. *Лагарьков А.Н., Сарычев А.К.* // ЖЭТФ. 1975. Т. 68, № 2. С. 641–648.
20. *Лагарьков А.Н., Сарычев А.К.* // ТВТ. 1979. Т. 16, № 5. С. 903–913.
21. *Храпак А.Г., Якубов И.Т.* // ТВТ. 1971. Т. 9, № 6. С. 1139–1150.
22. *Hensel F., Frank E.U.* // Rev. Mod. Phys. 1968. Vol. 44, № 4. P. 697–703.
23. *Мотт Н., Дэвис Э.* Электронные процессы в некристаллических веществах: Пер. с англ. — М.: Мир, 1974.

24. *Kraeft W.D.*, *Kremp D.*, *Ebeling W.*, *Röpke G.* Quantum statistics of charged particle systems. — Berlin: Akad. Verlag, 1985.

25. *Redmer R.*, *Reinholz H.*, *Röpke G.* Private comm. 1990.

26. *Алексеев В.А.*, *Веденов А.А.*, *Красицкая Л.С. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 12, № 11. С. 501–504.

27. *Bolshov L.A.*, *Starostin A.N.* // Proc. 10^{th} Intern. Conf. Phenom. Ionized Gases. — Oxford: Contrib. Papers, 1971. P. 268–271.

28. *Iakubov I.T.*, *Likalter A.A.* // Contr. Plasma Phys. 1987. Vol. 27, № 6. P. 479–490.

29. *Лагарьков А.Н.*, *Сарычев А.К.* // ТВТ. 1979. Т. 17, № 2. С. 429–431.

30. *Алексеев В.А.*, *Овчаренко В.Г.*, *Рыжков Ю.Ф.* // УФН. 1976. Т. 120, № 4. С. 699–702.

31. *Schmutsler R.*, *Hensel F.* // Berich. Bunsenges. Phys. Chem. 1973. Bd. 76, № 6. S. 531–535.

32. *Neale F.E.*, *Cusack N.E.* // J. Phys. F. 1979. Vol. 9, № 1. P. 85–94.

Глава 7. ПРОВОДИМОСТЬ ПОЛНОСТЬЮ ИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЫ

§ 7.1. Кинетические уравнения и результаты асимптотических теорий

Следуя обзору [1], кратко остановимся на основных подходах к расчету кинетических коэффициентов слабонеидеальной плазмы. Отправным моментом кинетической теории является уравнение Лиувилля для N-частичной функции распределения, описывающей эволюцию ансамбля N-частиц, подчиняющихся уравнениям Гамильтона. Интегрирование по координатам и импульсам частиц приводит к цепочке уравнений Боголюбова, Борна, Грина, Кирквуда, Ивона (ББГКИ).

Цепочка уравнений ББГКИ представляет собой систему интегродифференциальных уравнений для s-частичных функций распределения, каждое из которых содержит в правой части функцию более высокого $(s+1)$-го порядка. Для расцепления этой цепочки используется приближение, в котором пренебрегаются тройные корреляции, и, кроме того, учитывается поляризация плазмы, отражающая факт взаимодействия заряда с большим числом соседей. Это приводит к кинетическому уравнению для функции распределения [2, 3]:

$$\frac{\partial f_1(\mathbf{p}_1)}{\partial t} = -\frac{\partial I(\mathbf{p}_1)}{\partial \mathbf{p}_1},$$

$$I(\mathbf{p}_1) = \pi \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{V^2(k) k^2 \delta(\mathbf{k}\mathbf{v}_1 - \omega)\delta(\mathbf{k}\mathbf{v}_2 - \omega)}{|\varepsilon(k,\omega)|^2} \times$$

$$\times \left[f(\mathbf{v}_2) \frac{\partial f(\mathbf{v}_1)}{\partial \mathbf{v}_1} - f(\mathbf{v}_1) \frac{\partial f(\mathbf{v}_2)}{\partial \mathbf{v}_2} \right] \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}. \quad (7.1)$$

Диэлектрическая проницаемость имеет следующий вид:

$$\varepsilon(k,\omega) = 1 + \sum_a \frac{4\pi e_a^2}{k^2} \int \frac{d\mathbf{p}_a}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_a + i\delta} \mathbf{k} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}_a}, \quad (7.2)$$

где $\delta = +0$; $V(k) = 4\pi e^2/k^2$ — кулоновский потенциал в фурье-представлении. Для быстрых ($\omega \gg \omega_{\mathrm{pe}} = \sqrt{4\pi e^2 n_{\mathrm{e}}/m}$) процессов $\varepsilon(\omega, k) = 1$. В этих условиях экранирование не успевает установиться, и интеграл столкновений имеет вид, предложенный Ландау. Это выражение расходится на больших и малых межчастичных расстояниях.

Для медленных процессов ($\omega \ll \omega_{\mathrm{pe}}$) осуществляется статическое экранирование $\varepsilon(0,k) = 1 + (k/k_{\mathrm{D}})^{-2}$. Это устраняет расходимость на больших расстояниях. Для устранения расходимости на малых расстояниях интеграл столкновений был представлен в [4] в виде комбинации интегралов столкновений Больцмана I_{B} (редкие «сильные» столкновения), Ландау I_{L} и Ленарда–Балеску I_{LB}:

$$I = I_{\mathrm{B}} - I_{\mathrm{L}} + I_{\mathrm{LB}}. \tag{7.3}$$

Это соотвстствуст, по сущсству, учсту динамичсской поляризации плазмы в столкновительном интеграле Больцмана.

Наряду с подходами, основанными на цепочке уравнений ББГКИ, для записи кинетических уравнений плазмы применяется метод временных функций Грина. Возникающие кинетические уравнения записываются для запаздывающих и опережающих гриновских функций, определяющих плотность частиц и вероятность допустимых состояний с заданными импульсом и энергией. Именно этим методом, снабженным диаграммной техникой для классификации и перегруппировки членов ряда теории возмущений (учтены кольцевые и лестничные фрагменты), в [5] получено сходящееся кинетическое уравнение, учитывающее межчастичное взаимодействие через экранированный кулоновский потенциал. Возникающее приближение, в известном смысле, аналогично комбинации (7.3).

Таким образом, учет коллективных эффектов в кулоновском взаимодействии был выполнен с помощью уравнения Фоккера–Планка, где в интеграл столкновений входят все моменты функции распределения. Вклад близких столкновений описывается больцмановским интегралом, а дальних — интегралом Ленарда–Балеску с экспоненциальным обрезанием вкладов близких и дальних столкновений.

Для обсуждения конкретных результатов перепишем выражение для удельной электропроводности в форме

$$\sigma = e^2 n_{\mathrm{e}}/m\nu_{\mathrm{i}},$$
$$\nu_{\mathrm{i}} = \left(\pi^{3/2}\Big/4\sqrt{2}\right) n_{\mathrm{i}}\sqrt{kT/m}\,\gamma_E^{-1}\left(Ze^2/kT\right)^2 \ln\Lambda, \tag{7.4}$$

где в самом грубом приближении $\ln\Lambda = \ln(b_{\max}/b_{\min})$. В роли максимального прицельного параметра $b_{\max}$ выступает радиус экранирования. Минимальным прицельным параметром является максимальное значение из двух длин — классического расстояния наибольшего сближения e^2/kT и тепловой длины волны электрона $\lambda = \hbar/\sqrt{2mkT}$.

Формула Спитцера (6.8), полученная для классической невырожденной плазмы, является лишь логарифмически точной. Спитцеровский кулоновский логарифм может служить отправной точкой для дальнейших уточнений:

$$\ln\Lambda = \ln\left(3\Gamma^{-1}\right), \quad \Gamma = e^2/r_{\mathrm{D}}kT, \quad r_{\mathrm{D}} = \left(4\pi e^2 n_{\mathrm{e}}/kT\right)^{-1/2}.$$

Результат работы [6], где использован интеграл столкновений (7.3), соответствует кулоновскому логарифму с числовой поправкой:

$$\ln\Lambda = \ln\left(\Gamma^{-1}\right) - 2C + \ln 2, \quad C = 0{,}577. \tag{7.5}$$

Следующая поправка аналогична релаксационной поправке к подвижности ионов в растворах сильных электролитов [7]. Внешнее электрическое поле влияет на корреляционные функции, приводя к пространственной деформации экранирующего облака. Это несколько уменьшает проводимость, поскольку электрическое поле, действующее на частицу, в какой-то степени компенсируется [8, 9]. В результате в [10] получено следующее:

$$\ln\Lambda = \ln\gamma^{-3/2} + 1{,}102 + \left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)^{-1}\gamma^{3/2}\ln\gamma^{-3/2} + \ldots,$$

где $\gamma = e^2(4\pi n_\mathrm{e}/3)^{1/3}(kT)^{-1}(\Gamma^2 = 3\gamma^3)$. Область применимости ограничена неравенствами $\gamma \ll 1$ и $\gamma^2\theta^{-1} \ll \ln\Lambda$, где $\theta = kT/E_\mathrm{F}$.

Расчет кулоновского логарифма для квантовой невырожденной плазмы с использованием интеграла столкновений Ленарда–Балеску приводит к выражению

$$\ln\Lambda = \int\limits_0^\infty \frac{dq}{q}\frac{S_{ii}(q)}{|\varepsilon(q)|^2}\exp\left(-\frac{\hbar^2q^2}{8mkT}\right). \tag{7.6}$$

Использование дебай–хюккелевских статических выражений для $S_{ii}(q)$ и $\varepsilon(q)$ (5.6) приводит к ряду, первыми членами которого являются [11]:

$$\ln\Lambda = \int\limits_0^\infty q^3\left(q^2+2\right)^{-1}\left(q^2+1\right)^{-1}\exp\left(-\eta^2q^2/4\right) = \ln\eta^{-1} - (C-\ln 2)/2, \tag{7.7}$$

где $\eta = \lambda/r_\mathrm{D}$. Следующие члены этого ряда приведены в [12].

Полученные выражения (7.5) и (7.7) являются не только точными логарифмически, но и внелогарифмические члены являются точными. Для классической плазмы ($kT \ll \mathrm{Ry}$) справедливо выражение (7.5), для квантовой — (7.7). Полученное в [6] решение сшивает (7.5) и (7.7):

$$\ln\Lambda = \ln\eta^{-1} - 2C + \ln 2 - \frac{1}{2}\exp(z)\,\mathrm{E_i}(z),$$

где $\mathrm{E_i}(z) = \int\limits_z^\infty dt\,t^{-1}\exp(-t)$; $z = \exp(2C)(e^2/2\lambda kT)$. Высокотемпературный предел соответствует $z \ll 1$, а низкотемпературный — $z \gg 1$. В дальнейшем результат [5, 6] был улучшен в [13].

§ 7.2. Результаты измерений удельной электропроводности

Удельная электропроводность является наиболее легко наблюдаемой характеристикой плазмы, определяющей ее диссипативный разогрев. Методика регистрации проста и хорошо отработана.

В ранних экспериментах, обзор которых можно найти в [14], достигнутые параметры неидеальности не превосходили $\Gamma \approx 0{,}2$–$0{,}3$. Тем не менее уже при этих значениях Γ обнаружились небольшие, но систематические расхождения измеренных и расчетных значений. Целый ряд исследований электропроводности плазмы инертных газов, главным образом в плазме дуговых разрядов в диапазоне концентраций заряженных частиц 10^{16}–10^{18} см$^{-3}$ и температурах порядка 10^4 K, демонстрировал заметные отклонения σ от спитцеровских значений. Оказалось, что для основного массива экспериментальных данных согласие с результатами вычислений достигается, если в расчетах учесть, что плазма не является полностью ионизованной, и столкновения с атомами могут существенно понижать σ. На рис. 7.1 и 7.2 представлены результаты измерений удельной электропроводности плазмы аргона и результаты наиболее аккуратных расчетов Девото [15].

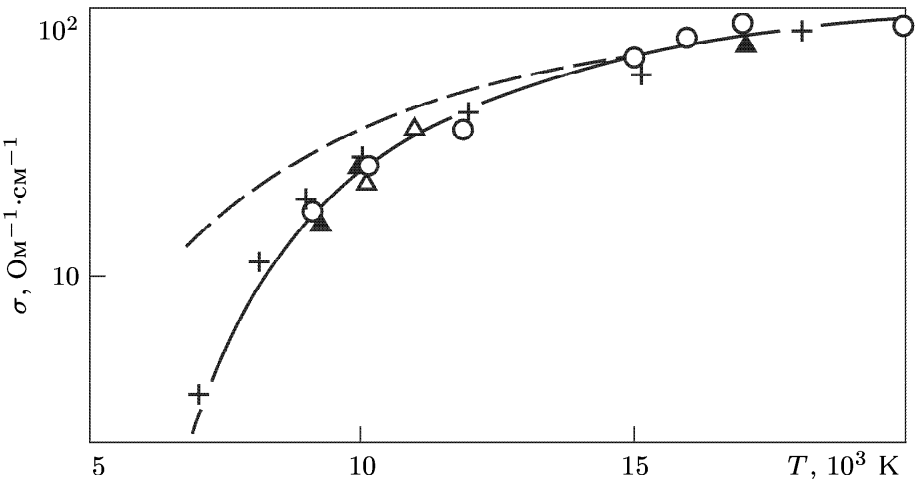


Рис. 7.1. Удельная электропроводность аргоновой плазмы при $p = 10^5$ Па [16]: точки — результаты измерений (△ — [17]; ▲ — [18]; ○ — [19]); сплошная кривая — расчет [15]; штриховая — по формуле Спитцера; + — расчет по формуле (6.12)

Однако уже при несколько бóльших Γ учет столкновений не устранял расхождение наблюдаемых значений с расчетными. Типичные условия экспериментов [22–25] соответствовали давлениям в разряде $p = 1$–2 МПа и $T = 10^4$–$1{,}8 \cdot 10^4$ K (рис. 7.3). Учет столкновений с атомами (кривая 2) приводит к согласию теории и эксперимента в области низких температур. Однако, как видно, с ростом T возникает заметное

расхождение. Кривая 3 построена с учетом модельных представлений о столкновительных комплексах и хорошо согласуется с экспериментальными данными. Модель [26] вводила в классификацию электрон–ионных взаимодействий новые квазичастичные состояния — квазисвязанные состояния и столкновительные комплексы. Они проявляют себя в условиях, когда значение Г близко к единице, позволяя описать наблюдаемое уменьшение удельной электропроводности. В [27] можно найти изложение этой теории, а в [28] — обсуждение роли электрон–атомных столкновений. Аналогичной является ситуация в плазме ксенона (рис. 7.4).

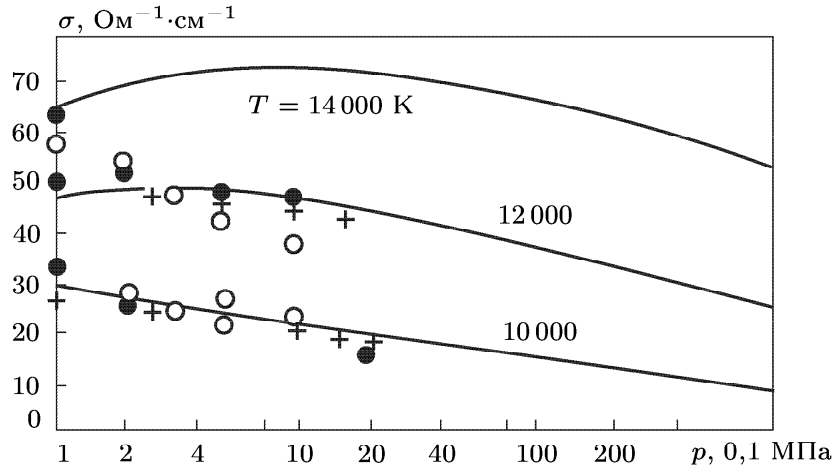


Рис. 7.2. Удельная электропроводность аргоновой плазмы в зависимости от давления при разных температурах: точки — эксперимент (○ — [17]; ● — [20]; + — [21]); кривые — расчет [15]

Динамические методы, описание которых дано в гл. 3 и 9, дали возможность провести измерения [30–35] удельной статической электропроводности плазмы в широком диапазоне параметров неидеальности, от $\Gamma \approx 0{,}3$ вплоть до области экстремально высоких Г, где расходится большинство асимптотических приближений для σ, и где результаты экспериментов являются основой для построения физических моделей электронного переноса в плотной среде. Этот диапазон параметров исследован в цезии, воздухе, неоне, аргоне и ксеноне.

Высокие значения параметров плазмы (p до 11 ГПа, n_e до 10^{21} см$^{-3}$, $T \approx (1\text{–}2) \cdot 10^4$ К) были получены в [30, 31] в ксеноне (см. рис. 3.9). В этих работах экспериментаторам удалось проследить поведение электропроводности от состояний малой плотности II, описываемых плазменными моделями, вплоть до полученных ударным сжатием жидкого ксенона состояний в области твердотельных плотностей III, где ударная сжимаемость описывается зонной теорией твердого тела [36]. На рис. 7.5 приведены значения безразмерной

удельной электропроводности:

$$\overline{\sigma} = e^2\sqrt{m}\sigma \Big/ (kT)^{3/2}. \tag{7.8}$$

Полученная совокупность экспериментальных данных, представленных на рис. 7.5, определенно указывает на занижение измеренных значений удельной электропроводности по сравнению с теорией Спитцера. В то же время асимптотические выражения, удерживающие внелогарифмические члены разложения $\ln\Lambda$ (см. § 7.1), предсказывают более высокие значения удельной электропроводности с ростом параметра Γ по сравнению со значениями, полученными из (7.4).

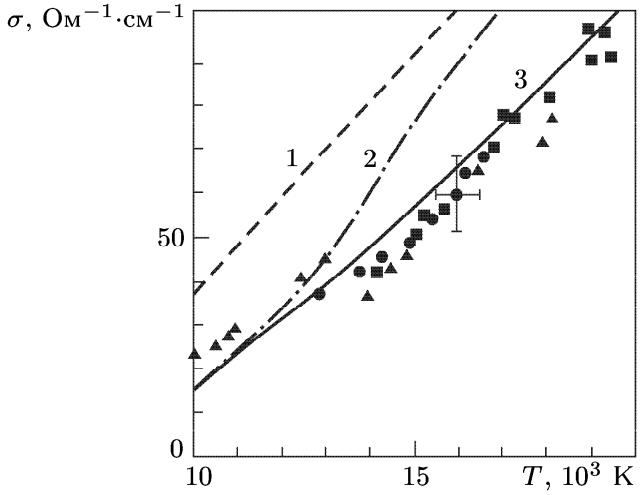


Рис. 7.3. Удельная электропроводность аргоновой плазмы [26]. Эксперимент: ● — [23], ▲ — [24], ■ — [25]; теория: 1 — σ_{Sp}; 2 — (6.12)

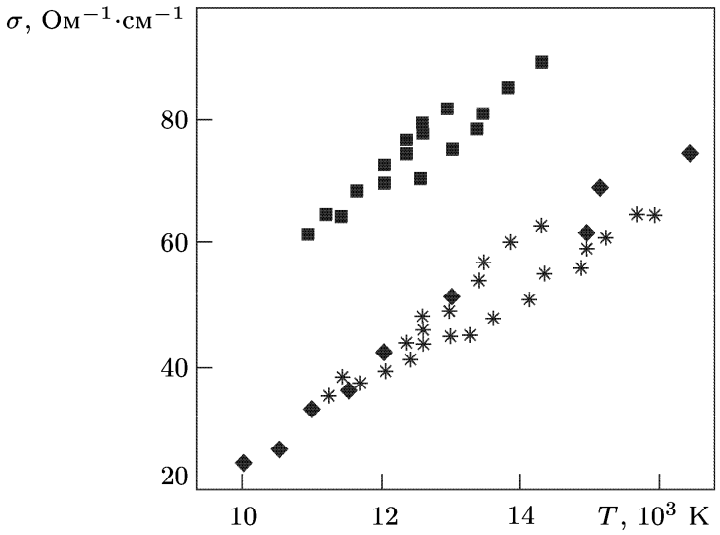


Рис. 7.4. Удельная электропроводность плазмы ксенона [29]. Эксперимент: ◆ — [24]; ✳ – [29]; ■ — спитцеровские значения

Имеющееся количественное расхождение между различными группами экспериментов на рис. 7.5 связано как с физическими особенностями поведения высокотемпературной плазмы, так и с трудностями выделения кулоновской компоненты, т. е. выделения частоты ν_i из полной частоты ν. Последнее обстоятельство наиболее характерно для экспериментов с щелочными металлами [33, 41, 42], где вклад нейтральных частиц в частоту столкновений особенно велик [43]. Так, при максимальных давлениях в эксперименте [44] степень ионизации плазмы не превосходит 0,1 %, делая невозможным выделение кулоновской компоненты σ.

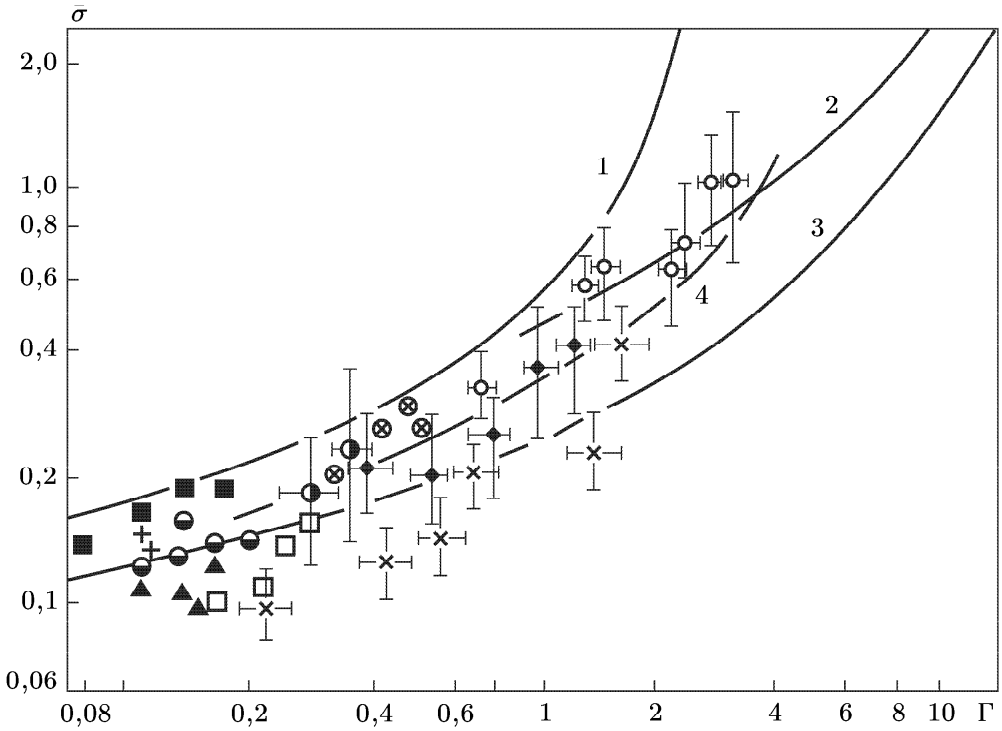


Рис. 7.5. Зависимость приведенной удельной электропроводности плазмы $\bar{\sigma}$ от параметра неидеальности Г [37]. Теория: 1 — $\bar{\sigma}_{\mathrm{Sp}}$; 2 — t-матрица; 3 — борновское приближение; 4 — (7.10); эксперимент: ■ — аргон, $11\,750 \leqslant T \leqslant 159\,920$ K [38]; ◆ — аргон; ○ — ксенон; ◑ — криптон, $T \approx 25\,000$ K [25]; ▲ — аргон, $12\,800 \leqslant T \leqslant 17\,400$ K; ◒ — ксенон, $9000 \leqslant T \leqslant 13\,700$ K [23]; × — цезий, $4000 \leqslant T \leqslant 25\,000$ K [33]; + — водород, $15\,400 \leqslant T \leqslant 21\,500$ K [38]; □ — воздух, $13\,500 \leqslant T \leqslant 18\,300$ K [39, 40]; ⊗ — полиэтилен, $37\,000 \leqslant T \leqslant 39\,000$ K [38]

Благодаря использованию мощных ударных волн (см. гл. 3) была получена плазма с высокой степенью ионизации [30, 45], для которой не столь существенна проблема выделения кулоновской компоненты. Полученные динамическими методами результаты можно условно разделить на низкотемпературные данные при $T \leqslant 2 \cdot 10^4$ K [30, 31] и высокотемпературные при $T > 2 \cdot 10^4$ K [32, 45]. При этом низкотем-

пературные точки соответствуют экстремально высоким плотностям (до 4 г $\cdot$ см$^{-3}$), которые близки к границе вырождения электронной компоненты и где реализуется сильное кулоновское взаимодействие, $\Gamma = 6$–10. В высокотемпературной области возникает плазма с развитой двукратной ионизацией (см. § 7.5). Рис. 7.5 показывает, что полученные в различных газах результаты согласуются между собой и позволяют проследить влияние кулоновского взаимодействия в диапазоне $\Gamma = 0{,}3$–10.

Наиболее высокие уровни неидеальности достигаются при воздействии мощных импульсов лазерного излучения на поверхность конденсированного вещества. Здесь следует особо отметить работу Милчберга и Фримэна [46].

§ 7.3. Результаты расчетов удельной электропроводности

Приведенные в § 7.1 асимптотические выражения для $\ln\Lambda$ обоснованы лишь при условии $\ln\Lambda \gg 1$ и, обращаясь в бесконечность (например, $\sigma_{\mathrm{Sp}} \to \infty$ при $\Gamma \to 3$), теряют свой смысл. Простейшее сходящееся значение для σ может быть получено, если во избежание формальных расходимостей использовать выражение

$$\ln\Lambda = \frac{1}{2}\ln\left(1 + b_{\max}^2/b_{\min}^2\right), \tag{7.9}$$

где $b_{\max}$ и $b_{\min}$ — максимальный и минимальный прицельные параметры. К сожалению, это выражение не выполняет полностью поставленную задачу: построение выражения для σ, переходящего в правильные предельные формулы, и хорошо описывающего имеющиеся экспериментальные данные.

Для этой цели в [47] предложена модель, основанная на приближении Займана. Исходным является выражение для удельной электропроводности, полученное в лоренцевом приближении (см. § 6.1), и учет ион–ионной корреляции (см. § 6.3). Удельная электропроводность записывается в виде

$$\sigma = \frac{4e^2(kT)^{-3/2}}{3\sqrt{\pi}m_{\mathrm{e}}}\frac{2}{\lambda^3}\int\limits_0^\infty E^2\nu_{\mathrm{i}}(E)^{-1}\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)dE. \tag{7.10}$$

Здесь $f_0 = \{1+\exp[(E-\mu)/kT]\}^{-1}$ — электронная функция распределения; $n_{\mathrm{e}} = (4/\sqrt{\pi})(2\pi\hbar^2/m)^{-3/2}\int\sqrt{E}f_0(E)\,dE$; μ — химический потенциал.

Для частоты столкновений было использовано выражение

$$\nu_{\mathrm{i}}(E) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\pi e^4}{E^{3/2}} n_{\mathrm{e}} \int_0^{q_m} \frac{q^3}{\left(q^2+q_{\mathrm{D}}^2\right)^2} S(q)\, dq. \tag{7.11}$$

Здесь величина $q_m = 2E/e^2$ с точностью до электрон–электронного рассеяния обеспечивает для (7.10) спитцеровскую асимптотику электропроводности. Ограничиваясь дебаевским приближением для ионной корреляционной функции,

$$g(r) = 1 - (e^2/rkT)\exp(-q_{\mathrm{D}} r), \tag{7.12}$$

и подставляя ее в выражение для структурного фактора, получаем

$$\ln\Lambda = \frac{1}{2}\left[\ln(1+\alpha) - \frac{\alpha}{\alpha+1} - \frac{\alpha^2}{2(\alpha+1)^2}\right], \quad \alpha = (q_m r_{\mathrm{D}})^2. \tag{7.13}$$

В пределе слабонеидеальной плазмы ($\alpha \gg 1$) это выражение переходит в спитцеровский кулоновский логарифм. Для сильнонеидеальной плазмы ($\alpha \ll 1$) выражение (7.13) не содержит нефизических расходимостей, неплохо описывая эксперимент (рис. 7.5).

По-видимому, наиболее систематический подход в построении интерполяционных выражений основывается на приближении (7.3). Оно состоит в использовании неэкранированного t-матричного приближения, вычитания из него неэкранированного борновского приближения и добавления борновского приближения с динамическим экранированием. Кроме того, должны быть учтены электрон-атомные столкновения и межэлектронные взаимодействия. Результат такого рассмотрения удовлетворительно описывал бы точные предельные выражения. В [37] изложены результаты исследований в этом направлении и приведены результаты расчетов в широком диапазоне условий.

В [48] удельная электропроводность (рис. 7.6) была вычислена во втором борновском приближении с динамическим экранированием. При низких плотностях, с тем чтобы эффективно перейти к t-матричному приближению, тепловая длина волны там, где она играет роль длины обрезания, заменена длиной Ландау. При малых и больших плотностях σ имеет лоренцеву и займановскую асимптотики, соответственно. Уравнение ионизационного равновесия, решение которого давало концентрацию электронов, описывает ионизацию давлением. Штриховая кривая соответствует переходу Мотта, который в использованном приближении происходит скачком, а не непрерывно. В области перехода Мотта имеет место минимум удельной электропроводности, на значение которой влияет рассеяние электронов на атомах.

Формула Займана может быть получена из (7.10), (7.11), если учесть, что в условиях сильного вырождения $df_0/dE = \delta(E - \varepsilon_{\mathrm{F}})$,

а максимальный переданный импульс равен $2\hbar k_{\mathrm{F}}$. Тогда

$$\sigma_Z = \frac{\varepsilon_{\mathrm{F}}^{3/2}}{\pi\sqrt{2}Ze^2\sqrt{m}\ln\Lambda}, \quad \ln\Lambda = \int\limits_0^{2k_{\mathrm{F}}} [V(q)/4\pi Ze^2]^2 S(q) q^3\, dq$$

где $V(q)$ — фурье-компонента потенциала рассеяния; $\varepsilon_{\mathrm{F}} = \hbar^2 k_{\mathrm{F}}^2/(2m)$.

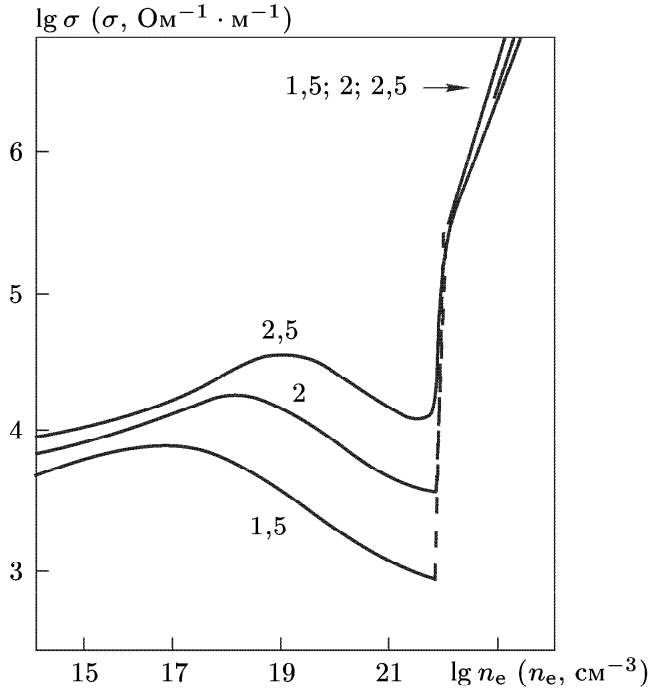


Рис. 7.6. Удельная электропроводность σ водородной плазмы в зависимости от n_{e} при различных температурах T, 10^4 K [48]. Штриховые линии — переход Мотта

Роль межэлектронных взаимодействий максимальна при малых концентрациях заряженных частиц, когда она дается спитцеровским множителем γ_E. Она уменьшается по мере усиления неидеальности и подавляется при сильном вырождении под влиянием принципа Паули [49] (рис. 7.7).

На рис. 7.5 с экспериментальными данными сопоставлены расчеты в статически заэкранированном t-матричном приближении 2 и в статически заэкранированном борновском приближении 3. Кривая 2 при малых Г переходит в спитцеровскую кривую 1.

Расчеты, выполненные в [37], можно отнести к классу широкодиапазонных расчетов удельной электропроводности. Такие методы были вызваны к жизни требованиями приложений. При больших импульсных энерговкладах вещество может проходить весь диапазон параметров неидеальности. В работе [12] кулоновский логарифм, даваемый выражением (7.6), был затабулирован в широком диапазоне параметров.

В плазме с произвольной степенью вырождения учитывалась обменно-корреляционная поправка с диэлектрической проницаемостью Линдхардта, а структурный фактор заимствовался из решения уравнений сверхпереплетающихся цепей (см. § 5.1). Параметр неидеальности $\gamma = (Ze^2/kT) \cdot (4\pi n_i/3)^{1/3} \leqslant 2$.

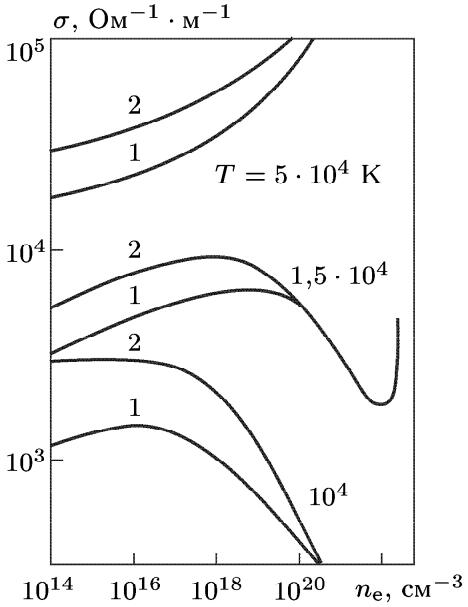


Рис. 7.7. Удельная электропроводность σ водородной плазмы, вычисленная с учетом (1) и без учета (2) межэлектронных взаимодействий [49]

Применительно к условиям, реализующимся при лазерном термоядерном синтезе, были выполнены расчеты в [50]. Простыми вычислениями, в которых для кулоновского логарифма принималось выражение (7.9), был охвачен очень широкий диапазон условий (рис. 7.8). В качестве длины экранирования в [50] использовались: дебай–хюккелевский или томас–фермиевский радиусы в области слабой неидеальности, среднее межионное расстояние там, где $\gamma \geqslant 1$ (см. § 7.4), а там, где $\ln\Lambda$ оказывался меньшим двух, принималось $\ln\Lambda = 2$. В области перехода Мотта значение σ принималось равным минимальному моттовскому значению (см. § 4.5), а в сильнокоррелированной вырожденной системе для удельной электропроводности использовалось выражение займановского типа. Тем самым были привлечены все простейшие конструктивные модели.

Можно представить, что при изохорном нагреве от температуры плавления до 100 эВ вещество пройдет весь набор неидеально плазменных состояний, от жидкометаллического до идеально газового. В [46] изохора удельного сопротивления ρ была построена (рис. 7.9) в результате обработки результатов измерений коэффициента отражения излучения от поверхности алюминия, нагреваемой мощным

лазерным импульсом с интенсивностью I до 10^{15} Вт·см$^{-2}$. За время 400 фс вещество не успевало расшириться, сохраняя плотность твердого алюминия. В [51] измеренные значения были сопоставлены с методами широкодиапазонного описания ρ. Важным оказывается учет некулоновского рассеяния (см. § 7.5) на коре сложного иона Al^{+3}. Сопротивление вырожденной плазмы описывается кривой 2 с учетом некулоновского рассеяния на коре радиусом $R_c = 1{,}1a_0$. В области вырождения кривая ρ_Z построена по формуле Займана с учетом рассеяния на псевдопотенциале Ашкрофта с радиусом кора $R_c = 1{,}1a_0$. В районе $kT \approx 19$ эВ длина пробега оказалась меньшей межчастичного расстояния. Здесь применима формула Иоффе–Регеля (кривая ρ_{IR}):

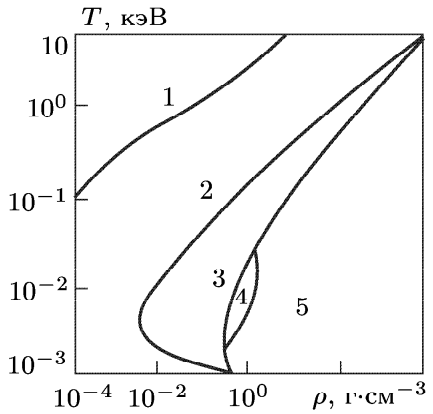


Рис. 7.8. Области температур и плотностей, рассмотренные в работе [50]: 1 — дебай-хюккелевское и томас-фермиевское экранирование; 2 — экранирование на среднем межионном расстоянии; 3 — $\ln\Lambda = 2$; 4 — $\sigma = \sigma_{min}$; 5 — займановская область

$$\sigma_{IR} = (n_e e^2/m) r_s/v. \tag{7.14}$$

В совокупности кривые 2, ρ_{IR} и ρ_Z дают качественное описание эксперимента.

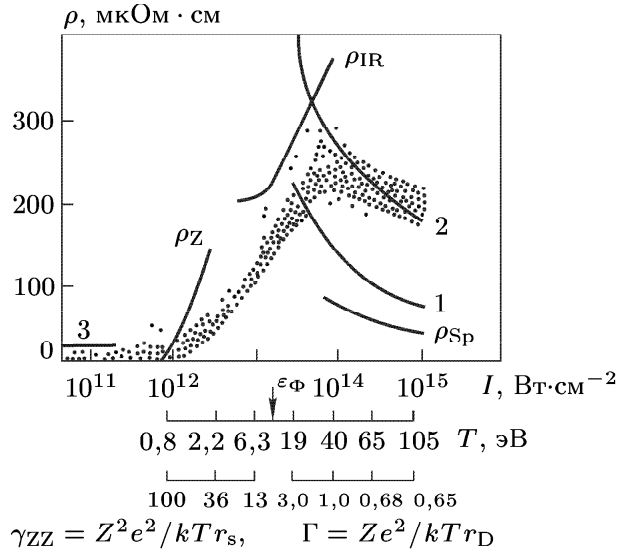


Рис. 7.9. Измеренные (точки) [46] и расчетные (кривые) [51] значения ρ сверхплотной плазмы алюминия: 1 — пересчет с данных рис. 7.5; 2 — с учетом некулоновского рассеяния; 3 — удельное сопротивление жидкого алюминия

§ 7.4. Проводимость сильнонеидеальной «холодной плазмы»

С ростом неидеальности возникают значительные сложности в обосновании исходных кинетических уравнений и методов их решений. Ввиду сильного коллективного взаимодействия в плотной плазме не удается однозначно разделить характерные времена элементарных процессов и временная эволюция системы под действием внешнего поля, вообще говоря, уже не описывается марковским процессом. Особую проблему составляет учет связанных состояний в частично ионизованной плазме из-за отсутствия соответствующих кинетических уравнений [2]. Качественный анализ указывает на то, что в условиях неидеальности возможно появление новых типов квазичастичных состояний. Их описание излагается ниже, следуя в основном работам [52–54]. При $\gamma > 1$ области взаимодействий электрона с различными ионами перекрываются, так как $e^2/kT > r_\mathrm{s}$. Электрон все время находится в состоянии столкновения, переходя из поля действия одного иона в поле действия другого. Траектория движения электрона с $E > 0$ (при этом $e^2/E > r_\mathrm{s}$) состоит из отрезков сопряженных гипербол, а электронов с $E < 0$ — из сопряженных отрезков эллипсов ($e^2/|E| > r_\mathrm{s}$). Существенного различия между этими двумя видами траекторий, конечно, нет.

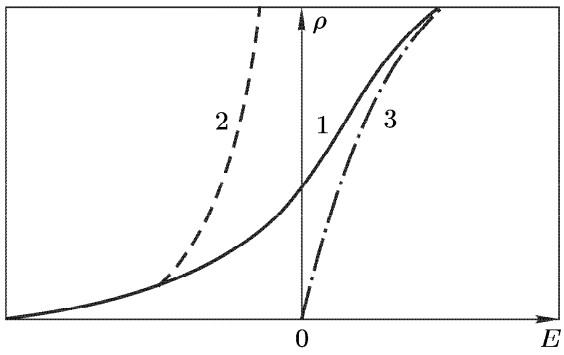


Рис. 7.10. Плотность электронных состояний; 1 — плотность состояний в неидеальной плазме; 2 — плотность состояний изолированного атома; 3 — плотность состояний свободных электронов

В связи с последним, становится очевидным, что электронная плотность состояний $\rho(E)$ должна сравнительно мало изменяться при малых энергиях, когда $|E| \leqslant e^2/r_\mathrm{s}$, и качественно соответствовать кривой 1 на рис. 7.10. При больших энергиях, когда $E \gg \gamma kT$, плотность состояний близка к (6.22). При больших по абсолютному значению отрицательных энергиях, когда $|E| \gg \gamma kT$, $\rho(E)$ выходит на асимптотику квазиклассической плотности состояний водородоподобного атома $\rho(E) = n_\mathrm{i}\mathrm{Ry}^{3/2}Z^3/|E|^{5/2}$. Оценку $\rho(E)$ в окрестности нуля энергии можно выполнить с помощью формулы (6.25), если воспользоваться распределением потенциальной энергии электрона в поле ближайшего

к нему иона:

$$P(U) = 4\pi n_{\text{i}} \int_0^\infty R^2 dR \exp\left(-\frac{4\pi}{3} n_{\text{i}} R^3\right) \delta\left(U + \frac{Ze^2}{R}\right). \qquad (7.15)$$

В самом деле, вероятность найти ближайший ион на расстоянии R от электрона $F(R) = 4\pi^2 n_{\text{i}} \exp[-4\pi n_{\text{i}} R^3/3]$ экспоненциально убывает при $R > r_{\text{s}}$. Воспользовавшись (7.15), из (6.25) получим

$$\rho(E) = 2\pi \frac{2(2m)^{3/2}}{h^3} \Gamma(5/6) \frac{\sqrt{Ze^2/r_{\text{s}}}}{2} \left[1 + \frac{E r_{\text{s}}}{2Ze^2} \frac{\Gamma(7/6)}{\Gamma(5/6)}\right]. \qquad (7.16)$$

Таким образом, при малых энергиях плотность состояний слабо зависит от энергии.

Ситуация оказывается близкой к той, которая в § 6.4 обсуждалась для слабоионизованной плотной плазмы. Как и там, становится важным значение энергии $E_{\text{п}}$, при котором впервые происходит перекрытие классически доступных областей движения для электронов отрицательных энергий. Критерий перекрытия случайно расположенных сфер радиусом R при их концентрации n_{i} имеет вид $1 - \exp(-4\pi n_{\text{i}} R^3/3) = 0{,}29$ [55]. Это дает уровень энергии протекания

$$E_{\text{п}} = -e^2/(0{,}7 r_{\text{s}}). \qquad (7.17)$$

Электроны с $E > E_{\text{п}}$, как и свободные электроны, являются электронами проводимости. Однако, если энергия хоть и превышает $E_{\text{р}}$, но близка к ней, эти электроны еще не обладают всеми характеристиками свободных электронов. Их подвижность оказывается меньше.

Запишем известное соотношение

$$\sigma = e^2 n_{\text{e}} \langle D(E) \rangle / kT. \qquad (7.18)$$

Средний коэффициент диффузии электронов

$$\langle D(E) \rangle = \int_{E_{\text{п}}}^\infty dE \rho(E) e^{-\beta E} H(E) \tilde{D}(E) \left[\int_{E_{\text{п}}}^\infty dE \rho(E) e^{-\beta E}\right]^{-1}.$$

Здесь $\tilde{D}(E)$ — коэффициент диффузии свободных электронов, а $H(E)$ учитывает отличие коэффициента диффузии электронов вблизи порога протекания $D(E)$ от $\tilde{D}(E)$. Функцию $H(E)$ можно весьма точно определить с помощью теории эффективной среды [56]. У нее есть и очевидные свойства. Она равна нулю в точке $E = E_{\text{п}}$, возрастает с возрастанием E до единицы при достижении $E \geqslant 0$.

В условиях сильной неидеальности, принимая во внимание свойства $H(E)$, получаем

$$\langle D(E)\rangle = \tilde{D}\left(E_{\text{п}}\right)\left.\frac{dH}{dE}\right|_{E=E_{\text{п}}} kT \approx \tilde{D}\left(E_{\text{п}}\right)\frac{kT}{E_{\text{п}}}. \tag{7.19}$$

Для вычисления коэффициента диффузии $\tilde{D}(E_{\text{п}}) = v(E_{\text{п}})r_{\text{s}}$ надо знать среднюю скорость, с которой движется электрон с энергиями, очень близкими к $E_{\text{п}}$. Можно думать, что при переходе из одной потенциальной ямы в другую электрон основное время затрачивает на прохождение перевала. В районе перевала его кинетическая энергия невелика — порядка kT (другого масштаба энергии нет). Тогда $\tilde{D}(E_{\text{п}}) = v_T r_{\text{s}}$. Подставляя выписанные величины в (7.18), окончательно получаем с точностью до числового множителя следующее выражение для удельной электропроводности:

$$\sigma \sim \omega_{\text{p}}/\sqrt{\gamma}, \tag{7.20}$$

где $\omega_{\text{p}} = \sqrt{4\pi n_{\text{e}} e^2/m}$ — плазменная частота; n_{e} — концентрация электронов проводимости, т. е. электронов с энергиями $E \geqslant E_{\text{п}}$.

Вопрос о проводимости такой системы вряд ли можно считать закрытым, хотя очевидно, что σ пропорциональна ω_{p}, так как другого параметра нет. Если предположить, что электрон, наоборот, очень быстро проходит перевал, то $v(E_{\text{п}}) \approx \sqrt{|E_{\text{п}}|/m}$. Тогда вместо (7.20) $\sigma \sim \omega_{\text{p}}$. Последнее выражение было предложено в [57], исходя из совсем других модельных представлений.

§ 7.5. Проводимость неидеальной плазмы при повышенных температурах. Влияние ионного остова

Характерной особенностью опытов с неидеальной плазмой являются относительно невысокие температуры ($T < 3 \cdot 10^4$ K), так как эти опыты ориентированы на получение развитой кулоновской неидеальности, которая с ростом температуры падает. Использование кумулятивных ударных труб и эффектов отражения ударных волн от преград [45] позволило продвинуться в область экстремально высоких температур и получить сильноразогретую многократно ионизованную плазму с развитой кулоновской неидеальностью, $\Gamma = 1$–5 (рис. 7.11). Электрофизические свойства такой плазмы оказались в значительной мере неожиданными [32, 45], так как свидетельствуют об отсутствии подобия. Безразмерная удельная электропроводность высокотемпературной плазмы оказывается меньше, чем у низкотемпературной плазмы при тех же Γ. На рис. 7.12 представлена величина

$$\overline{\sigma} = \left(1+\overline{Z}\right)^{-1/2}\gamma_E^{-1}\left(\overline{Z}\right)\frac{\sigma}{\omega_p}\Gamma \tag{7.21}$$

в зависимости от параметра неидеальности $\Gamma = \overline{Z}e^2/kTr_{\mathrm{D}}$, где $\overline{Z}$ — усредненный заряд иона; $r_{\mathrm{D}}^{-2} = 4\pi e^2\left(1+\overline{Z}\right)n_{\mathrm{e}}/kT$. Экспериментальные данные при низких и высоких температурах явно «расслаиваются».

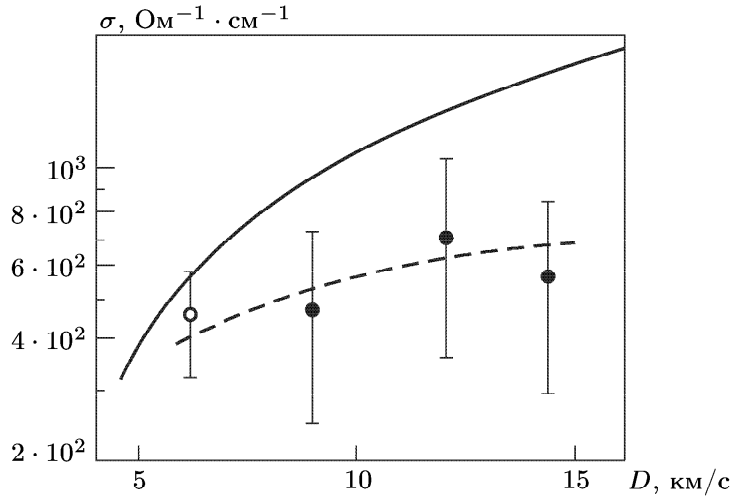


Рис. 7.11. Зависимость удельной электропроводности от скорости ударной волны в ксеноне при начальном давлении $p_0 = 0{,}1$ МПа. Эксперимент: ● — [45]; ○ — [30]; расчет: сплошная кривая — по (6.8); штриховая — с учетом некулоновских поправок

Действительно, ввиду дальнодействующего характера кулоновского потенциала при умеренных температурах наибольший вклад в коэффициенты переноса вносит рассеяние электронов на больших прицельных расстояниях, что оправдывает использование полукачественного учета близких столкновений введением различных принудительных обрезаний. С ростом температуры амплитуда кулоновского рассеяния $\overline{Z}e^2/kT$ оказывается сравнимой с собственными размерами ионов r_{i}, так что высокоэнергетические электроны проводимости при своем рассеянии могут подходить достаточно близко к ядру, где потенциал взаимодействия уже не является чисто кулоновским и оказывается искаженным внутренними электронными оболочками. Выполненные для разреженной плазмы оценки [31, 58] показывают, что этот эффект начинает проявляться на фоне кулоновского рассеяния лишь при экстремально высоких температурах $T \approx 2 \cdot 10^6$ К. Увеличение плотности плазмы вызывает усиление экранирования кулоновского взаимодействия и, соответственно, повышение роли ближних столкновений в плазме, что, в свою очередь, делает возможным проявление эффекта некулоновского рассеяния электронов на малых прицельных расстояниях в области более низких и доступных для эксперимента температур $T \geqslant 5 \cdot 10^4$ К.

В экспериментах [45], в которых при температурах до 10^5 К реализовалась развитая ионизация, $\overline{Z} \approx 3$, были использованы взрывные

кумулятивные генераторы плазмы, а также линейные взрывные системы для получения сильноразогретой плазмы в отраженных ударных волнах. Эксперименты выполнены с ксеноном, так как высокая масса атома делает эффективным разогрев этого газа ударными волнами, а значительное число связанных электронов заметно искажает кулоновский потенциал на близких расстояниях. Кумулятивные системы позволили получить плазму с $p \approx (5\text{–}35) \cdot 0{,}1$ ГПа, $T \approx (5\text{–}10) \cdot 10^4$ К, $\rho \approx 0{,}05\text{–}0{,}5$ г·см$^{-3}$, $n_e \approx (0{,}4\text{–}3) \cdot 10^{21}$ см$^{-3}$, $\Gamma \approx 1{,}1\text{–}2{,}6$, $\overline{Z} \approx 2\text{–}3$. Параметры плазмы за отраженной ударной волной составили: $p \approx (40\text{–}80) \cdot 0{,}1$ ГПа, $T \approx (3\text{–}8) \cdot 10^4$ К, $\rho \approx 0{,}3\text{–}2$ г·см$^{-3}$, $n_e \approx (2\text{–}6) \cdot 10^{21}$ см$^{-3}$, $\Gamma \approx 2\text{–}5$, $\overline{Z} \approx 2$.

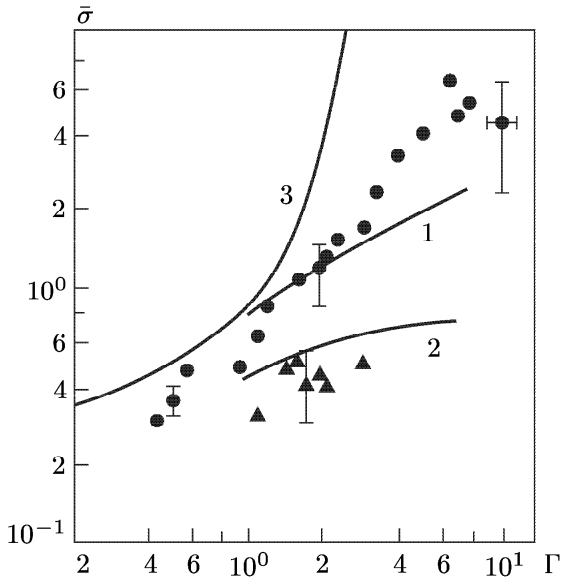


Рис. 7.12. Зависимость приведенной удельной электропроводности $\bar{\sigma}$ от параметра неидеальности. Эксперимент: ● — аргон, криптон, ксенон. $T \approx 2{,}5 \cdot 10^4$ К [32]; ▲ — ксенон, $T \approx 7 \cdot 10^4$ К [45]; теория: 1 и 2 — расчет с псевдопотенциалом (7.21) при тех же температурах; 3 — $\bar{\sigma}_{\text{Sp}}$

В области низких температур эти данные хорошо согласуются с полученными ранее результатами (рис. 7.5). Однако с ростом скорости ударной волны электропроводность плазмы увеличивается более медленно, чем можно ожидать на основании обычных плазменных моделей. Это свидетельствует об отсутствии подобия кулоновской компоненты удельной электропроводности. Потенциал взаимодействия электрона с ионом на малых расстояниях является более сильным, чем $\overline{Z}e^2/r$, что приводит к увеличению сечения рассеяния по сравнению с кулоновским и, следовательно, к относительному уменьшению электропроводности. Взаимодействие электрона с ионом описывалось эффективным парным потенциалом [58], учитывающим наличие ионного

остова:

$$V_{\text{ei}}(r) = -\left[\frac{Z_j}{r} - \frac{(Z - Z_j)}{r}\exp(-Br)\right]\exp\left(-\frac{r}{r_{\text{D}}}\right), \quad B = \frac{1{,}8Z^{4/3}}{(Z - Z_j)a_0}, \tag{7.22}$$

где Z, Z_j — заряды ядра и иона; r_{D} — дебаевский радиус экранирования. При малых r потенциал (7.22) совпадает с потенциалом Томаса–Ферми, а при $r \to \infty$ переходит в дебаевский. Этот потенциал использовался при численном решении уравнения Шредингера для радиальной части волновой функции. Определялись фазы рассеяния δ_l. Транспортные сечения электрон-ионного рассеяния вычислялись затем по найденным фазам. Результаты этих вычислений с потенциалом (7.22) показывают, что в области энергии электронов, лежащей в окрестности 0,7 а. е. и вносящей основной вклад при расчете удельной электропроводности плазмы при $T \approx 7 \cdot 10^4$ K, наличие более сильного, чем $(Z_j e^2/r)$-взаимодействия, увеличивает сечения рассеяния приблизительно в 2 раза.

Результаты расчета удельной электропроводности по используемой модели приведены на рис. 7.11 и 7.12. Модель ионного остова позволяет разумно описать выявленный в эксперименте эффект «расслоения» изотерм электропроводности сильноразогретой неидеальной плазмы.

Литература

1. Теплофизические свойства рабочих сред ядерной энергетической установки с газофазным реактором / *Грязнов В.К., Иосилевский И.Л., Красников Ю.Г. и др.*; Под ред. Иевлева В.М. — М.: Атомиздат, 1980.
2. *Климонтович Ю.Л.* Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы.
3. *Климонтович Ю.Л.* Статистическая теория открытых систем. Т. 2. — М.: Янус-К, 1999.
4. *Hubbard J.* // Proc. Roy. Soc. 1961. Vol. 261, N 1306. P. 371–387.
5. *Gould H.A., DeWitt H.E.* // Phys. Rev. 1967. Vol. 155, N 1. P. 68–74.
6. *Williams R.H., DeWitt H.E.* // Phys. Fluids. 1969. Vol. 12, N 11. P. 2326–2342.
7. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. — М.: Наука, 1979.
8. *Кадомцев Б.Б.* // ЖЭТФ. 1957. Т. 33, № 1. С. 151–156.
9. *Ebeling W., Röpke G.* // Ann. der Phys. 1979. Bd. 36, N 6. S. 429–437.
10. *Röpke G.* // Phys. Rev. A. 1988. Vol. 38, N 6. P. 3001–3016.
11. *Kivelson M.G., Du Bois D.F.* // Phys. Fluids. 1964. Vol. 7, N 10. P. 1578–1589.
12. *Ishimaru S., Tanaka S.* // Phys. Rev. A. 1985. Vol. 32, N 3. P. 1790–1798.
13. *Rogers F.J., DeWitt H.E., Boercker D.B.* // Phys. Lett. A. 1981. Vol. 82, N 7. P. 331–334.
14. *Asinovsky E.I., Kirillin A.V., Pakhomov E.P., Shubashov V.I.* // Proc. IEEE. 1971. Vol. 59, N 4. P. 592–601.
15. *Devoto R.S.* // Phys. Fluids. 1973. Vol. 16, N 5. P. 616–623.
16. *Хомкин А.Л.* // ТВТ. 1974. Т. 12, № 4. С. 879–872.
17. *Kapainsky J.* // Z. Phys. B. 1971. Bd. 248, N 5. S. 417–432.
18. *Bues I., Patt H.J., Richter J.* // Z. Angew. Phys. B. 1967. Bd. 22, N 4. S. 345–350.
19. *Hackhman J., Ulenbush J.* // X Intern. Conf. Phen. Ioniz. Gases / Ed. Franklin R.N. — Oxford: Donald Parsons, 1971. P. 260.
20. *Bauder U., Devoto R., Mukherjee D.* // Phys. Fluids. 1973. Vol. 16, N 12. P. 2143–2148.
21. *Goldbach C., Nollez G., Popovic S., Popovic M.* // Z. Naturforsh. A. 1968. Bd. 33, N 1. S. 11–15.
22. *Popovic M.M., Popovic S.S., Vukovic S.M.* // Fizika. 1974. Vol. 6, N 1. P. 29–35.
23. *Бакеев А.А., Ровинский Р.Е.* // ТВТ. 1970. Т. 8, № 6. С. 1121–1127.

24. *Popovic M.M.*, *Vitel Y.*, *Mihajlov A.A.* // Strongly Coupled Plasma Physics / Ed. Ishimaru S. — N.Y.: Elsevier, 1990. P. 561–569.

25. *Günter K.*, *Lang S.*, *Radtke R.* // J. Phys. D. 1983. Vol. 16, N 7. P. 1235–1243.

26. *Воробьев В.С.*, *Хомкин А.Л.* // ТВТ. 1977. Т. 15, № 1. С. 188–191.

27. *Фортов В.Е.*, *Якубов И.Т.* Физика неидеальной плазмы. — Черноголовка: Изд. ОИХФ АН СССР, 1984.

28. *Хомкин А.Л.* // ТВТ. 1978. Т. 16, № 1. С. 37–46.

29. *Mokhitari A.*, *Skowronek M.*, *Vitel Y.* // IX ESCMPIG / Contr. Papers. — Lisbon, 1988.

30. *Иванов Ю.В.*, *Дремин А.Н.*, *Минцев В.Б. и др.* // ЖЭТФ. 1976. Т. 71, № 1. С. 215–243.

31. *Ebeling W.*, *Fortov V.*, *Forster A.*, *et. al.* // Thermophysical Properties of Hot Dence Plasmas. — Leipzig: AVG, 1991.

32. *Иванов Ю.В.*, *Минцев В.Б.*, *Фортов В.Е.*, *Дремин А.Н.* // Письма в ЖЭТФ. 1976. Т. 2, № 3. С. 97–101.

33. *Сеченов В.А.*, *Сон Э.Е.*, *Щекотов О.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 1975. Т. 19. С. 891–894.

34. *Ткаченко Б.К.*, *Титаров С.И.*, *Карасев А.В. и др.* // Физика горения и взрыва. 1976. Т. 12, № 5. С. 763–771.

35. *Фортов В. Е.*, *Терновой В. Я.*, *Жерноклетов М. В. и др.* // ЖЭТФ. 2003. Т. 124, № 2. С 288–309.

36. *Keeler R.N.*, *van Thiel M.*, *Alder B.J.* // Physica. 1965. Vol. 31, № 9. P. 1437–1440.

37. *Kraeft W.D.*, *Kremp D.*, *Ebeling W.*, *Röpke G.* Quantum statistics of charged particle systems. — Berlin: Akad. Verlag, 1985.

38. *Günter K.*, *Popovic M.M.*, *Popovic S.S.*, *Radtke R.* // J. Phys. D. 1976. Vol. 9, № 39. P. 1139–1147.

39. *Андреев С.И.*, *Гаврилова Т.В.* // ТВТ. 1975. Т. 13, № 1. С. 176–180.

40. *Андреев С.И.* // Оптика и спектроскопия. 1975. Т. 38, № 3. С. 432–438.

41. *Барольский С.Г.*, *Ермохин Н.В.*, *Кулик П.П.* // ЖЭТФ. 1972. Т. 62, № 1. С. 176–182.

42. *Барольский С.Г.*, *Ермохин Н.В.*, *Кулик П.П. и др.* // ТВТ. 1977. Т. 15, № 1. С. 193–201.

43. *Павлов Г.А.*, *Кучеренко В.И.* // ТВТ. 1972. Т. 15, № 2. С. 409–411.

44. *Ермохин Н.В.*, *Ковалев Б.М.*, *Кулик П.П.* // ТВТ. 1971. Т. 9, № 4. С. 665–675.

45. *Минцев В.Б.*, *Грязнов В.К.*, *Фортов В.Е.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 79, № 1. С. 116–124.

46. *Milchberg H.M.*, *Freeman R.R.* // Phys. Fluids. B. 1990. Vol. 2, № 6. P. 1395–1399.

47. *Грязнов В.К.*, *Иванов Ю.В.*, *Старостин А.Н.*, *Фортов В.Е.* // ТВТ. 1976. Т. 14, № 3. С. 643–646.

48. *Höhne F.E.*, *Redmer R.*, *Röpke G.*, *Wegener H.* // Physica A. 1984. Vol. 128, № 3. P. 643–675.

49. *Schlanges M.*, *Kremp D.*, *Kewer H.* // Ann. der Phys. 1984. Bd. 41, № 1. S. 54–56.

50. *Lee Y.T.*, *More R.M.* // Phys. Fluids. 1984. Vol. 27, № 5. P. 1273–1287.

51. *Iakubov I.T.* // 20^{th} Intern. Conf. Phenom. Ioniz. Gases / Contr. Papers. — Piza, 1991. Vol. 4. P. 881–882.

52. *Ликальтер А.А.* // УФН. 1992. Т. 162, № 1. С. 119.

53. *Ликальтер А.А.* // ТВТ. 1987. Т. 25, № 3. С. 424–429.

54. *Воробьев В.С.* // ТВТ. 1987. Т. 25, № 3. С. 323–328.

55. *Шкловский Б.И.*, *Эфрос А.Л.* Электронные свойства легированных полупроводников. — М.: Наука, 1979.

56. *Сарычев А.К.* // ТВТ. 1985. Т. 23, № 2. С. 228–334.

57. *Kurilenkov Y.K.*, *Valuev A.A.* // Beitr. Plasma Phys. 1984., Bd. 24, № 3. S. 161–172.

58. *Маев С.А.* // ЖТФ. 1970. Т. 40, № 3. С. 567–574.

Глава 8. ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЫ

§ 8.1. Исследования оптических свойств

Излучение плазмы несет информацию о температуре и концентрации частиц, о структуре энергетического спектра атомов и молекул и характере межчастичных взаимодействий. Излучение важно не только для диагностики плазмы, но и для ее энергетики. К настоящему времени получены обширные данные по оптическим свойствам разреженной плазмы, где элементарные процессы независимы друг от друга (см. например, [1–6]). Влияние неидеальности на оптические свойства проявляется, при умеренных плотностях, в сдвиге и уширении спектральных линий, а также в сдвиге пороговых частот фотоионизационных континуумов [1, 6–11]. При дальнейшем росте неидеальности эффекты не изменяют своей природы, а лишь нарастают количественно («спектроскопическая стабильность»). Только при весьма высоких плотностях в плазме происходит заметная перестройка электронной энергетической структуры (в первую очередь, в припороговой области спектра), описываемая в различных, часто еще спорных моделях. Зафиксированы многочисленные проявления деформации электронного спектра в сильносжатой плазме. Такая плазма возникает в результате больших импульсных энерговкладов при лазерном воздействии на конденсированное вещество, в самосжатых электрических разрядах, а также в ряде динамических экспериментов. В статических экспериментах при достижении околокритических плотностей обнаружены качественные изменения оптических спектров легкокипящих металлов при переходе металл–диэлектрик.

Введем основные понятия теории излучения. Спектральный коэффициент поглощения k_ν определяется через ослабление dI_ν, которое испытывает интенсивность излучения I_ν, проходя через слой вещества толщиной dl:

$$dI_\nu = -k_\nu I_\nu \, dl. \tag{8.1}$$

В условиях термодинамического равновесия k_ν связан с интенсивностью излучения I_ν законом Кирхгофа:

$$I_\nu = k_\nu B_\nu (T), \quad B_\nu (T) = 2h\nu^3 c^{-2} \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1\right]^{-1}, \tag{8.2}$$

$B_\nu(T)$ — функция Планка. Величина $I_\nu d\nu$ определяет энергию, излучаемую объемом dV в единицу времени в единичном телесном угле в интервале частот $d\nu$.

Через эти величины выражается дивергенция потока лучистой энергии q_{R} характеризующая потери (или энерговыделение) энергии за счет излучения. В двух предельных случаях — высоких и низких оптических плотностей ∇q_{R} записывается просто. Если во всем интервале частот, охватывающем тот участок спектра, в котором переносится подавляющая доля лучистой энергии, размер плазмы l превосходит длину пробега излучения k_ν^{-1}, $k_\nu l \gg 1$, то радиационный перенос энергии можно описывать в приближении лучистой теплопроводности:

$$q_{\mathrm{R}} = -\frac{16}{3}\sigma_{\mathrm{SB}} l_{\mathrm{R}}(\mathbf{r}) T^3(\mathbf{r})\, \nabla T(\mathbf{r}),$$

$$l_{\mathrm{R}}(\mathbf{r}) = \int k_\nu^{-1}(\mathbf{r})\, B_\nu(\mathbf{r})\, d\nu \Big/ \int B_\nu(\mathbf{r})\, d\nu, \tag{8.3}$$

где σ_{SB} — постоянная Стефана–Больцмана; l_{R} — длина Росселанда, представляющая собой среднюю длину пробега фотона.

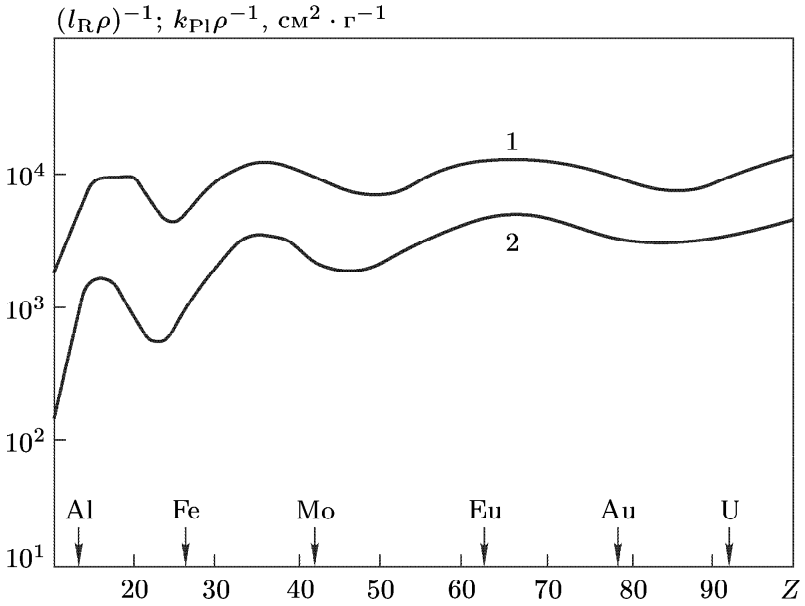


Рис. 8.1. Планковское (1) и росселандово (2) массовые сечения поглощения в зависимости от заряда ядра атома [12]; $kT = 100$ эВ, $\rho = 0{,}1$ г $\cdot$ см$^{-3}$

В противоположном случае, т. е. в пределе оптически тонкой среды, легко записывается дивергенция потока энергии:

$$\nabla q_{\mathrm{R}}(\mathbf{r}) = 4\pi\sigma_{\mathrm{SB}} k_{\mathrm{Pl}}(\mathbf{r}) T^4(\mathbf{r}),$$

$$k_{\mathrm{Pl}}(\mathbf{r}) = \int k_\nu(\mathbf{r})\, B_\nu(\mathbf{r})\, d\nu \Big/ \int B_\nu(\mathbf{r})\, d\nu. \tag{8.4}$$

Величина k_{Pl} — называется средним планковским коэффициентом поглощения.

Хотя оба эти предельные случаи в чистом виде реализуются не часто, представление результатов расчетов радиационных свойств в виде зависимостей массовых сечений поглощения $(l_{\mathrm{R}}\rho)^{-1}$ и $k_{\mathrm{Pl}}\rho^{-1}$ от плотности и температуры дает важную информацию. На рис. 8.1 представлена зависимость росселандова и планковского массовых сечений поглощения.

§ 8.2. Основные радиационные процессы в разреженной атомарной плазме

Радиационные процессы в идеальной плазме изучены достаточно полно (см., например, [1–3, 6]). Изложим лишь основные сведения. Радиационные процессы разбиваются на две группы:

1) связанно-связанные переходы в атомах, дающие серии спектральных линий, сходящихся к порогам фотоионизации. У порога имеет место слияние линий, вследствие чего положение порога смещается в длинноволновую сторону (см. § 8.3);

2) связанно-свободные и свободно-свободные переходы, к которым относятся фотоионизационные и тормозные процессы, определяющие непрерывный спектр. Его характеристики сравнительно слабо зависят от частоты в интервалах, лежащих между пороговыми частотами, но претерпевают резкие скачки при частотах, равных пороговым. Деление процессов на две группы не является, конечно, строгим. Так, сильно уширенные спектральные линии перекрываются друг с другом и налагаются на непрерывный спектр. Эти эффекты особенно заметны в сильнонеидеальной плазме — плазме высоких давлений.

Интегральная интенсивность спектральной линии определяется ее силой осциллятора $f_{nn'}$:

$$\int k_\nu \, d\nu = (\pi e^2/mc) f_{nn'} n_n,$$

где k_ν — коэффициент поглощения в спектральной линии, обусловленной переходом $n \to n'$; n_n — концентрация поглощающих атомов. Соответственно этому интегральная интенсивность спектральной линии

$$I = \int I_\nu \, d\nu = \frac{2\pi h e^2}{m\lambda^3} \frac{g_n}{g_{n'}} n_{n'} f_{nn'},$$

где $n_{n'}$ — концентрация излучающих атомов; g_n и $g_{n'}$ — статистические веса нижнего и верхнего состояний.

Сила осциллятора линии поглощения определяется эйнштейновской вероятностью спонтанного перехода:

$$f_{nn'} = \frac{g_{n'}}{g_n} \frac{mc^3}{8\pi^2 e^2 \nu^2} A_{n'n}.$$

Фактор $A_{n'n}$ равен обратному времени жизни атома в состоянии n относительно перехода $n \to n'$. Состояния реально характеризуются несколькими квантовыми числами так, что индекс n характеризует собой весь их необходимый набор. Наиболее полные таблицы $f_{nn'}$ и $A_{nn'}$ содержатся в [4]. Полезной является квазиклассическая формула Крамерса для водородоподобного атома. Рассматривается переход между состояниями с главными квантовыми числами n' и n, усредненный по остальным квантовым числам:

$$f_{n'n} = \frac{32}{3\pi\sqrt{3}} \frac{1}{(n')^5 n^3} \left[(n')^{-2} - n^{-2}\right]^{-3} = \frac{1{,}96}{(n')^5 n^3} \left(\frac{E_{n'} - E_n}{Z^2 \mathrm{Ry}}\right)^{-3},$$

где $E_{n'}$ и E_n — энергии связи n' и n уровней, Z — заряд иона. Погрешность $f_{n'n}$ при расчетах по этой формуле для водородного атома не превышает 30 % для всех значений n' и n.

Спектральная интенсивность линии определяется зависимостью коэффициента поглощения от частоты, так как функция Планка в пределах линии меняется мало. Зависимость k_ν определяется характером уширения линии. В неидеальной плазме уширение обусловлено межчастичными взаимодействиями и будет обсуждаться далее. Для испускания непрерывного излучения различают свободносвязанные переходы в поле иона — рекомбинационное излучение,

$$\mathrm{A}^+ + \mathrm{e} \to \mathrm{A} + h\nu,$$

и два типа свободно-свободных переходов — тормозное излучение в поле иона,

$$\mathrm{A}^+ + \mathrm{e}(mv_1^2/2) \to \mathrm{A}^+ + \mathrm{e}(mv_2^2/2) + h\nu, \quad h\nu = mv_1^2/2 - mv_2^2/2,$$

и тормозное излучение в поле атома,

$$\mathrm{A} + \mathrm{e}(mv_1^2/2) \to \mathrm{A} + \mathrm{e}(mv_2^2/2) + h\nu.$$

В поглощении различают фотоионизацию атомов и свободно-свободные переходы в поле атома и иона. Если атом имеет связанное состояние с электроном, образуя отрицательный ион, к вышеперечисленным процессам следует добавить в поглощении фотоотрыв электрона, $\mathrm{A}^- + h\nu \to \mathrm{A} + \mathrm{e}$, а в излучении — фотоприлипание, $\mathrm{A} + \mathrm{e} \to \mathrm{A}^- + h\nu$.

Как правило, результирующие сплошные спектры представляют собой наложение нескольких континуумов, обусловленных отдельными процессами. Число таких переналагающихся континуумов может

оказаться значительным, в связи с чем анализ результирующего спектра становится нетривиальной задачей.

В плазме с развитой ионизацией наибольший вклад в интенсивность непрерывного спектра дают свободно-свободные переходы электронов в поле ионов. Коэффициент поглощения с учетом поправки на вынужденное излучение дается формулой Крамерса:

$$k_\nu = \frac{2\sqrt{2}e^6 Z^2}{3\sqrt{3\pi}c\hbar m^{3/2}\sqrt{kT}} \frac{g}{\nu^3} n_\mathrm{e} n_\mathrm{i} \left(1 - e^{-h\nu/kT}\right), \tag{8.5}$$

где Z — заряд иона; g — фактор Гаунта. Фактор Гаунта учитывает отличие квантово-механического выражения для k_ν от классического крамерсова. Вклад тормозного излучения в полную интенсивность континуума преобладает при $h\nu \leqslant 0{,}7\,kT$ (рис. 8.2). При более высоких частотах существенно фоторекомбинационное излучение.

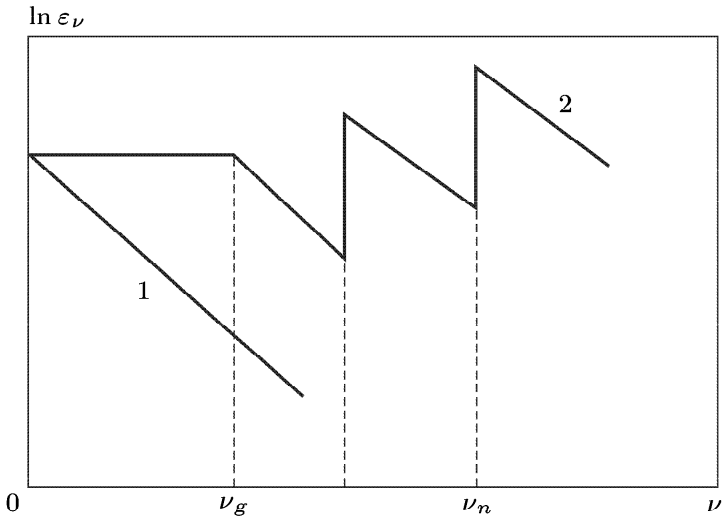


Рис. 8.2. Спектральная интенсивность тормозного (1) и рекомбинационного (2) непрерывных спектров

Коэффициент поглощения при фотоионизации рассчитывается суммированием произведений сечений фотопоглощения $q_n(\nu)$ на заселенности этих состояний n_n:

$$k_\nu(T) = \sum_n q_n(\nu) n_n(T). \tag{8.6}$$

Фотоионизация является пороговым процессом: для n-го состояния $q_\nu = 0$, если $\nu < \nu_n$, и $q_n = q_n(\nu)$, если $\nu \geqslant \nu_n$, где ν_n — пороговая частота, определяемая энергией связи n-го состояния (рис. 8.2). Сечение поглощения водородоподобным атомом в n-м состоянии дается формулой Крамерса:

$$q_n(\nu) = \frac{64\pi^4}{3\sqrt{3}} \frac{me^{10}Z^4}{ch^6 n^5} \frac{1}{\nu^3}. \tag{8.7}$$

Сумма (8.6) может быть вычислена, поскольку в равновесной плазме заселенности уровней атома определяются формулой Больцмана. Суммарный коэффициент поглощения немонотонно зависит от частоты, поскольку при увеличении частоты в сумму (8.6), начиная со своих пороговых частот, дают вклад последующие уровни. Однако при малых частотах вызываемые этим обстоятельством скачки коэффициента поглощения невелики, и суммирование можно заменить интегрированием. Это приводит к формуле Крамерса–Унзольда. При этом оказывается удобным сложить возникшее выражение для k_ν, обусловленное фотоионизацией, с выражением (8.5). Тем самым получаем суммарный коэффициент поглощения, учитывающий как связанно-свободные, так и свободно-свободные переходы:

$$k_\nu = \frac{2\sqrt{2}e^6 Z^2 g}{3\sqrt{3\pi}c\hbar m^{3/2}(kT)^{1/2}} n_\mathrm{e} n_\mathrm{i} \frac{1}{\nu^3} e^{h\nu/kT}\left(1 - e^{-h\nu/kT}\right), \quad \nu \leqslant \nu_g. \tag{8.8}$$

Значение граничной частоты определяется энергией связи нижнего из возбужденных состояний атома, фотоионизация которого учтена в (8.8).

Л.М. Биберманом и Г.Э. Норманом [1] для описания плазмы сложных атомов и ионов был развит приближенный метод расчета коэффициентов поглощения и излучения при свободно-свободных и связанно-свободных переходах. Вводится и вычисляется слабозависящая от температуры функция $\xi(\nu, T)$. Она учитывает неводородоподобность сложных атомов. Окончательные выражения имеют вид

$$k_\nu = \frac{2\sqrt{2}e^6 Z^2 g}{3\sqrt{3\pi}c\hbar m^{3/2}(kT)^{1/2}} n_\mathrm{e} n_\mathrm{i} \times \\ \times \frac{1}{\nu^3} e^{h\nu/kT} \xi(\nu) \exp\left[(h\Delta\nu - \Delta I)/kT\right], \quad \nu \leqslant \nu_g, \tag{8.9}$$

$$k_\nu = k_\nu(\nu_g)\frac{\xi(\nu)}{\xi(\nu_g)}\left(\frac{\nu_g}{\nu}\right)^3 + \sum_{n<n_g} q_n(\nu) n_n(T), \quad \nu \geqslant \nu_g. \tag{8.10}$$

Множитель $\exp\left[(h\Delta\nu - \Delta I)/kT\right]$ обусловлен двумя эффектами — слиянием спектральных линий вблизи границы непрерывного спектра и снижением потенциала ионизации атома ΔI. Последнее подробно обсуждалось в гл. 4 и 5. Сдвиг границы непрерывного спектра $\Delta\nu$ обсуждается в § 8.3. Сумма в (8.10) вычисляется с учетом всех тех состояний, которые не включены в интегральную формулу $h\nu_n > h\nu_g$. Этим выражением определяется частота ν_g, которая называется граничной. Метод расчета функции ξ и коэффициента поглощения подробно обсуждается в [13, 14].

Используя уравнение ионизационного равновесия, коэффициент поглощения k_ν можно связать не с $n_\mathrm{e} n_\mathrm{i}$, а с концентрацией атомов n_a.

Вместо (8.9) имеем

$$k_\nu = \frac{32\pi^2 e^6 k}{3\sqrt{3}ch^4} n_\mathrm{a} \frac{\Sigma^+}{\Sigma} \frac{Z^2}{\nu^3} T \exp^{(-I/kT)} \exp\left(\frac{h\nu + h\Delta\nu}{kT}\right) \xi(\nu, T), \quad \nu \leqslant \nu_g. \tag{8.11}$$

При малых степенях ионизации непрерывный спектр может определяться свободно-свободными переходами электронов в поле атомов. Вероятность этих переходов в определенном приближении связывается с сечением упругого рассеяния электрона на атоме [5]. Дифференциальное эффективное сечение излучения в интервале частот $d\nu$ при столкновении электрона, обладающего скоростью v, с атомом имеет вид

$$dq_\nu = (8e^2v^2/3c^3h\nu)qd\nu, \tag{8.12}$$

где q — транспортное сечение рассеяния электрона на атоме.

Если q не зависит от энергии электрона, то коэффициент поглощения может быть оценен по формуле

$$k_\nu = e^2(\pi mc\nu^2)^{-1} n_\mathrm{e} n_\mathrm{a} \left\langle q(mv^2/2)v \right\rangle, \tag{8.13}$$

где $\langle \ldots \rangle$ означает усреднение по максвелловскому распределению. Тормозное излучение на атомах преобладает над тормозным излучением на ионах при выполнении условия

$$\frac{1{,}5 \cdot 10^{13} T^{-5/4}}{q\sqrt{n_\mathrm{a}}} \exp\left(-\frac{I}{2T}\right) \ll 1, \tag{8.14}$$

где температура T выражена в эВ, сечение q — в 10^{-16} см^2, концентрация атомов n_a — в см$^{-3}$. Таким образом, интенсивность тормозного излучения на атомах преобладает в континууме слабоионизованной плазмы.

В плазме ряда химических элементов существенную роль играют процессы фотоприлипания и фотораспада отрицательных ионов. Сопоставим коэффициенты поглощения, обусловленные фотораспадом и переходами электрона в полях иона. Первый запишем в виде $k_\nu^- = n^- q(\nu)$, где n^- — концентрация отрицательных ионов, $q(\nu)$ — сечение фотораспада, а второй k_ν^+ дается выражением (8.11). Тогда, следуя [15], запишем

$$k_\nu^-/k_\nu^+ = \left[3\sqrt{3}ch^4 \left(128\pi^3\sqrt{2\pi}e^6 m^{3/2}\right)^{-1}\right] n_\mathrm{e}(kT)^{-5/2}(h\nu)^3 \times$$
$$\times\, q(\nu)\xi^{-1}\left(g^-/\Sigma^+\right) \exp\left\{[I + E - h(\nu + \Delta\nu)]/kT\right\}, \tag{8.15}$$

где g^- — статистический вес отрицательного иона; E — энергия связи электрона в нем. Отношение (8.15) максимально вблизи $\nu \approx 3kT/h$. Подставив в (8.15) характерные величины, получим

$$k_\nu^-/k_\nu^+ \approx 10^{-26} n_\mathrm{e}\sqrt{T} \exp[(I + E)/kT],$$

где n_e — в см$^{-3}$, T — в градусах Кельвина. Отсюда следует, что в плазме элементов с потенциалом ионизации $I \geqslant$ Ry континуум, обусловленный отрицательными ионами, дает большой вклад в непрерывный спектр.

§ 8.3. Влияние слабой неидеальности: уширение и сдвиг спектральных линий, смещение порога фотоионизации

Влияние слабого взаимодействия на излучательные характеристики плазмы сводится к уширению спектральных линий, их сдвигу и смещению порога фотоионизации в сторону меньших энергий. Имея в виду обширную литературу по этим вопросам [6–11, 13], приведем здесь лишь их краткое обсуждение.

В плотной плазме уширение и сдвиг спектральных линий вызываются взаимодействием излучающего атома или иона с окружающими частицами. При этом наиболее важным оказывается взаимодействие излучателя с электронами и ионами плазмы. Взаимодействие с нейтральными атомами того же сорта, что и излучающая система, может приводить к резонансному уширению, если одно из состояний в линии имеет оптически разрешенный переход в основное состояние. Взаимодействие с атомами другого сорта приводит к ван-дер-ваальсовскому уширению. Оба эти вида уширения в плазме с развитой ионизацией (при степенях ионизации, превышающих 0,01) малосущественны.

Для расчета уширения линий в плазме привлекаются ударное (столкновительное) и квазистатическое приближения. Квазистатическое приближение применимо, когда возмущающие частицы движутся относительно медленно, так что за интересующий нас промежуток времени возмущение практически постоянно. Это приближение используется для описания взаимодействия атома с ионами. В другом предельном случае излучающая система большую часть времени не испытывает никаких возмущений, за исключением коротких ударов, хорошо разнесенных во времени. Это приближение в слабонеидеальной плазме используется для описания возмущения атома электронами. Оно применимо, когда промежуток времени между столкновениями много больше времени самого столкновения, т. е. когда

$$n_a^{-1/3} v^{-1} \ll (n_e q v)^{-1},$$

где v — скорость электрона; q — сечение рассеяния электрона на атоме. Для дальнодействующего кулоновского взаимодействия, ответственного за уширение линий в плазме, столкновения во времени не разделены. Это особенно относится к условиям неидеальности. Поэтому ударное приближение применимо, когда взаимодействие в целом является слабым.

Задача о вычислении уширения линий за счет взаимодействия атомов с ионами и электронами в слабонеидеальной плазме сводится к следующему [9]. Электрическое поле, создаваемое ионами, предполагается постоянным, и для атома в этом поле находится штарковское расщепление линий. Затем в рамках ударного приближения вычисляется уширение каждой штарковской компоненты. После этого полученное распределение интенсивности усредняется по всем возможным значениям напряженности ионного микрополя.

Ударное уширение электронами порождает дисперсионный контур линии:

$$k_\nu = k_0[1 + ((\nu - \nu_0) - \Delta)^2/(\gamma/2)^2]^{-1}.$$

Здесь γ — ширина линии; Δ — ее сдвиг. Коэффициент поглощения в центре линии $k_0 = (8\pi)^{-1}\lambda^2(g_2/g_1)A_{21}n_1(2/\pi\gamma)$, где λ — длина волны излучения; n_1— концентрация поглощающих атомов.

Сдвиг и ширина выражаются через амплитуду упругого рассеяния вперед $f(0)$:

$$\Delta = -\frac{h}{m}n_e \mathrm{Re}\,[f\,(0)]_{\text{ср}}\,, \quad \gamma = \frac{h}{m}n_e \mathrm{Im}\,[f\,(0)]_{\text{ср}} = \frac{1}{2}n_e\,(v q_{\text{полн}})_{\text{ср}}\,.$$

Последнее выражение содержит усредненную частоту рассеяния; $q_{\text{полн}}$— полное сечение рассеяния. Усреднение проводится по энергиям электронов и по прицельным расстояниям. Максимальное прицельное расстояние ограничено радиусом экранирования. Это существенно, в первую очередь, для сдвига, но мало влияет на ширину, пока частота перехода много больше плазменной частоты.

Спектральные линии играют важную роль в спектральных и интегральных характеристиках плотной плазмы. На рис. 8.3 показан спектральный коэффициент поглощения плазмы воздуха [16]. Штриховой линией отмечен вклад континуумов. С ростом плотности линии сильно уширяются, сливаются, образуя квазиконтинуумы, и дают существенный вклад в интегральные характеристики.

Методы расчета коэффициента поглощения в линиях используют хольтсмарковское распределение ионных микрополей и ударное приближение для электронов, т. е. игнорируют эффекты сильной корреляции и содержат другие упрощающие элементы, соответствующие условиям слабой неидеальности. Сейчас еще не проведено систематическое изучение влияния сильной неидеальности на спектральные линии. Поэтому для оценок границ применимости современных методов расчета необходимо привлекать результаты экспериментов [17].

На рис. 8.4 представлена зависимость сдвига спектральной линии ксенона $\lambda = 467{,}1$ нм от концентрации электронов. В работе [21] измерения были выполнены в плазме импульсного электрического разряда и в адиабатически сжатой плазме вплоть до $n_e = 3\cdot 10^{18}$ см$^{-3}$. Лишь при наибольших n_e можно заметить некоторые отклонения

$\Delta(n_e)$ от линейной зависимости $\Delta \sim n_e$, которая присуща идеальной плазме с линиями, уширенными квадратичным эффектом Штарка. В [22] измерения .были выполнены для той же линии в ударно-сжатом ксеноне вплоть до $n_e = 10^{19}$ см$^{-3}$, $T = 1{,}4 \cdot 10^4$ К. Это максимально достигнутые параметры в ксеноне, обсуждение которых проводится ниже (см. § 8.4).

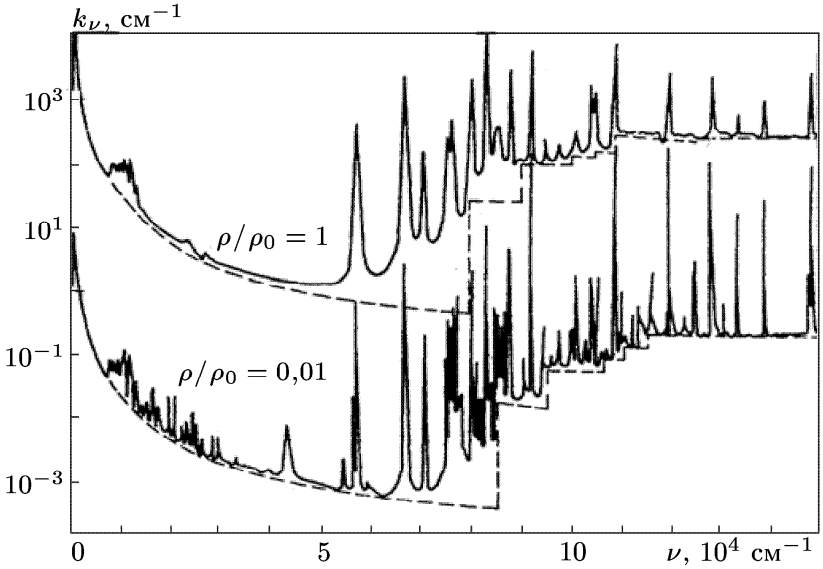


Рис. 8.3. Коэффициент поглощения плазмы воздуха при $T = 2{,}2 \cdot 10^4$ К и двух значениях относительной плотности ρ/ρ_0; ρ_0 — нормальная плотность воздуха [16]

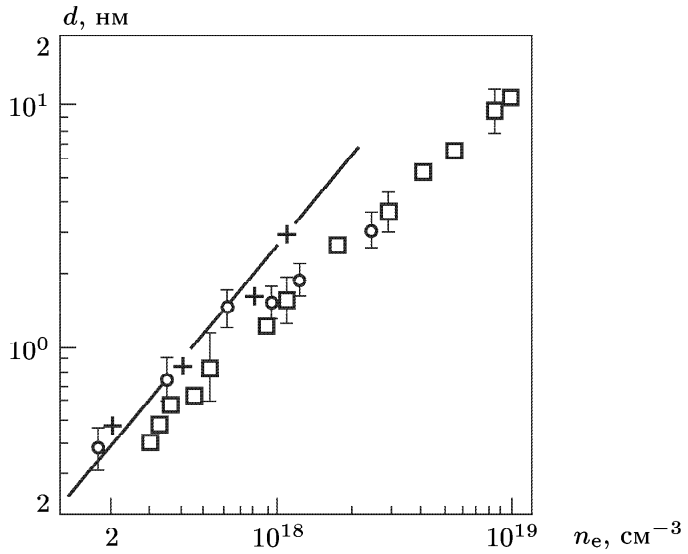


Рис. 8.4. Сдвиг линии ксенона 467,1 нм; результаты измерений: кривая — экстраполяция данных [18, 19]; + — [20]; ○ — [21]; □ — [22]

Межчастичное взаимодействие приводит к сдвигу границы непрерывного спектра, интерпретируемому как снижение потенциала ионизации. Кроме того, самые верхние состояния дискретного спектра сильно уширяются. Иными словами, происходит истинное снижение потенциала ионизации и, кроме того, уширение верхних уровней приводит к кажущемуся снижению. На спектрограммах эти явления неразличимы. Поэтому их объединяют, имея в виду оба явления, и говорят о преобразовании линий в непрерывный спектр и о соответствующем смещении порога фотоионизации.

Для оценки сдвига порога обычно исходят из следующих качественных соображений. Фотоионизационный спектр сдвигается в красную сторону до положения той линии, штарковская ширина которой равна расстоянию до ближайшей линии в серии. На этом принципе основан критерий Инглиса–Теллера, определяющий главное квантовое число последней линии,

$$n^{Z-1} = (1/2)Z^{3/5}(n_{\mathrm{i}}a_0^3)^{-2/15},$$

и сдвиг границы непрерывного спектра:

$$\Delta E^{Z-1} = Z^2\mathrm{Ry}/(n^{Z-1})^2 = 4Z^{4/5}(n_{\mathrm{i}}a_0^3)^{4/15}\mathrm{Ry}. \qquad (8.16)$$

Этот подход является достаточно обоснованным лишь для водорода, линии которого близко расположены и сильно уширены в результате линейного штарк-эффекта. Уже для ионизованного гелия, обладающего столь же широкими, но расположенными более редко (в 4 раза) линиями, такая трактовка не проходит. Тем более это относится к спектральным сериям сложных атомов. Поэтому был предложен ряд других способов оценки сдвига порога фотоионизации. В [23] энергетическое межуровневое расстояние $e^2(a_0n^{*3})^{-1}$ приравнивалось ширине уровня, даваемой асимптотической формулой Баранже, описывающей уширение электронными ударами. Это дает

$$\omega_{n*} = 8\pi^2\left(e^2\alpha a_0^2 n_{\mathrm{e}}\right)\left(me^2/2\pi kT\right)^{1/2}(n^*)^4,$$

где $\alpha = e^2/hc$; n^* — эффективное главное квантовое число уровня с энергией связи $E_{n^*} = \mathrm{Ry}/(n^{*2})$. Величина сдвига

$$\Delta E = 4{,}71\cdot 10^{-6}n_{\mathrm{e}}^{2/7}T^{-1/7}. \qquad (8.17)$$

Здесь и в (8.18) T и ΔE выражены в эВ, n_{e} — в см$^{-3}$.

В спектрах сложных атомов происходит переналожение линий различных спектральных серий. Спектры инертных газов аргона, криптоне, ксенона, неона имеют густую последовательность термов начиная с энергии связи 1 эВ. Расстояние между уровнями этой последовательности 0,01–0,05 эВ. Введя некоторое усредненное расстояние δE

среди уровней густой последовательности, можно сопоставить его с шириной данного верхнего уровня. Уровни перекрываются, если их энергия связи меньше ΔE, определяемой выражением [24]

$$\Delta E = 3{,}5 \cdot 10^{-10} \left(n_e / \sqrt{T_e} \delta E \right)^{1/2}. \qquad (8.18)$$

На рис. 8.5 представлены экспериментальные ΔE для аргона и ксенона в зависимости от n_e при $T_e = 0{,}8$–$1{,}5$ эВ.

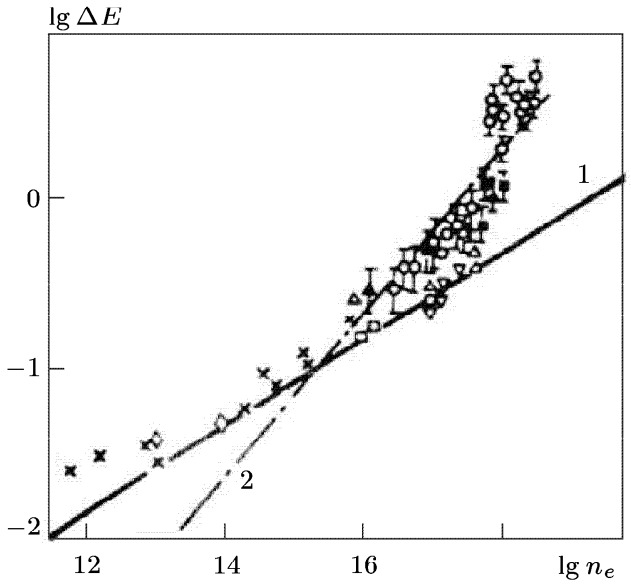


Рис. 8.5. Зависимость сдвига границы фотоионизации от концентрации электронов [24]; теория: 1 — формула Инглиса–Теллера; 2 — (8.18), $\delta = 0{,}02$ эВ; экспериментальные данные — из [25]; ΔE — в эВ; n_e — в см$^{-3}$

Характер припороговой бальмеровской области спектра показан на рис. 8.6. Высшие члены бальмеровской серии уже отсутствуют, они преобразованы в континуум (невозмущенный порог отмечен на рис. 8.6 стрелкой). Сдвиг ΔE возрастает с ростом n_e.

В заключение этого обсуждения подчеркнем условность понятия «оптический сдвиг». На любой частоте, меньшей пороговой, атом может излучить или поглотить квант, как в связанно-связанном, так и в связанно-свободном переходе. Из рис. 8.6 видно, что оптический сдвиг, т. е. расстояние от несмещенного порога фотоионизации до первой различимой на спектрограмме линии, является величиной условной, зависящей от субъективных факторов.

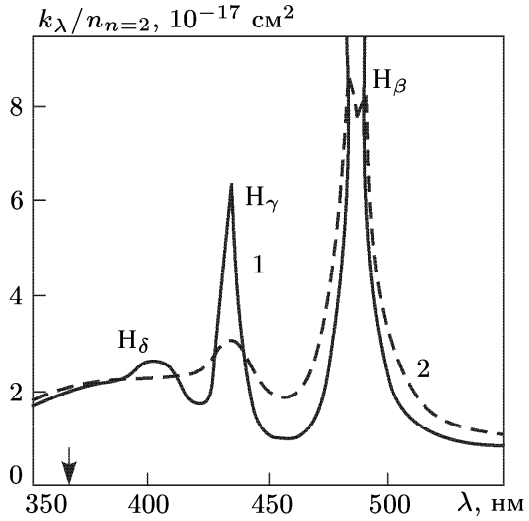


Рис. 8.6. Коэффициент поглощения бальмеровской серии в расчете на один поглощающий атом в зависимости от длины волны λ [21]; результаты измерений: 1 — $n_e = 1{,}7 \cdot 10^{17}$ см$^{-3}$, $T = 1{,}6 \cdot 10^4$ K, $\gamma = 0{,}07$; 2 — $n_e = 8{,}4 \cdot 10^{17}$ см$^{-3}$, $T = 2{,}22 \cdot 10^4$ K, $\gamma = 0{,}09$

§ 8.4. Функция распределения микрополя в неидеальной плазме

Вследствие спонтанного нарушения электронейтральности плазмы на масштабах порядка радиуса экранирования, в плазме возникают флуктуирующие во времени микрополя [26–28]. Функция распределения микрополей используется при расчете оптических свойств уширения и сдвига спектральных линий, сдвига порогов фотоионизации. Микрополя разделяют на две группы — низкочастотные, обусловленные ионами, и высокочастотные, обусловленные электронами.

Функция распределения ионных микрополей обычно рассчитывается в рамках однокомпонентной системы N ионов на однородном нейтрализующем электронном фоне:

$$P(\mathbf{F}) = \int d\mathbf{R}_1 \ldots d\mathbf{R}_N \delta \left[\mathbf{F} - \sum_{j=1}^{N} \mathbf{F}(\mathbf{R}_j) \right] W(\mathbf{R}_1 \ldots \mathbf{R}_N) / \Omega^N. \quad (8.19)$$

Здесь $\mathbf{F}(\mathbf{R}_j)$ — напряженность поля в пробной точке, создаваемая j-м ионом; $\mathbf{R}_j$ — координаты ионов; Ω — объем системы; W — гиббсовская вероятность, определяемая потенциальной энергией взаимодействия зарядов.

Известное хольтсмарковское распределение ионного микрополя было получено для системы некоррелированных зарядов, в которой $W = 1$. В неидеальной плазме корреляция влияет на распределение полей. Сильное межионное отталкивание препятствует сближению ионов, уменьшая тем самым вероятность появления сильных полей.

Это, в свою очередь, должно повлиять на спектры — уменьшить сдвиг и обрезать крылья спектральных линий. Для учета корреляции был разработан ряд теоретических подходов [29–32].

В [32, 33] были вычислены функции корреляции микрополей в положительно заряженной, нейтральной и отрицательно заряженной точках плазмы: $\gamma = 0{,}01$–$5{,}0$, где $\gamma = e^2(n_\mathrm{i} + n_\mathrm{e})^{1/3}/kT$. Классическое выражение (8.19) было обобщено на квантовый случай с использованием псевдопотенциалов взаимодействия, которые позволяют учесть квантовые эффекты при попарных сближениях (см. § 5.3). Далее расчет производился методом Монте-Карло. Функции распределения микрополя приведены на рис. 8.7. Корреляция действительно приводит к уменьшению вероятности появления сильных полей.

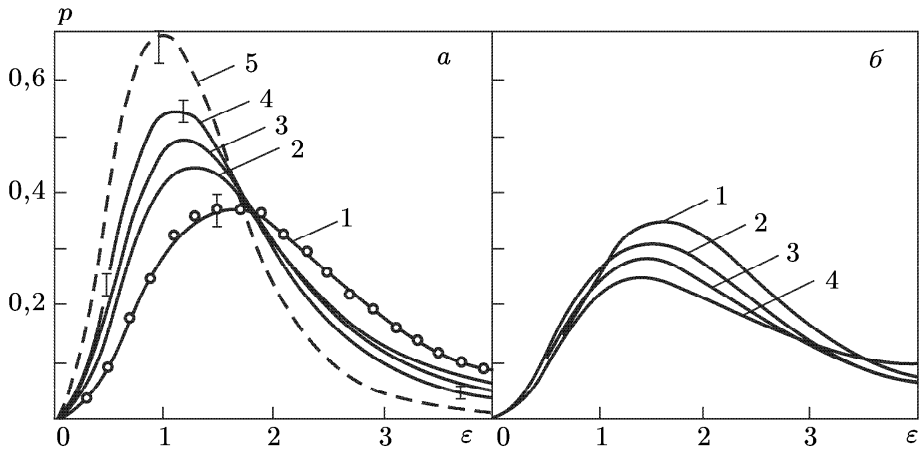


Рис. 8.7. Функция распределения ионного микрополя $P(\varepsilon)$ в положительно заряженной точке ($а$) и в нейтральной точке ($б$) [32]: 1 — распределение Хольтсмарка; распределения в идеальной плазме: 2 — $\gamma^3 = 0{,}01$; 3 — $\gamma^3 = 0{,}1$; 4 — $\gamma^3 = 1{,}0$; 5 — $\gamma^3 = 5{,}0$

В экспериментах [21, 22, 34] наблюдались отклонения от линейной зависимости сдвига спектральных линий ксенона и аргона от концентрации электронов. В ксеноне слабые отклонения были зафиксированы при $n_\mathrm{e} \approx 3 \cdot 10^{18}$ см$^{-3}$ (см. рис. 8.4). В [22] изучен спектр аргона, соответствующий переходам $4s$–$4p$ при $n_\mathrm{e} \leqslant 10^{19}$ см$^{-3}$, $T \leqslant 1{,}7 \cdot 10^4$ К, $p \leqslant 17$ МПа. Генерация плазмы и регистрация ее термодинамических параметров осуществлялась при сжатии и разогреве во фронте ударной волны. Для всех исследованных в диапазоне 730–780 нм линий экстраполяция идеально-плазменных расчетов в область достигнутых параметров показала, что наблюдаемые сдвиги в 4–5 раз меньше расчетных (рис. 8.8). Не исключено, что наблюдаемые отклонения в сторону уменьшения сдвигов отражают тенденцию уменьшения микрополей с ростом неидеальности.

При наблюдении излучения в спектральных линиях плазменные микрополя обусловливают еще один качественный эффект. Потенци-

альное поле атомного остатка складывается с полем, созданным свободными частицами плазмы. В масштабах атома это поле однородно, но в результате образуется трехмерная потенциальная поверхность. При этом для электрона в атоме возникает потенциальный барьер, который электрон может преодолеть либо путем термической активации, либо туннелированием. При этом сильно возбужденные дискретные состояния в припороговой области могут размываться полностью в данном зафиксированном микрополе. Заселенности других состояний, которые в экспериментах продолжают проявлять себя как дискретные, могут уменьшаться вследствие уменьшения их статического веса.

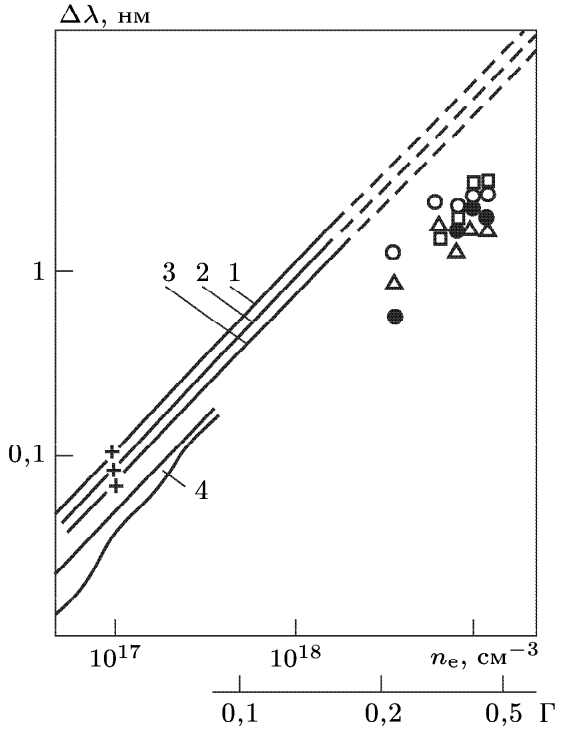


Рис. 8.8. Зависимость сдвига некоторых линий $4s$–4p аргона от n_e [22]: расчет: 1–3 для 750,4; 772,4; 763,5 нм [8]; эксперимент: + — 750,4; 751,5; 772,4 нм [35]; ○ — 750,4; 751,5 нм; □ — 738,4 нм; ● — 763,5 нм; △ — 772,4 нм [22]; 4 — область экспериментальных точек 763,5 нм [36]

Разрушение связанных состояний плазменными микрополями исследовалось начиная, по-видимому, с известной работы Унзольда [37]. Распад связанного состояния происходит при напряженностях поля $\mathbf{F}$, превосходящих некоторую критическую величину $\mathbf{F}^*$. Вероятность существования данного связанного уровня имеет вид $\omega = \int_0^{\varepsilon^*} P(\varepsilon)\, d\varepsilon$, где $\varepsilon = F/F_0$. Вероятность распада данного состояния равна $(1 - \omega)$. В [26] эти интегралы вычислялись и использовались затем для

определения заселенностей связанных состояний:

$$n_n = n_a \left(g_n^*/\Sigma^*\right) \exp\left(-E_n/kT\right),$$

$$g_n^* = \omega_n g_n, \quad \Sigma^* = \sum_n \omega_n g_n \exp\left(-E_n/kT\right).$$

Простая аналитическая аппроксимация этих интегралов предложена в работах [38, 39]. На рис. 8.9 приведено сопоставление результатов вычислений [26] с экспериментами в аргоне [40]. Из рисунка видно, как велика роль микрополей. Ярко выраженные спектральные линии теряют свою интенсивность. Ниже будет показано, что соответственно этому возрастает интенсивность непрерывного спектра, прилегающего к спектральным линиям.

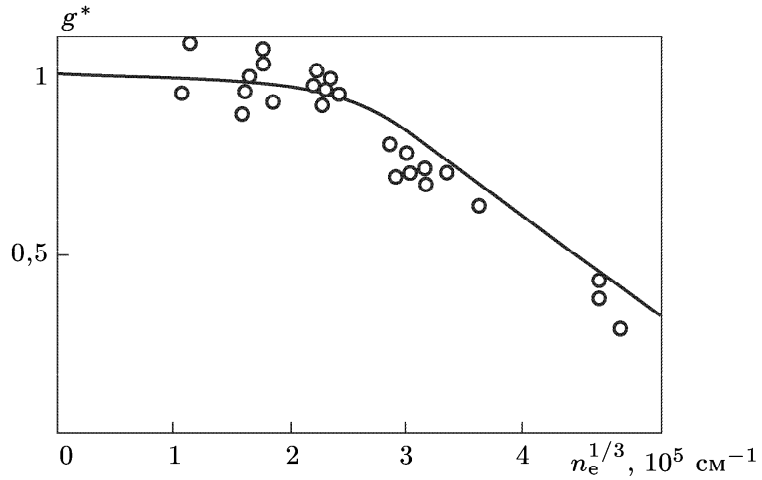


Рис. 8.9. Изменение эффективного статистического веса верхнего уровня перехода $5d$–$4p$ в аргоне ($\lambda = 560$ нм): точки — эксперимент [40]; кривая — расчет [26]

§ 8.5. Принцип спектроскопической устойчивости

Принцип спектроскопической устойчивости заключается в сохранении плотности сил осциллятора df/dE дискретного и непрерывного спектров при наложении внешних возмущений, которыми являются и межчастичные взаимодействия. Физически это означает, что взаимодействие возмущает излучатели, но не уничтожает их, не изменяет их полного числа. Согласно этому принципу допускается, что влияние взаимодействия на припороговые спектры сводится к тому, что высшие члены спектральных серий преобразуются в непрерывный спектр в соответствии с невозмущенной плотностью своих сил осцилляторов. Таким образом, сечение фотоионизации экстраполируется в соответствии с ходом df/dE на частоты, меньшие идеальной пороговой частоты. Для больших частот сечение фотоионизации считается не изменившимся. Справедливость этой процедуры подтверждается обширным

массивом экспериментальных данных, накопленных в слабонеидеальной плазме.

Принципу спектроскопической устойчивости не противоречит эффект «ослабления линий» в результате статистического разрушения излучающих уровней плазменными микрополями (рис. 8.9). Вместо разрушаемых уровней возникает сплошной фон. Усиление фона компенсирует ослабление линий. На рис. 8.10 представлены два распределения возбужденных атомов по уровням, измеренных в импульсном разряде в парах цезия. Кривая 1 демонстрирует проявление ослабления линий аналогичного тому, о котором свидетельствует рис. 8.9. Кривая 2 соответствует принципу спектроскопической устойчивости. Она построена с коррекцией обработки наблюдений, необходимой из-за сильного уширения линий и конечности спектральных ширин щелей монохроматора по сравнению с полушириной регистрируемой линии.

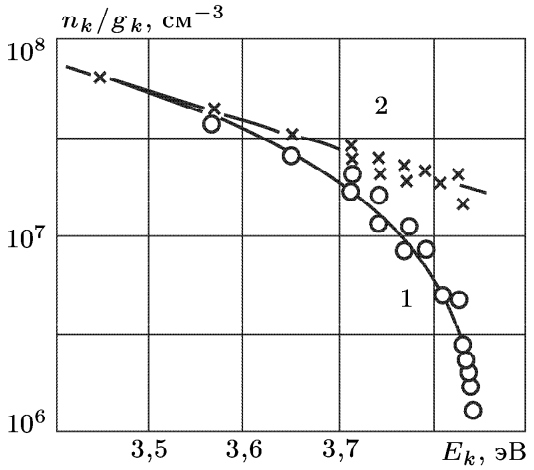


Рис. 8.10. Измеренная заселенность атомных уровней в плазме цезия, $n_e = 9{,}7 \cdot 10^{13}$ см$^{-3}$, $kT = 0{,}274$ эВ [41]: 1 — без коррекции; 2 — с коррекцией на уширение линий и ширину щелей

В работе [42] было предположено, что с повышением плотности спектроскопическая устойчивость будет теряться, плотность сил осцилляторов перестанет сохраняться, и это должно проявиться в наблюдениях. В умеренно неидеальной плазме убедительных свидетельств потери спектроскопической устойчивости не найдено. В то же время в [43–45] доказано, что в приближении парного взаимодействия этот принцип нарушаться не может. Отклонения от него должны быть связаны с эффектами многочастичного взаимодействия, например, с корреляцией зарядов в плазме или динамическими эффектами. Любая замена многочастичного описания явным образом неким эффективным потенциалом парного взаимодействия ведет к спектроскопической устойчивости.

Приведем, следуя [44], доказательство спектроскопической устойчивости в рамках модели с центральным эффективным потенциалом.

Эффективный потенциал — это кулоновскйй потенциал с деформированным некоторым образом хвостом, что учитывает влияние окружающих частиц. Рассмотрим усредненную плотность сил осцилляторов спектральной серии $df/dE = f_n dn/dE$.

Допустим, что в области локализации волновой функции нижнего состояния влиянием внешних возмущений можно пренебречь. При плотностях плазмы $n_e \leqslant 10^{19}$ см$^{-3}$ это приближение представляется разумным в отношении лаймановской и бальмеровской серий. Тогда в указанной области (области существенного интегрирования в дипольном матричном элементе) волновая функция верхнего состояния с энергией E запишется в виде обычной регулярной кулоновской функции, но с некоторым дополнительным нормирующим множителем $B(E)$, который зависит от характера возмущения хвоста потенциала. Следовательно силы осциллятора отличаются от соответствующих кулоновских значений квадратом этого множителя, $f_n = f_{n\mathrm{C}} B^2(E)$.

В результате возмущения изменится также плотность состояний dn/dE. Таким образом,

$$df/dE = (df_{\mathrm{C}}/dE)\, B^2\, (dn/dE)\, (dn_{\mathrm{C}}/dE)^{-1}\,.$$

В квазиклассическом приближении легко показать, что отсюда следует

$$df/dE = df_{\mathrm{C}} dE. \tag{8.20}$$

Действительно, нормированная квазиклассическая волновая функция связанного состояния имеет вид

$$\psi = ap^{-1/2} \cos\left((h/2\pi) \int_{r_1}^{r_2} p dr' - \beta \right), \quad a = (2m\Omega/\pi)^{1/2}\,,$$

где p — квазиклассический импульс; Ω — частота классического периодического движения между точками поворота r_1 и r_2; β — некоторая фаза. Следовательно, $B^2 = (a/a_{\mathrm{C}})^2 = \Omega/\Omega_{\mathrm{C}}$. Плотность состояний — это обратное расстояние между уровнями ΔE^{-1}, но из правила квантования Бора-Зоммерфельда легко получить $\Delta E = \hbar\Omega$. Значит, $dn/dE = (\hbar\Omega)^{-1}$ и, следовательно, $B^2\, (dn/dE)\, (dn_{\mathrm{C}}/dE)^{-1} = 1$. В результате получим соотношение (8.20), которое говорит о спектроскопической устойчивости спектральной серии.

На непрерывный спектр проще всего распространить полученный результат, поместив атом в замкнутый сферический объем большого радиуса R. Тогда реализуется только дискретный спектр и соотношение (8.20) автоматически распространяется на любые значения энергии. Переходя к пределу $R \to \infty$, можно заключить, что (8.20) справедливо выше порога фотоионизации.

Принцип спектроскопической устойчивости, как следствие унитарности преобразования конечных или начальных состояний [46], был доказан в [44] для микрополевой модели, т. е. для атома, находящегося в постоянном однородном (в масштабе атома) внешнем поле.

В работе [45] расчет припороговых спектров водорода был проведен в рамках микрополевой модели без обычного их деления на дискретную и непрерывную компоненты и без предположения о спектроскопической устойчивости. Спектр представляется в виде единого континуума, штарковские резонансы в котором образуют линии. Таким образом, спектроскопическая устойчивость в микрополевой модели получена расчетом, а не введена в него. На рис. 8.11 эксперимент сопоставлен с теорией.

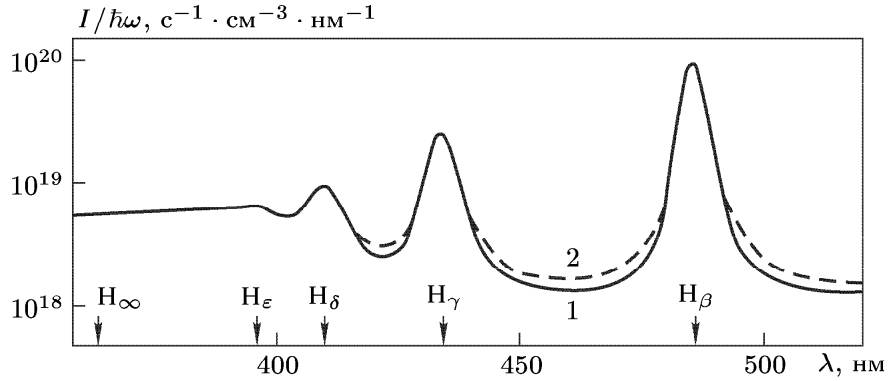


Рис. 8.11. Спектр излучения водородной плазмы, $n_e = 9{,}3\cdot10^{16}$ см$^{-3}$, $T = 1{,}41\cdot10^4$ К [45]: 1 — эксперимент [47]; 2 — расчет [45]

§ 8.6. Непрерывные спектры сильнонеидеальной плазмы

Учет влияния малой неидеальности на непрерывный спектр осуществляется в рамках идеологии спектроскопической устойчивости. Выяснено, что в водороде при $n_e \leqslant 7\cdot10^{18}$ см$^{-3}$ других проявлений неидеальности не наблюдается [48–50] (рис. 8.12). Кулоновская плотность сил осциллятора хорошо согласуется с «экспериментальной». Последняя извлечена из результатов измерения коэффициента поглощения бальмеровского континуума импульсного газового разряда.

Имеется, однако, ряд работ, в которых измеренный коэффициент поглощения в непрерывных спектрах плазмы аргона и ксенона при частотах выше пороговых оказывается несколько меньше рассчитанного по формулам § 8.2 [42]. По-видимому, впервые об этом сообщалось в [51, 52], где измерения были выполнены в ксеноне при $n_e \geqslant 10^{18}$ см$^{-3}$. На рис. 8.13 приведены результаты более поздних измерений коэффициента поглощения (в расчете на один атом), выполненных в трехкамерной пневматической ударной трубе в ксеноне [53].

Они сопоставлены с идеально-плазменным расчетом, который при $n_e = 3{,}8 \cdot 10^{19}$ см$^{-3}$ хорошо согласуется с результатами измерений.

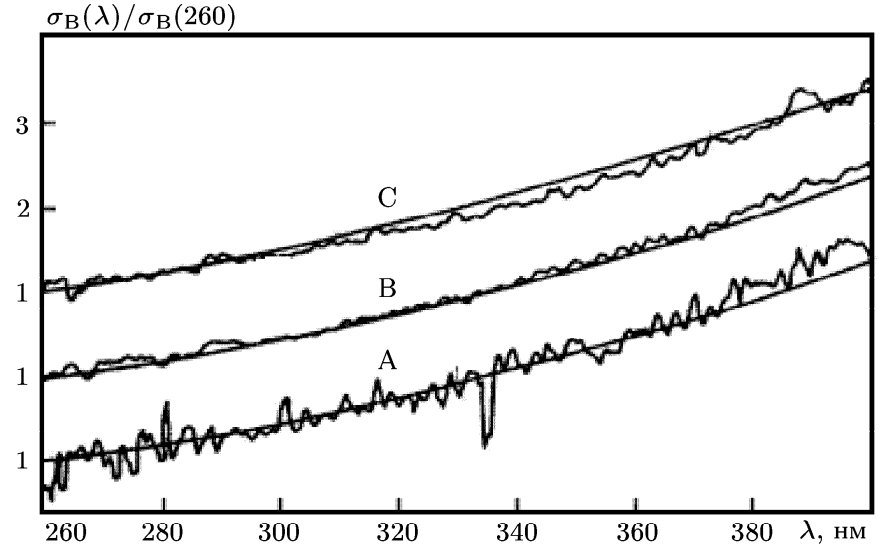


Рис. 8.12. Плотность сил осциллятора бальмеровского континуума, $\sigma_B(\lambda)$, нормированная на свое значение на длине волны $\lambda = 260$ нм [48]. Экспериментальные кривые отражают наличие шумов в плазме, теоретические — гладкие. Значения параметров плазмы: A — $T = 1{,}5 \cdot 10^4$ K, $p = 26$ кПа, $n_e = 5 \cdot 10^{16}$ см$^{-3}$; B — $T = 2{,}15 \cdot 10^4$ K, $p = 340$ кПа, $n_e = 5{,}4 \cdot 10^{17}$ см$^{-3}$; C — $T = 1{,}9 \cdot 10^4$ K, $p = 426$ кПа, $n_e = 7 \cdot 10^{17}$ см$^{-3}$

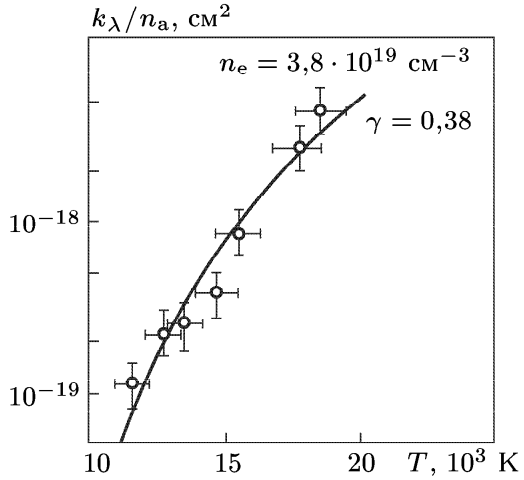


Рис. 8.13. Коэффициент поглощения ксенона в непрерывном спектре в расчете на один атом: точки — результаты измерений, $\lambda = 444$ нм [53]; кривая — расчет

С целью обнаружения эффектов плазменной неидеальности в аргоне был реализован широкий и непрерывно меняющийся диапазон параметров от изученных ранее состояний с $n_e \leqslant 10^{18}$ см$^{-3}$, $\Gamma \leqslant 0{,}3$

до высоких параметров с $n_e \leqslant 2 \cdot 10^{20}$ см$^{-3}$, $p \sim 0{,}5$ ГПа, где сильная неидеальность ($\Gamma = 1$–6) могла бы вызвать качественное изменение радиационных характеристик плазмы [54]. Однако интерпретация результатов этих измерений впоследствии была пересмотрена ее авторами [55]. Более высокие концентрации зарядов были реализованы в экспериментах по отражению излучения от фронта ударной волны [56, 57].

Коэффициент отражения электромагнитного излучения R идеальной сильно ионизованной плазмы можно вычислить с помощью формулы Френеля [58]

$$R = \left| \frac{\sqrt{\varepsilon(\omega)} - 1}{\sqrt{\varepsilon(\omega)} + 1} \right|^2, \tag{8.21}$$

где $\varepsilon = 1 - i4\pi\sigma/\omega$ — диэлектрическая проницаемость плазмы, и формулы Друде для электропроводности:

$$\sigma = \frac{\omega_p}{4\pi\nu} \frac{1}{1 + i\omega/\nu}, \tag{8.22}$$

где $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_e/m}$ — плазменная частота, а ν — электронная частота столкновений.

В пределе $\nu/\omega \to 0$ имеет место полное отражение электромагнитного излучения при частотах ниже плазменной $\omega \leqslant \omega_p$. Оно наступает, когда при заданной частоте концентрация электронов становится выше значения, которое в этой области исследований называют критическим, $n_c = m\omega^2/4\pi e^2$. Характерные зависимости коэффициента отражения плазмы от электронной концентрации приведены на рис. 8.14. Крутизна зависимости коэффициента отражения в области критической концентрации определяется отношением ν/ω. При малых частотах столкновений, когда наблюдается четкая ступенька у зависимости R от n_e, меняя частоту зондирующего излучения, можно определить концентрацию электронов в плазме. В неидеальной плазме зависимость коэффициента отражения от электронной концентрации носит более сложный характер и содержит новую информацию о свойствах вещества.

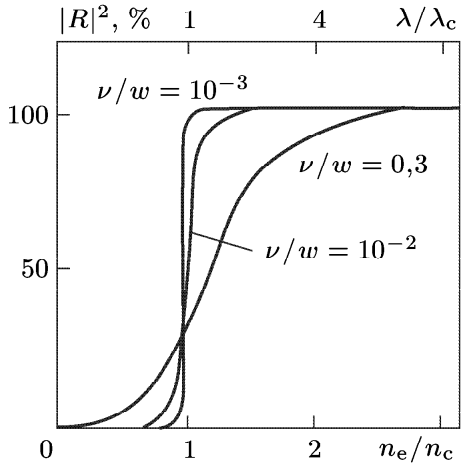


Рис. 8.14. Зависимость коэффициента отражения идеальной сильно ионизованной плазмы от электронной концентрации при различных значениях относительной частоты столкновений [59]

Измерения коэффициента отражения электромагнитного излучения с длиной волны 1,06 мкм были выполнены в ударно-волновых экспериментах, где создавалась плазма ксенона с $n_e \sim (2\text{–}9)\cdot 10^{21}$ см$^{-3}$ ($0{,}5 \leqslant \rho \leqslant 4$ г$\cdot$ см$^{-3}$, $T \geqslant 3\cdot 10^4$ K). Указанные состояния вещества получались путем сжатия и необратимого разогрева исследуемой среды во взрывном генераторе прямоугольных ударных волн. Схема установки приведена на рис. 8.15.

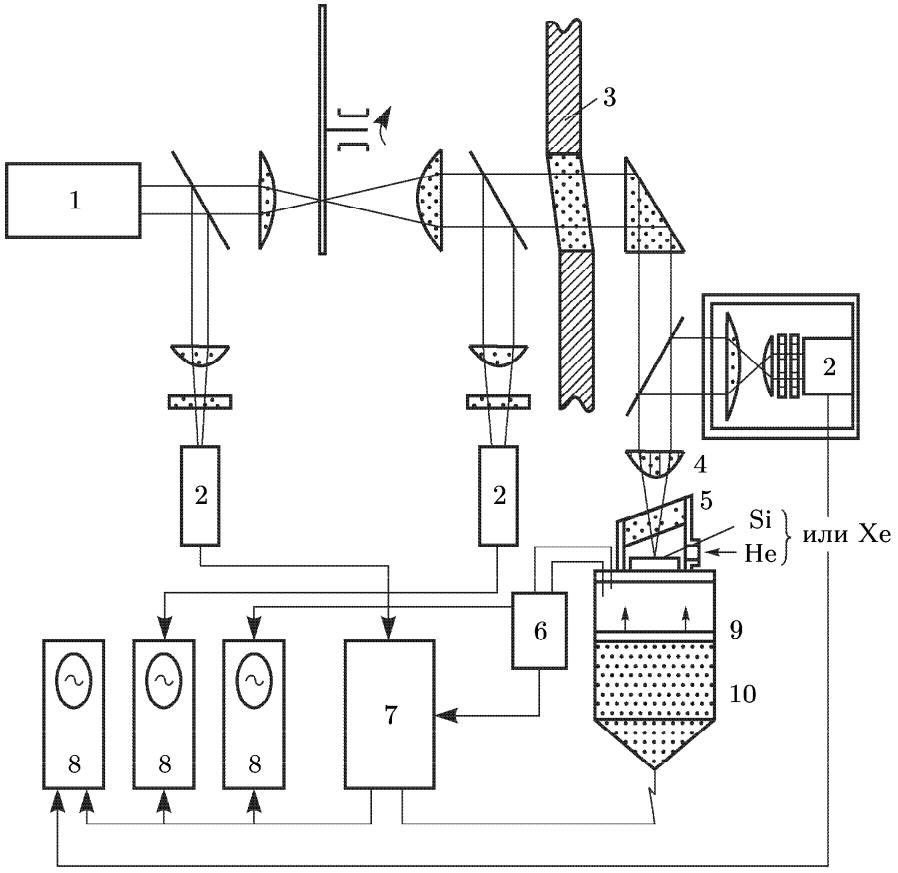


Рис. 8.15. Схема установки для измерения коэффициента отражения ударно-сжатой плазмы [59]: 1 — лазер, 2 — фотоумножитель, 3 — взрывная камера, 4 — кольцевая линза, 5 — кювета, 6 — генератор импульсов, 7 — блок задержек, 8 — осциллографы, 9 — ударник, 10 – конденсированные взрывчатые вещества (КВВ)

Ввиду значительного собственного теплового излучения ударно-сжатой плазмы зондирующий луч создавался импульсным (10^{-8} с) лазером на алюмиттриевом гранате, дающем высокую спектральную яркостную температуру ($T \sim 6\cdot 10^7$ K) и малую угловую расходимость светового потока. Лазерная система была снабжена затвором Поккельса с электронным управлением, позволяющим синхронизировать взрывную генерацию и лазерное зондирование с точностью не хуже 10^{-8} с. Коэффициент оптического отражения плазмы R опре-

делялся путем сравнения интенсивностей падающего и отраженного в апертуру приемной кольцевой линзы излучения.

Анализ пространственной структуры ионизирующей ударной волны показал, что существуют три характерные зоны, которые поразному могут влиять на распространение электромагнитной волны (рис. 8.16). Наличие сильно разогретой плазмы за фронтом ударной волны приводит к интенсивному лучистому теплообмену с покоящимся газом перед фронтом ударной волны, что вызывает его нагрев и ионизацию (зона I — «предвестник»). Оценки показали [59], что в условиях обсуждаемых экспериментов «предвестник» не влияет на распространение излучения. Структура фронта ударной волны (зона II) определяется релаксационными процессами в плазме. Соответствующие оценки показали, что ширина фронта ударной волны d имеет порядок 10^{-5} см, что на порядок меньше длины волны излучения λ. Это дает основание считать, что отражение лазерного излучения обусловлено свойствами плазмы за фронтом ударной волны (зона III). Условие $d \ll \lambda$ позволяет использовать формулу Френеля (8.21).

Рис. 8.16. Схема, показывающая возможные зоны отражения излучения

Для определения термодинамических параметров ударно-сжатого вещества в каждом эксперименте электроконтактным базисным методом фиксировалась скорость движения фронта ударной волны и скорость подлета металлического ударника. Измеренные значения скоростей совместно с законами сохранения использовались для определения давления, плотности, внутренней энергии и ионизационного состава плазмы.

Результаты измерений коэффициента отражения в ксеноне [56, 57] представлены на рис. 8.17. Измерениями охвачен широкий диапазон давлений (1,6–17 ГПа) и плотностей (0,5–4 г $\cdot$ см$^{-3}$), превосходящих в несколько раз плотность ксенона в критической точке (1,1 г $\cdot$ см$^{-3}$). В этих условиях реализуется сильно разогретая плазма ($T \sim 3 \cdot 10^4$) со значительным кулоновским взаимодействием ($\gamma \sim 1$). Электронная концентрация превосходит критическую для $\lambda = 1{,}06$ мкм величину $n_c = 10^{21}$ см$^{-3}$. Коэффициент отражения достигает больших величин (около 50%), близких к значениям, характерным для металлов. Из рис. 8.17 видно, что отсутствует характерная ступенька в зависимости R от n_e, которая была бы в случае разреженной слабо неидеальной плазмы. Результаты измерений указывают на переход плазмы

по мере роста неидеальности из слабоотражающего состояния (идеальная плазма) в состояние с хорошей зеркальностью (неидеальная плазма). Переход реализуется в диапазоне $\gamma \approx 1$ и $\omega/\omega_p \approx 1$ и не может быть описан в рамках какой-либо одной теоретической модели. Кривые, показанные на рис. 8.17, представляют собой экстраполяции в область перехода выражений, справедливых для идеальной плазмы (кривая 1 — экстраполяция из области, где $\gamma \ll 1$ и $\omega_p \ll \omega$) и для сильнонеидеальной плазмы (кривая 2 — экстраполяция из области, где $\gamma \gg 1$ и $\omega_p \gg \omega$). Расчет коэффициента отражения в [60] проводился по формулам (8.21) и (8.22).

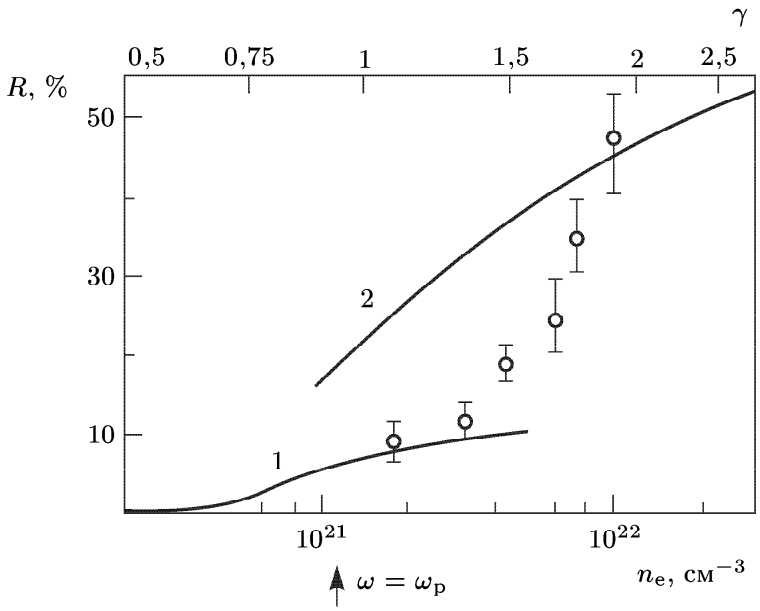


Рис. 8.17. Коэффициент отражения от неидеальной ксеноновой плазмы: эксперимент [54, 55] — точки; расчет [60]: 1 — экстраполяция из области $\gamma \ll 1$; 2 — экстраполяция из области $\gamma \gg 1$

Простейшие оценки показывают, что наилучшее согласие с рассматриваемым экспериментом могло бы быть достигнуто при сквозном использовании формул (8.21) и (8.22), если принять, что $\nu/\omega \approx 2$. Столь большая величина свидетельствует о том, что описываемая система характеризуется столь сильными межчастичными взаимодействиями, что даже применимость модели Друде, сама по себе, вызывает сомнение. Можно предполагать, что уже реализуется существенная перестройка спектра подобно тому, что имеет место в легкокипящих металлах при переходе металл–диэлектрик при близких безразмерных параметрах веществ (см. следующий параграф этой главы).

В работе [61] было измерено отражение лазерного излучения от расширяющейся алюминиевой плазмы, образующейся после выхода мощной лазерной ударной волны на свободную поверхность. Недавно коэффициент отражения был измерен [62] и проанализирован [63]

в ударно-сжатом дейтерии при давлениях 17–50 ГПа. Во всех этих экспериментах, как и в [56, 57], были зафиксированы высокие значения коэффициентов отражения.

Теория тормозного и рекомбинационного излучения неидеальной многократно ионизованной плазмы [64–67] учитывает возрастающее влияние на излучение усиления межионной корреляции и экранирования по мере роста параметров межионной и электрон–ионной неидеальности. Одним из обсуждаемых эффектов, реализуемых в плазме с многозарядными ионами, является подавление излучения на низких частотах, где оно становится менее интенсивным, нежели вычисленное по формулам Крамерса. Это подавление излучения обусловлено тем, что участки траекторий электронов, на которых излучаются низкие частоты, в сильно коррелированной кулоновской системе вообще не реализуются. Характерная частота, ниже которой можно ожидать существенных изменений в континууме, дается выражением [66]

$$\omega \leqslant \omega^* \gamma_{\mathrm{ei}}^{3/2}, \tag{8.23}$$

где $\omega^* = (6\pi e^2 n_{\mathrm{e}}/m)^{1/2}$ — частота, близкая к плазменной; γ_{ei} — параметр электрон–ионного взаимодействия. Эффекты такого рода проявляются, как полагают авторы, в экспериментах [54, 56, 61].

§ 8.7. Перестройка непрерывных спектров легкокипящих металлов при переходе металл–диэлектрик

Результатом сильной неидеальности может стать качественная перестройка спектра излучения и поглощения. Такие условия достигаются в области перехода ряда металлов из газообразного плазменного состояния в жидкометаллическое. В предыдущих главах указывалось, что при этом переходе вещество проходит состояния сильнонеидеальной плазмы. У легкокипящих металлов — ртути и щелочных металлов, это явление протекает при низких температурах, близких к 2000 К. В этом параграфе обсуждаются параметры сильнонеидеальной плазмы, реализуемые при этих условиях.

Результаты измерения частотных зависимостей коэффициентов оптического поглощения и отражения ртути в области перехода диэлектрик–металл были представлены в гл. 2. Рисунок 2.16 демонстрирует изменения коэффициента отражения оптического излучения. Зависимости, типичные для металла, получены при $\rho \geqslant 12$ г $\cdot$ см$^{-3}$. Коэффициент отражения R при низких частотах достигает 90%. По мере уменьшения плотности R уменьшается, при этом меняется зависимость от частоты. При плотностях ниже 9 г$\cdot$см$^{-3}$ закритическая ртуть переходит в неметаллическое состояние, и это

отражается на зависимости $R(\omega)$, которая приобретает максимум, что характерно для вещества, имеющего энергетическую щель [68].

Частотная зависимость коэффициента поглощения ртути при докритических плотностях (см. рис. 2.15) уже ничем не напоминает металлическую, равно как и ту, которая характеризует известную всем низкотемпературную плазму ртути. Во-первых, выделяется резкий край широкой полосы поглощения, сдвигающийся в красную сторону с ростом плотности. А при низких частотах ($\hbar\omega \leqslant 1$ эВ) с ростом плотности и уменьшением температуры зависимость $k(\omega)$ выходит на плато. Обсудим эти две основные особенности $k(\omega)$, из которых вторая присуща только этому состоянию вещества.

Оптический переход между двумя уровнями атома в газе вызывает поглощение в спектральной линии. Зависимость коэффициента поглощения от частоты определяется процессами взаимодействия, возмущающими верхний и нижний уровни.

Можно считать, что высокочастотная компонента спектра плотной ртути представляет собой край сильно уширенной полосы, возникающей при переходах из основного $6s$-состояния атомов ртути в экситонные состояния. Эти экситонные состояния возникают в результате эволюции первых возбужденных состояний ($6p$ и $7s$) атомов ртути при их взаимодействии со средой, т. е. с флуктуациями плотности атомов, находящихся в основном состоянии [69]. Такие взаимодействия, во-первых, уменьшают $\Delta E_{\text{опт}}$ — минимальную энергию возбуждения, так называемую оптическую щель (для изолированного атома ртути она равна $E_{\text{обм}} = 4{,}8$ эВ). Во-вторых, полоса поглощения сильно уширяется, ибо в результате взаимодействия с излучением электрон, перейдя на большую орбиту, оказывается в кластере, содержащем с довольно широким разбросом то или иное число атомов. Таким образом, плотность состояний связанного электрона определяется в первую очередь взаимодействием с этими атомами. В первом приближении

$$\rho(\hbar\omega) \sim \exp[-(\hbar\omega - \Delta E_{\text{опт}})^2/\Delta E_{\text{t}}^2], \tag{8.24}$$

где ΔE_{t} — полуширина полосы поглощения. Очевидно, что величины $\Delta E_{\text{опт}}$ и ΔE_{t}, деленные на среднее число атомов, с которыми взаимодействует связанный электрон, должны быть порядка 0,1 эВ (именно таков масштаб энергии взаимодействия электрона с атомом ртути). В предположении $k(\omega) \sim \rho(\hbar\omega)$, в [69, 70] были выполнены оценки путем подгонки под наблюдаемое значение $k(\omega)$ (см. рис. 2.16). Значения $\Delta E_{\text{опт}}$ и ΔE_{t}, взятые на один атом, составляют 0,37 и 0,18 эВ.

Экспериментальные данные позволили [71, 72] построить зависимость $\Delta E_{\text{опт}}$ от плотности (см. рис. 2.13). Она хорошо экстраполируется при низких плотностях к значению энергии возбуждения атома ртути $E_{\text{обм}}$. Щель $\Delta E_{\text{опт}}$ закрывается при $\rho = \rho_{\text{c}}$, т. е. при той же

плотности, что и транспортная щель ΔE. Таким образом, высокочастотная компонента спектра получила убедительную интерпретацию.

Перейдем к обсуждению низкочастотного плато коэффициента поглощения. Характер плотностной и температурной зависимости явно указывал, что это новый оптический процесс, возникший в плотной неметаллической среде. Результаты дополнительных измерений, представленные на рис. 8.18, позволили заключить [73], что плато возникает в результате поглощения излучения заряженными кластерами. Интенсивность этой новой полосы возрастает с ростом ρ и уменьшением T. Такая же зависимость концентрации заряженных кластеров (см. §4.3). Очевидно, что полоса поглощения должна находиться в окрестности собственной частоты электрона [74].

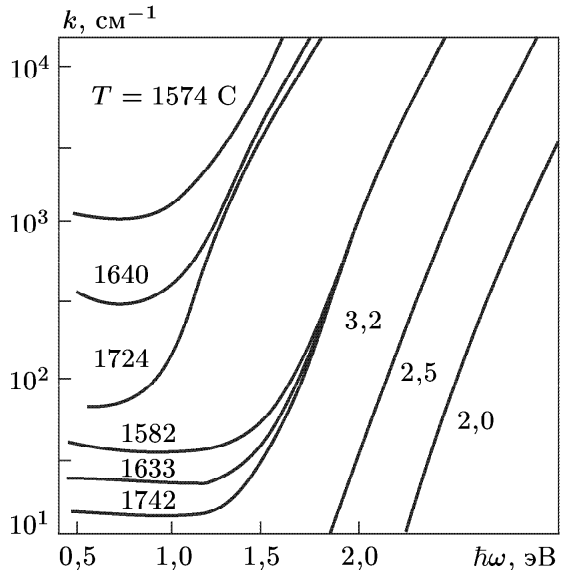


Рис. 8.18. Коэффициент оптического поглощения ртути [73], $\rho = 4$ г $\cdot$ см$^{-3}$

Авторы работы [75] вычислили высокочастотную проводимость $\sigma(\omega)$ теми же методами, которые были использованы при исследовании удельной статической электропроводности $\sigma(0)$ (см. гл. 6). Полученные результаты качественно описывают зависимости, представленные на рис. 8.19.

Рассмотрим поведение диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$ в области перехода металл–диэлектрик. Зависимость $\varepsilon(\omega)$ может быть получена при обработке экспериментальных коэффициентов пропускания и отражения [67, 76–78]. В [76] продемонстрированы возможности сравнительно простого подхода, основанного на аппроксимации оптических свойств вещества набором классических осцилляторов:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_{\mathrm{r}} + i\varepsilon_{\mathrm{i}} = 1 - \frac{\nu_{p0}^2}{\omega(\omega + i\Gamma_0)} - \sum_{l \geqslant 1} \frac{f_l \nu_l^2}{\omega(\omega + i\Gamma_l) - \nu_l^2}. \qquad (8.25)$$

Здесь f_l, ν_l, Γ_l — сила осциллятора, частота и ширина полосы l-го осциллятора. Первые два члена в правой части (8.25) соответствуют модели Друде в жидкометаллической области. Последующие, осцилляторные члены станут существенными, когда в энергетическом спектре появится щель или аналогичная ей особенность в плотности электронных состояний. Значения параметров ν_{p_0}, ν_l, Γ_l, f_l подбираются для каждой точки на диаграмме $\{\rho, T\}$ так, чтобы расчетные кривые как можно ближе аппроксимировали экспериментальные. Из рис. 2.16 следует, что это с успехом удается сделать с использованием трех резонансных членов в (8.25), $l \leqslant 3$. Тем самым найдены ν_{p_0}, ν_l, Γ_l, f_l, и можно вычислить зависимости от частоты $\varepsilon_{\text{г}}(\omega)$ и $\sigma(\omega)$.

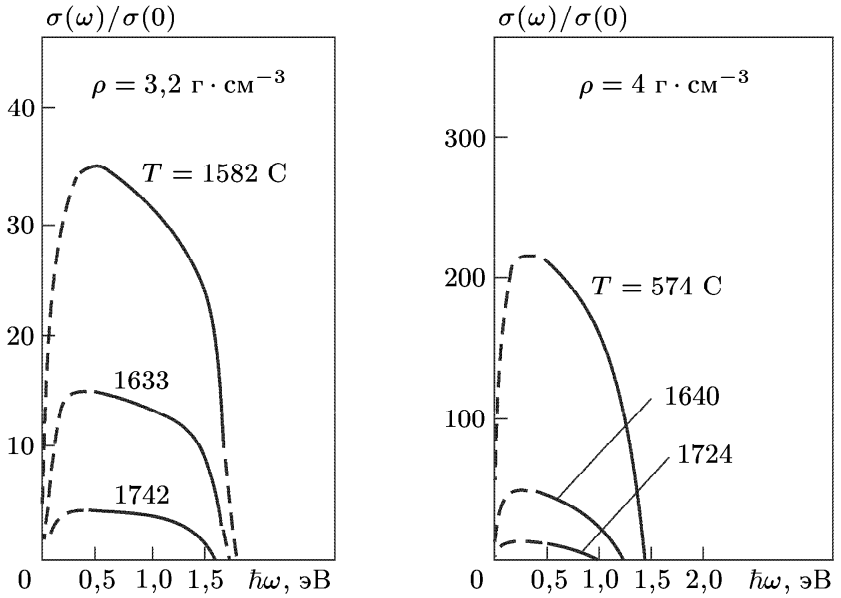


Рис. 8.19. Отношение проводимостей $\sigma(\omega)/\sigma(0)$ для газообразной плотной ртути при различных температурах и плотностях [73]

На рис. 8.20 представлены расчетные кривые $\sigma(\omega)$. При $\rho \geqslant 12$ г $\cdot$ см$^{-3}$ они вполне соответствуют приближению почти свободных электронов (модель Друде). Но уже при 11 г $\cdot$ см$^{-3}$ наблюдаются качественные изменения, свидетельствующие о частичной потере металлических свойств. При $\rho < 8$ г $\cdot$ см$^{-3}$ величина $\nu_{p_0}^2$ исчезает вообще, и $\sigma(\omega)$ целиком описывается резонансными членами. Это означает, что переход «металл–неметалл» уже завершен. Величины $\sigma(\omega)$ непосредственно связаны с $k(\omega)$, и, действительно, оказывается, что значения $\sigma(\omega)$ на изохоре 5 г $\cdot$ см$^{-3}$, представленные на рис. 8.20, хорошо согласуются с $\sigma(\omega)$, полученными из $k(\omega)$ на рис. 2.15. Далее отметим, что удельная статическая электропроводность $\sigma(0) = \nu_{p_0}^2/(4\pi\nu_0)$ хорошо согласуется с результатами статических измерений (показаны стрелками на рис. 8.20).

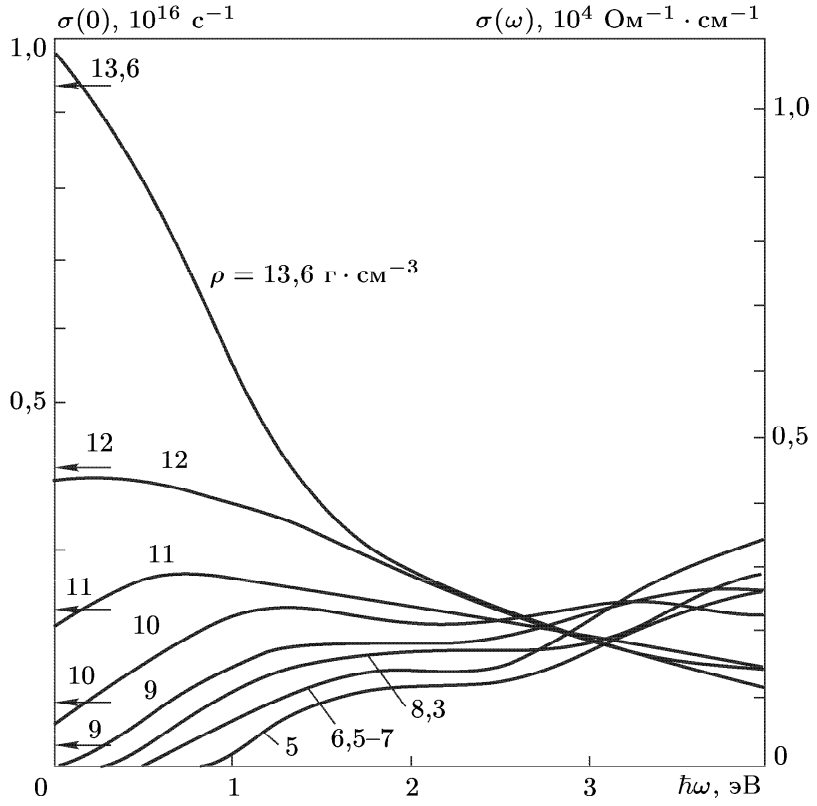


Рис. 8.20. Зависимость удельной электропроводности ртути от частоты, полученная по экспериментальным данным для тех же плотностей, что и на рис. 2.16

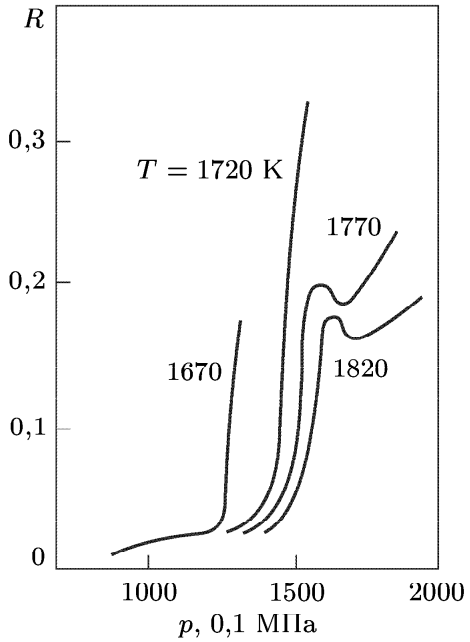


Рис. 8.21. Изотермы коэффициента отражения ртути на длине волны 650 нм [79]

Возможно, наиболее интересные результаты были получены при низких плотностях в плотной плазме паров ртути [71, 77, 79] (рис. 8.21). Коэффициент отражения аномально возрастает при плотностях, больших 3 г$\cdot$см$^{-3}$. Соответственно в этой же, еще далекой от критической, области сильно возрастает ε_{r}, а зависимость $\varepsilon_{\text{r}}(p)$ проходит через максимум. Эта зависимость не соответствует формуле Клаузиуса–Мосотти, указывающей на плавное и небольшое нарастание ε_{r} до 1,6. Вместо этого в узком интервале плотностей ε_{r} проходит через максимум, возрастая примерно в 4 раза при тех плотностях, когда появляется плато $k(\omega)$. Последнее позволяет предположить, что диэлектрическая аномалия также связана с переходом заряженных частиц в кластеризованные состояния. Белее того, появляются основания считать, что вблизи линии насыщения паров кластеры действительно металлизируются, что из общих соображений уже предполагалось ранее (см. §4.3). Если это так, то вещество представляет собой неупорядоченную двухфазную среду, в которой жидкометаллическая фаза — это мелкодисперсные капельки, стабилизированные зарядами.

Литература

1. *Биберман Л.М., Норман Г.Э.* // УФН. 1967. Т. 91, № 2. С. 193–246.
2. *Авилова И.В., Биберман Л.М., Воробьев В.С. и др.* // Оптические свойства горячего воздуха / Под ред. Бибермана Л.М. — М.: Наука, 1970.
3. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. — М.: Наука, 1987.
4. *Wiese W., Smith M., Glennon B.* Atomic transitions Probabilities. — Washington: NBS, N3RDS, 1966.
5. *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Наука, 1966.
6. *Дьячков Л.Г.* // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Вводный том 1 / Под ред. Фортова В.Е. — М.: Наука, 2000. С. 391–400.
7. *Грим Г.* Спектроскопия плазмы: Пер. с англ. — М.: Атомиздат, 1969.
8. *Грим Г.* Уширение спектральных линий в плазме: Пер. с англ. — М.: Атомиздат, 1976.
9. *Баранже М.* // Атомные и молекулярные процессы / Под ред. Бейтса Д. Пер. с англ. — Мир, 1964. С. 429–477.
10. *Лисица В.С.* // УФН. 1977. Т. 122, № 3. С. 449–496.
11. *Лисица В.С.* // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Вводный том 1 / Под ред. Фортова В.Е. — М.: Наука, 2000. С. 366–376.
12. *Klein P., Meiners D.* // JQSRT. 1977. Vol. 17, N 2. P. 197–204.
13. *Дьячков Л.Г.* // Оптика и спектроскопия. 1996. Т. 81, № 6. С. 855–862.
14. *D'yachkov L.G., Kurilenkov Y.K., Vitel Y.* // JQSRT. 1998. V. 59, N 1/2. P. 53–64.
15. *Дьячков Л.Г., Кобзев Г.А.* // Химия плазмы / Под ред. Смирнова Б.М. — М.: Атомиздат, 1981. Вып. 8. С. 122–155.
16. *Кобзев Г.А.* Оптические свойства воздушной плазмы, $T = 2 \cdot 10^4$–$3 \cdot 10^6$ К // Препринт ИВТ АН СССР № 10134. — М., 1984.
17. *Griem H.R.* // Contrib. Plasma Phys. 2000. Vol. 40, № 1. P. 46–56.
18. *Tsarikis G.D., Eidman K.* // JQSRT. 1987. Vol. 38, № 5. P. 353–368.
19. *Truong-Bach, Richou J., Lesage A., Miller M.H.* // Phys. Rev. A. 1981. Vol. 24, № 5. P. 2550–2555.
20. *Kettlitz M., Radtke R., Spanke R., Hitzschke L.* // JQSRT. 1985. Vol. 34, № 3. P. 275–282.
21. *Günter K., Hess H., Radtke R.* // 17^{th} Intern. Conf. Phenom. Ionized Gases. Invited Lectures. — Budapest, 1985. P. 68–82.
22. *Sechenov V.A., Novikov V.N.* // 18^{th} Intern. Conf. Phenom. Ionized Gases, Contributed Papers. — Swansea, 1987. Vol. 1. P. 242–243.
23. *Armstrong B.H.* // JQSRT. 1964. Vol. 4, № 4. P. 207–214.
24. *Воробьев В.С.* // ТВТ. 1978. Т. 16, № 3. С. 464–472.
25. *Батенин В.М., Минаев А.В.* // Химия плазмы / Под ред. Смирнова Б.М. — М.: Атомиздат, 1975. Вып. 2. С. 199–221.
26. *Севастьяненко В.Г.* Препринт № 30 и № 32. — Новосибирск: Изд. ИТПМ СО АН СССР, 1980.

27. *Эккер Г.* Теория полностью ионизованной плазмы: Пер. с англ. — М.: Мир, 1974.
28. *D'yachkov L.G.* // Transport and Optical Properties of Nonideal Plasma. / Eds. Kobzev G.A., Iakubov I.T., Popovich M.M. — N.Y.: Plenum Press, 1995. P. 177–213.
29. *Tighe R.J., Hooper C.F.* // Phys. Rev. A. 1977. Vol. 15, № 4. P. 1773–1779.
30. *Iglesias C.A., Lebowitx J.L., MacGowan G.* // Phys. Rev. A. 1983. Vol. 28, № 3. P. 1667–1672.
31. *Dharma-Wardana M.W.C., Perrot F.* // Phys. Rev. A. 1986. Vol. 33, № 5. P. 3303–3314.
32. *Куриленков Ю.К., Филинов В.С.* // ТВТ. 1976. Т. 14, № 4. С. 657–667.
33. *Куриленков Ю.К., Филинов В.С.* // ТВТ. 1980. Т. 18, № 3. С. 433–442.
34. *Беспалов В.Е., Кулиш М.И., Фортов В.Е.* // ТВТ. 1986. Т. 24, № 5. С. 995–997.
35. *Jones D.W., Musiol K., Wiese W.L.* Spectral Line Shapes. — N.Y.: Walter de Gruyter, 1983. Vol. 2.
36. *Boder L., Tankin R.S.* // JQSRT. 1970. V. 10, № 9. P. 991–1000.
37. *Unsold A.* // Z. Astrophys. 1948. Vol. 24. P. 355.
38. *Дьячков Л.Г.* // ТВТ. 1997. Т. 35, № 5. С. 823–826.
39. *D'yachkov L.G.* // JQSRT. 1998. V. 59, № 1/2. P. 65–69.
40. *Gündel H.* // Beitr. Plasma Phys. 1971. Bd. 1, № 1. S. 1–12.
41. *Антонов Е.Е., Попович В.И.* // 6-я Всесоюзная конференция по физике низкотемпературной плазмы. Тезисы докладов. — Л.: изд. ЛИЯФ, 1983. Т. 2, С. 272–275.
42. *Кобзев Г.А., Куриленков Ю.К., Норман Г.Э.* // ТВТ. 1977. Т. 15, № 1. С. 193–196.
43. *Höhe F.E., Zimmermann R.* // J. Phys. B. 1982. Vol. 15, № 15. P. 2551–2561.
44. *Дьячков Л.Г.* // Оптика и спектроскопия. 1986. Т. 61, № 4. С. 688–692.
45. *Дьячков Л.Г., Кобзев Г.А., Панкратов П.М.* // Оптика и спектроскопия. 1987. Т. 63, № 2. С. 250–255.
46. *Левинсон И.Б., Никитин А.А.* // Руководство по теоретическому вычислению интенсивности линий в атомных спектрах. — Л.: Наука, 1962. С. 48.
47. *Wiese W.L., Kellecher D.S., Paquette D.R.* // Phys. Rev. A. 1972. Vol. 6, № 3. P. 1132–1141.
48. *Radtke R., Günter K.* // Beiter. Plasma Phys. 1986. Bd. 26, № 1. S. 129–151.
49. *Radtke R., Serick F., Spanke R., Zimmermann R.* // J. Phys. D. 1988. Vol. 21, № 3. P. 535–537.
50. *Гаврилова Т.В., Аверьянов В.П., Витель И. и др.* // Оптика и спектроскопия. 1997. Т. 82, № 5. С. 757–764.
51. *Андреев С.И., Гаврилов В.Е.* // Журн. прикл. спектроскопии. 1970. Т. 13, № 6. С. 988–992.
52. *Андреев С.И.* // ЖТФ. 1975. Т. 45, № 5. С. 1010–1118.
53. *Сеченов В.А.* // Физика плазмы. 1981. Т. 7, № 5. С. 1172–1175.
54. *Беспалов В.Е., Грязнов В.К., Фортов В.Е.* // ЖЭТФ. 1979. Т. 76, № 1. С. 140–147.

55. *Кулиш М.И., Грязнов В.К., Квитов С.В. и др.* // ТВТ. 1995. Т. 33, № 6. С. 967–971.
56. *Fortov B.E., Mintsev V.B., Zaporogets Yu. B.* // 3^{rd} Intern. Workshop on Nonideal Plasmas, Biesenthal / Contributed papers / Eds. Radtke R., Hess H. — Berlin: Central Inst. of Electron. Phys., 1984. P. 26–29.
57. *Mintsev V.B., Zaporogets Y.B.* // Contrib. Plasma Phys. 1989. Vol. 29. P. 493.
58. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. — М.: Наука, 1973.
59. *Валуев А.А., Минцев В.Б., Норман Г.Э.* // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Вводный том 1 / Под ред. Фортова В.Е. — М.: Наука, 2000. С. 487–490.
60. *Atrazhev V.M., Iakubov I.T.* // 19^{th} Intern. Conf. Phenom. Ioniz. Gases, Contrib. papers. / Ed. Labat J.M. — Beograd: Univ. of Beograd, 1989. Vol. 1. P. 62–63.
61. *Ng A., Parfeniuk D., DaSilva A.* // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 52, № 13. P. 1595–1598.
62. *Celliers P.M., Collins G.W., DaSilva L.B., et al.* // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84, № 24. P. 5564–5567.
63. *Collins L.A., Bickham S.R., Kress J.D., et al.* // Phys. Rev. B. 2001. Vol. 63, № 18. P. 184110.
64. *Longhvan Kim, Pratt R.H., Tseng H.H.* // Phys. Rev. A. 1985. Vol. 32, № 3. P. 1693–1702.
65. *Totsuju H.* // Phys. Rev. A. 1985. Vol. 32, № 5. P. 3005–3010.
66. *Artem'ev A.A., Iakubov I.T.* // 14^{th} Intern. Symp. Phys. Ionized Gases Contributed papers / Eds. Konjevic N., Tanovic L., Tanovic N. — Sarajevo: Univ. of Sarajevo, 1988. P. 365–368.
67. *Kawakami R., Mima K., Totsuju H., et al.* // Phys. Rev. A. 1988. Vol. 38, № 7. P. 3618–3627.
68. *Ikezi H., Schwarzenegger K., Simons A., et. al.* // Phys. Rev. A. 1978. Vol. 18, № 6. P. 2494–2499.
69. *Bhatt R.N., Rice T.M.* // Phys. Rev. B. 1979. Vol. 20, № 2. P. 466–475.
70. *Popielawski J., Uchtmann H., Hensel F.* // Ber. Bunsenges. Phys. Chem. 1979. Bd. 83, № 2. S. 123–187.
71. *Hefner W., Hensel F.* // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 48, № 15. P. 1026–1029.
72. *Overhoff H., Uchtmann H., Hensel F.* // J. Phys. F. 1976. Vol. 6, № 3. P. 526–537.
73. *Uchtmann H., Hensel F., Overhoff H.* // Philos. Mag. B. 1980. Vol. 42, № 2. P. 583–586.
74. *Храпак А.Г., Якубов И.Т.* // ТВТ. 1971. Т. 9, № 6. С. 1139–1150.
75. *Лагарьков А.Н., Сарычев А.К.* // ТВТ. 1978. Т. 16, № 5. С. 903–913.
76. *Verleur H.W.* // J. Opt. Soc. Amer. 1968. Vol. 58, № 10. P. 1356–1364.
77. *Uchtmann H., Bruisius U., Yao M., et. al.* // Z. Phys. Chem. 1988. Bd. 156, № 1. S. 151–155.
78. *Hefner W., Schmutzler R.W., Hensel F.* // J. de Phys. 1980. T. 41, suppl.; № 8. P. 58–62.
79. *Yao M., Uchtmann H., Hensel F.* // 3^{rd} Intern. Workshop Monideal Plasma. Contrib. Papers. — Berlin: GDR Acad. Sci., 1984. P. 13–16.

Глава 9. МЕТАЛЛИЗАЦИЯ НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

Поведение плазмы водорода и других диэлектриков в условиях экстремально сильных разогрева и сжатия представляет значительный общефизический, а также прагматический интерес для астрофизики и энергетики. Важность для астрофизики следует из того факта, что водород составляет около 90% вещества во Вселенной. Большая часть таких планет-гигантов как Юпитер и Сатурн также состоит из водорода, разогретого и сжатого до давлений в десятки мегабар. При этом знание уравнения состояния и состава водорода, а также его смеси с гелием позволяет рассчитать структуру звезд и планет-гигантов, а определение давления металлизации позволяет оценить размер металлического ядра и, следовательно, величину магнитного поля. Знание уравнения состояния и физических свойств жидкого водорода и его изотопов чрезвычайно важно для успешного решения проблемы управляемого термоядерного синтеза с инерциальным удержанием горячей плазмы. Изучению металлизации диэлектриков при высоких давлениях посвящено значительное количество исследований, стимулированных поисками металлического водорода [1–3] и его возможной высокотемпературной сверхпроводимостью в метастабильном атомарном состоянии [4]. Одна из наиболее ярких идей о возможности существования метастабильной металлической фазы водорода при нулевом давлении была высказана Ю. Каганом и его коллегами [5], предсказавшими возможность существования сильноанизотропной нитевидной структуры. Хотя очевидно, что любой диэлектрик при сжатии должен переходить в проводящее состояние (см., например, расчеты квазиклассическим методом [6]), однако расчет соответствующих давлений и плотностей требует применения самых изощренных методов зонной теории. Эти расчеты, иногда подкрепленные измерениями, показали, что металлизацию следует ожидать в широком диапазоне давлений — от десятков килобар до десятков мегабар, а по мере сжатия металлов могут возникать и квазидиэлектрические среды в Ni [7], Li, Na [8–10]. Поведение веществ при их сжатии является более разнообразным, чем это следует из предельно упрощенных квазиклассических моделей, а изучение электронной структуры сжатого и разогретого вещества в субмегабарном диапазоне является сейчас одной из наиболее «горячих» областей физики конденсированного состояния.

Отметим, что в природе происходит не только металлизация диэлектриков, но и переход металлов в диэлектрическое состояние при

их расширении. Осуществляя изотермическое расширение легкокипящих металлов при сверхкритических давлениях [11, 12] удается непрерывным образом перейти от сильнопроводящего «металлического» до газового «диэлектрического» состояний и установить, что переход металл-диэлектрик происходит в узком диапазоне плотностей, близких (Cs, Rb, K), либо несколько больших (Hg) плотности вещества в критической точке (подробнее см. гл. 6). Для большинства же других металлов, составляющих 80% элементов периодической системы, критические давления и температуры чрезвычайно высоки и недоступны для методов статического эксперимента. Появившиеся в последнее время работы [13, 14] по быстрому электровзрыву металлических проводников при закритических давлениях свидетельствуют, по-видимому, о потере металлической проводимости при значительном (в 5–7 раз) расширении твердых металлов.

В предыдущих главах мы в основном обсуждали свойства плазмы, образующейся с помощью сильного разогрева до температур, сравнимых с потенциалом ионизации атомов ($kT \sim I$). Однако плазма может образовываться не только путем разогрева, но и при низких температурах с помощью сильного сжатия, когда размер атома r_a оказывается сравним с межчастичным расстоянием $n_a^{-1/3}$, путем, так называемой, «холодной» ионизации или ионизации «давлением». И если процессы термической ионизации изучены сегодня достаточно детально [15], то исследование ионизации давлением является значительно более сложным делом, так как речь идет о «холодном» ($kT \ll I$) сжатии плазмы до мегабарных давлений и плотностей, значительно превосходящих твердотельные. В этих условиях электронные оболочки атомов и молекул перекрываются, а характерный уровень электропроводности сопоставим с металлическим. Часто такой режим называют «металлизацией» плазмы, хотя, как показали Ландау и Зельдович [16], Мотт [17] и Хензель [11], отличить металл от диэлектрика можно только по их электронному спектру при $T = 0$, но не по самому уровню электропроводности. Так разреженная плазма токамаков ($n_e \sim n_i \sim 10^{14}$ см$^{-3}$, $kT \sim$ 5–10 кэВ) имеет электропроводность, близкую к электропроводности чистой меди. Сделанные методами зонной теории твердого тела оценки давлений p^* металлизации различных веществ при $T = 0$ относятся к мегабарному диапазону ($p^*_{H_2} \sim 0{,}3$ ТПа [1–5, 18], $p^*_{Xe} \sim 0{,}15$ ТПа [19], $p^*_{He} \sim 11$ ТПа [20], $p^*_{Ne} \sim 134$ ТПа [21]). И хотя процесс в экспериментальной статической технике алмазных наковален позволяет сейчас продвинуться по шкале давлений до $\sim 0{,}5$ ТПа [3], только в самое последнее время здесь удалось зафиксировать металлизацию ксенона при $p^* = 150$ ГПа [22], в то время как при $p \sim 340$ ГПа водород остается, по-видимому, диэлектриком.

Использование техники мощных ударных волн для сжатия и необратимого разогрева вещества позволяет получить очень высокие дав-

ления (рекордное давление $p \sim 400$ ТПа [23]), верхний предел которых ограничен лишь мощностью источника их возбуждения, а не прочностью алмаза в статических условиях. При этом процессы вязкой диссипации кинстичсской энсргии потока во фронтс ударной волны наряду с умеренным сжатием приводят к значительному разогреву вещества, что стимулирует процессы термической ионизации плазмы, кинетика и термодинамика которой детально исследованы для идеального и сильнонеидеального случаев. Влияние плотностных эффектов на ионизационное равновесие в этих экспериментах выражено не слишком рельефно на фоне развитой термической ионизации и хорошо описывается различными моделями снижения потенциала ионизации (см. гл. 4). Рсализованныс к настоящсму врсмсни тсрмодинамичсскис состояния в статических и динамических экспериментах [24–36] приведены на фазовой диаграмме водорода — рис. 9.1. Там же приведены теоретические оценки плазменных фазовых переходов с соответствующими критическими точками [37–43].

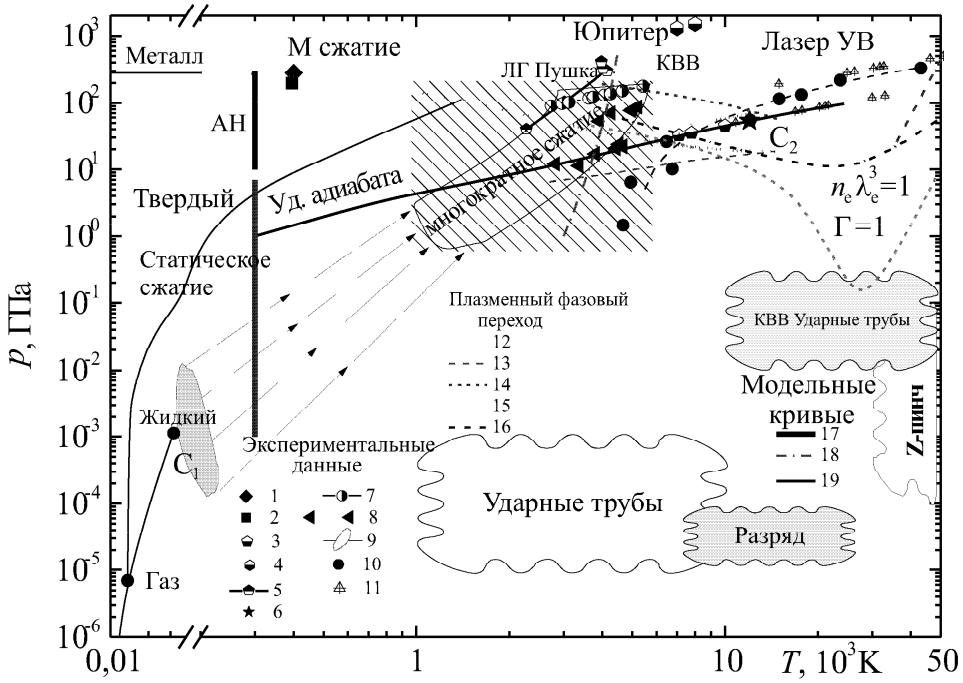


Рис. 9.1. Фазовая диаграмма водорода. Экспериментальные данные: 1, 2 — магнитное сжатие [27, 28]; 3 — Z-пинч [31]; 4, 5 — цилиндрическое сжатие [24, 25]; 6 — сфера [26]; 7, 8 — однократное и многократное сжатие на легкогазовой пушке [32–34]; 9 — многократное ударное сжатие [35, 36]; 10, 11 — ударное сжатие лазером [29, 30]. Оценки критической точки плазменного фазового перехода водорода: 12 — Беле–Эбелинг [37]; 13 — Робник–Кундт [38]; 14 — Саумон–Шабрие [39, 40]; 15 — Харонска [41], 16 — Муленко–Филинов [42]. Экспериментальные и расчетные данные: 17 — сжатие в алмазной наковальне (АН) [3]; 18 — параметры атмосферы Юпитера [43]; 19 — адиабата ударного сжатия водорода [29]

Естественно, что для разделения плотностных и термических эффектов ионизации следует стремиться уменьшить влияние необратимого разогрева, осуществляя квазиизоэнтропическое сжатие. В работе [44] с этой целью сжатие вещества осуществлялось последовательностью прямых и отраженных ударных волн, возникающих в исследуемом веществе в результате реверберации в плоской и цилиндрической геометриях. В качестве источника возбуждения применялись взрывные устройства торцевого и цилиндрического метания (см. гл. 3). Используя процессы многократного ударноволнового сжатия, удалось осуществить пониженный (на порядок) разогрев и более высокое ($\sim$ десятикратное), чем в прямой волне, сжатие плазмы, а также зафиксировать в экспериментах с H_2, He, Xe, Kr и рядом других веществ увеличение проводимости плазмы на 5 порядков величины в узком диапазоне плотностей, характерных для режима «холодной» ионизации плазмы.

§ 9.1. Методы многократного ударно-волнового сжатия конденсированных диэлектриков

9.1.1. Плоская геометрия. Типичная схема экспериментов по многократному ударно-волновому сжатию конденсированного водорода и инертных газов в плоской геометрии приведена на рис. 9.2 [35, 36, 44–46]. Возбуждение ударных волн осуществлялось путем удара стального ударника 2 толщиной 1–3 мм и диаметром 30–40 мм, разогнанном продуктами детонации КВВ (гексоген) 1 до скоростей 3–8 км/с с использованием эффекта «градиентной» кумуляции [47]. Разработанные взрывные метательные устройства обеспечивали диаметр плоской части ударника в момент удара по днищу экспериментальной сборки в диапазоне 15–30 мм, отсутствие плавления и испарения материала ударника, а также его механического разрушения в процессе динамического разгона, что контролировалось в специальной серии методических экспериментов. Переход ударной волны из металлического экрана 3 толщиной 1,5–1 мм в исследуемое вещество 4 исходной толщины 1–5 мм генерировал в нем первую ударную волну с амплитудным давлением $p_1 = 2$–80 ГПа, которая отражалась от прозрачного сапфирового окна 5 толщиной 4–5 мм и диаметром 20 мм и порождала ударную волну повторного сжатия. Дальнейшее переотражение ударных волн между экраном 3 и окном 5 приводило к многократному ударному сжатию образца до максимальных давлений $p \sim 100$–200 ГПа, уровень которых определялся скоростью налетающего ударника, его толщиной и размерами исследуемого вещества.

Исходные состояния изученных веществ для последующего многократного сжатия находились либо в газовой области, $p_0 = 5$–35 МПа, $T_0 = 77{,}4$–300 K, либо в жидкой области фазовой диаграммы

с $p_0 \sim 0{,}1$–1 МПа, $T_0 \sim 20{,}4$–160 К. В последнем случае сжижение осуществлялось из газов высокой чистоты, подаваемых в сборку по линиям 10. При сжижении водорода использовалась двухконтурная система охлаждения с внешним азотным контуром, а при сжижении ксенона внутренний контур охлаждения заполнялся этанолом. Температура в сборке контролировалась платиновыми термометрами сопротивления и термопарами.

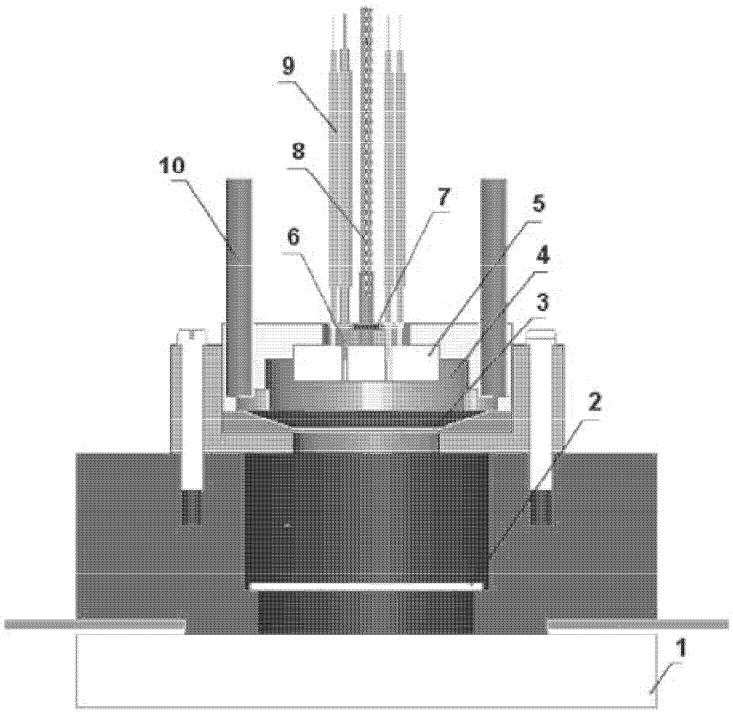


Рис. 9.2. Схема эксперимента по многократному ударно–волновому сжатию конденсированного водорода и инертных газов в плоской геометрии [44]. 1 — заряд взрывчатого вещества; 2 — стальная пластина; 3 — днище экспериментальной сборки; 4 — исследуемое вещество; 5 — лейкосапфировое окно; 6 — индиевые электроды; 7 — шунтирующее сопротивление; 8 — кварц–кварцевый световод; 9 — коаксиальные электрические кабели; 10 — линии подачи сжиженных газов

Наблюдение процесса многократного сжатия проводилось при помощи скоростных электронно-оптических преобразователей, а также пятиканальным пирометром с временным разрешением $2 \sim 5$ нс с использованием волоконно-оптических каналов связи 8. Поскольку ударно-сжатый сапфир оптического окна 5 сохранял прозрачность до 20 ГПа и позволял фиксировать моменты отражения от его поверхности ударных волн при более высоких давлениях, а электроизоляционные свойства его находятся на приемлемом уровне при сжатии до давлений ~ 220 ГПа [48], то по регистрации сопротивления сжимаемого слоя и оптического излучения удавалось зафиксировать до 5–6 ре-

верберацій ударных волн. Начальные стадии процесса сжатия (до 20 ГПа) регистрировались в отдельных экспериментах при помощи дифференциального оптического интерферометра VIZAR [49].

В обсуждаемой схеме эксперимента сжатие и необратимый разогрев исследуемого вещества осуществлялись серией ударных волн при последовательном их отражении от сапфирового окна и стального экрана. Гидродинамический анализ процесса показал, что после прохождения по сжимаемому слою первых двух ударных волн дальнейшее сжатие происходит квазиизоэнтропически. Это позволило продвинуться в область более высоких плотностей ($\rho/\rho_0 \sim 10$–100) по сравнению с однократным ударным сжатием и снизить конечную температуру, увеличивая тем самым эффекты межчастичного взаимодействия. Процесс реверберации ударных волн отчетливо проявлялся в виде характерных «ступенек» на осциллограммах излучения и электропроводности. Измеренные моменты прихода ударных волн на границы плазменного объема дали возможность по законам сохранения массы, импульса и энергии найти независимым образом термодинамические параметры ударного сжатия — p, ρ, E (см. гл. 3). Полученные таким образом данные по калорическому и термическому уравнениям состояния водорода, а также выбранного в качестве эталонного материала гелия, до давлений 30–60 ГПа находятся в соответствии с «химической» моделью [50] неидеальной плазмы и с результатами полуэмпирического уравнения состояния водорода [25, 51]. Однако при давлениях свыше 60 ГПа использованными методиками не удалось получить надежной экспериментальной информации о термодинамике водорода. В этом случае термодинамические параметры многократного ударного сжатия на конечной стадии рассчитывались по одномерному гидродинамическому коду, использующему полуэмпирические уравнения состояния водорода [25, 51] и конструкционных материалов [52].

Этот набор газодинамических и температурных измерений использовался для определения термодинамических параметров ударного сжатия на его начальных стадиях, а также в качестве исходных данных (наряду со скоростью подлета ударника W) для проверки одномерных и двумерных газодинамических кодов, по которым определялись, с использованием широкодиапазонных полуэмпирических уравнений состояния, значения более высоких давлений, плотностей и температур многократно сжатого вещества. Погрешности такого рода определений p, ρ и T находятся на уровне 5, 10 и 20%, соответственно.

Регистрация электропроводности ударно-сжатой плазмы осуществлялась зондовым методом. Электрический ток подводился к плазме при помощи электродов 6, расположенных перпендикулярно плоскости фронта ударной волны, распространялся вдоль ударно-сжатого образца, а затем попадал на поверхность стального экрана 3 и через заземляющий электрод выходил из области сжатия. Запись электрических сигналов, передаваемых высокочастотными коаксиальными ка-

белями 9, производилась на цифровые многоканальные осциллографы с полосой пропускания сигнала 500 МГц. Были использованы двух и трех электродные схемы регистрации сопротивления. Во втором случае удалось избавиться от синфазной помехи и зафиксировать моменты отражения волн не только от оптического окна, но и от экрана. С целью исключения пробойных и дуговых эффектов при пропускании транспортного тока через плазму его значение не превышало 10^4 А $\cdot$ см$^{-2}$. Варьирование в специальной серии опытов силы тока в пределах 10^3–10^4 А $\cdot$ см$^{-2}$ показало линейность вольтамперной характеристики плазмы. Определение удельной электропроводности плазмы на основе измеренного таким образом сопротивления плазменного промежутка осуществлялось с привлечением численного и электростатического моделирования соответствующей электростатической задачи. В результате погрешность измерения удельной электропроводности плазмы оценивалась в 20–100%.

9.1.2. Цилиндрическая геометрия. Иная схема экспериментов по ударно-волновому сжатию (рис. 9.3) была реализована в работах [53–55]. Цилиндрический заряд взрывчатого вещества 1 (сплав тротил/гексоген 40/60) с наружным диаметром 30 см инициировался по внешней поверхности в 640 точках, формирующих на внутренней поверхности заряда сходящуюся детонационную волну высокой симметрии (разновременность выхода — не больше 100 нс). Выход этой волны на внутреннюю поверхность вызывал центростремительное движение стального цилиндрического ударника 2 с начальной скоростью $W \sim 5$ км $\cdot$ с$^{-1}$. Торможение этого цилиндрического ударника о металлическую поверхность камеры 3, наполненную исследуемым газом при начальном давлении до 70 МПа, вызывало сходящуюся ударную волну, интенсивность которой увеличивалась по мере ее схождения к центру в соответствии с закономерностями геометрической кумуляции [56]. В дальнейшем происходило последовательное отражение ударной волны от центра симметрии и внутренней движущейся поверхности камеры, вызывая многократное ударное сжатие, которое, как и в плоской геометрии, оказывалось близким к изоэнтропическому.

Профили термодинамических параметров многократного сжатия в каждый момент времени определялись на основе одномерных и двумерных газодинамических расчетов с использованием широкодиапазонных полуэмпирических уравнений состояния ВВ, конструкционных материалов сборки и плазмы мишеней. В ряде специальных опытов процесс цилиндрического взрывного сжатия контролировался путем измерения скоростей движения ударника электроконтактными и световолоконными оптическими базисными методиками, а также путем осевого просвечивания двумя источниками жесткого излучения [57]

со скрещенными под углом 135° пучками, что позволяло контролировать динамику сжатия, качество газодинамических расчетов и давало дополнительные граничные условия для используемых кодов. Полученные таким образом парамстры ударносжатой плазмы дейтсрия в этом устройстве составили: давление 1,25–1,44 ТПа при температуре 12 500–14 000 К и плотности 2 г · см$^{-3}$; а плазмы ксенона: давление — 200 ГПа, плотность — 13 г · см$^{-3}$.

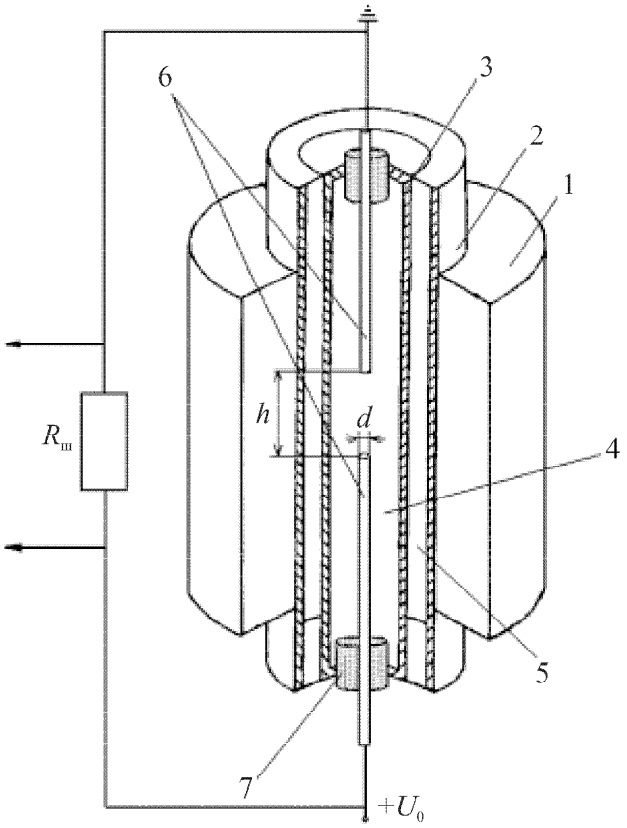


Рис. 9.3. Схема эксперимента по многократному ударно-волновому сжатию конденсированного водорода и инертных газов в цилиндрической геометрии [44]. 1 — КВВ, 2 — оболочка, 3 — камера (сталь), 4 — газообразный водород, 5 — воздух (p_0 = 0,1 МПа), 6 — измерительные электроды, 7 — изолятор

Для измерения удельной электропроводности использовалась классическая двухточечная схема [58] с применением эталонного сопротивления, включенного параллельно сопротивлению исследуемого образца. Сопротивление водорода регистрировалось с помощью 2-х электродов из нержавеющей стали диаметром 2 мм — 6, расположенных по оси конструкции, с зазором длиной 6,5 мм между их торцами. В данной схеме измерения использовался разряд конденсатора большой емкости через сопротивление $R_ш$, шунтирующее образец водорода. Падение

сопротивления сжатого водорода $R_{\text{ш}}$ приводило к падению общего сопротивления, что сопровождалось изменением напряжения на измерительных электродах, которое регистрировалось осциллографом. Величина $R_{\text{ш}}$ в данных опытах составляла 3 Ом. Переход от измеренных значений сопротивления к удельной электропроводности осуществлялся с учетом реальной геометрии растекания тока между электродами, а также с учетом рассчитанных по гидродинамическим кодам профилей термодинамических параметров водорода и геометрии электродов в каждый момент многократного сжатия. Погрешность найденных таким образом значений электропроводности оценивается в 50%.

Характерные параметры плазмы, полученные в экспериментах с плоской и цилиндрической геометрией, приведены в таблице 9.1.

Таблица 9.1

Вещество	Начальное состояние	Конечное состояние	p, ГПа	ρ, г·см$^{-3}$	T, 10^3 К	σ, Ом$^{-1}$см$^{-1}$
Плоское сжатие						
H_2	$p_0 = 25{,}6$ Мпа, $T_0 = 77{,}4$ К	Макс. сжатие	227	0,94	5,3	1600
He	$p_0 = 28$ МПа, $T_0 = 77{,}4$ К	Макс. сжатие	126	1,37	15	1080
Xe	$p_0 = 0{,}1$ МПа, $T_0 = 160$ К	Макс. сжатие	126	10	25	500
Цилиндрическое сжатие						
H_2	$p_0 = 50$ МПа, $T_0 = 293$ К	Макс. сжатие	1440	2,4	14	550
H_2	$p_0 = 70$ МПа, $T_0 = 293$ К	Макс. сжатие	1250	2	12,5	1100

9.1.3. Легкогазовые пушки. Металлизация водорода и других диэлектриков исследовалась с помощью реверберирующих ударных волн в легкогазовых пушках, устройство которых подробно описано в гл. 3. Схема измерительной ячейки [59] представлена на рис. 9.4. Двухступенчатая легкогазовая пушка разгоняла ударник 1 из Al или Cu до сверхзвуковых скоростей. В оболочку 5 из Al, охлажденную до 20 K, помещается жидкий водород или иной жидкий диэлектрик 2, окруженный сапфировыми наковальнями 6. При столкновении ударника с оболочкой из Al возникает сильная ударная волна, распространяющаяся по исследуемому веществу и сжимающая его. Для уменьшения температуры образца используется сжатие за счет ударных волн, многократно отраженных от сапфировых наковален. Сжатие нагревает исследуемое вещество квазиизоэнтропически до температуры, превышающей температуру плавления. В установке имеются также электроды 4, позволяющие измерить проводимость исследуемого вещества. Кроме водорода, в исследованиях использовался также дейтерий.

Это связано с тем, что при температуре 20 K начальные плотности жидких H_2 и D_2 отличаются более чем в два раза, в результате чего и для ударно сжатых веществ плотности, температуры и проводимости также существенно различны при одних и тех же конечных давлениях. Максимальные давления водорода, достигнутые с реверберирующими ударными волнами в экспериментах на легкогазовых пушках, составляли 180 ГПа и, по оценкам авторов, были получены при относительно низких температурах около 3000 K.

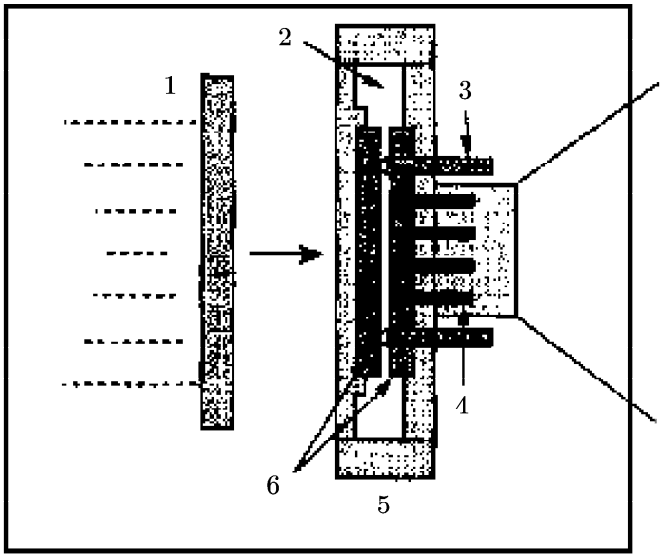


Рис. 9.4. Схема эксперимента по многократному ударно–волновому сжатию конденсированного водорода и инертных газов в легкогазовых пушках [59]. 1 — металлический ударник; 2 — исследуемое вещество; 3 — запускающий контакт; 4 — измерительные электроды; 5 — алюминиевая оболочка; 6 — сапфировые изоляторы

§ 9.2. Результаты измерения электропроводности. Модель ионизации давлением

Поведение плазмы водорода и его изотопов при высоких давлениях представляет значительный интерес, так как это наиболее распространенный химический элемент в природе, обладающий кроме того простейшей одноэлектронной структурой. В таблице 9.2 приведена хронология основных этапов изучения этого элемента, начиная с его открытия в 1766 году.

Описываемые ниже эксперименты по многократному ударно-волновому сжатию водорода и инертных газов позволяют получить физическую информацию о новой и неисследованной ранее части фазовой диаграммы, изображенной для водорода на рис. 9.1. Видно,

что в результате динамического сжатия удалось получить давления до 1,5 ТПа и температуры 3000–7000 K. При этом реализуются плотности, на порядок превосходящие плотность твердых водорода и инертных газов в тройной точке, где среднее расстояние между протонами $n_{\mathrm{a}}^{-1/3} \sim 1$ Å сопоставимо с характерным размером не только молекул ($\sim 0{,}74$ Å), но и изолированных атомов в основном энергетическом состоянии.

Таблица 9.2

1766	Кавендиш — открытие «горючего газа» — водорода
1898	Дьюар — жидкий и твердый H_2 — прозрачен (не металл, как ожидалось)
1927	Герцвельд — «диэлектрическая катастрофа» по Клаузиусу–Моссотти при 0,6 г $\cdot$ см$^{-3}$
1935	Вигнер, Хантингтон — металлизация при 25 ГПа
1954	Абрикосов — металлизация при 250 ГПа
1968	Ашкрофт — высокотемпературная сверхпроводимость атомарного водорода
1971	Каган — металлизация H_2 при 300 ГПа
1972	Кормер — взрывное квазиизоэнтропическое сжатие до 210–400 ГПа
1978	Хоук — взрывное магнитное сжатие до 200 ГПа, 400 K: $\sigma \sim 1$ Ом$^{-1}$см$^{-1}$
1980	Мао, Белл, Хемли, Сильвера — статика, алмазные наковальни, H_2 при 10 ГПа
1983	Росс — металлизация при 300–400 ГПа на основе ударно–волновых данных
1987	Павловский — взрывное магнитное сжатие до 100 ГПа, 300 K: $\sigma \sim 100$ Ом$^{-1}$см$^{-1}$
1990	Ашкрофт — диссоциация/металлизация при 300 ГПа
1991	Хемли — hcp неметаллическая фаза
1993	Сильвера, Мао, Хемли, Руоф — твердый H_2 не металл до 250 ГПа
1993	Лоубе — рентгеновская дифракция hcp H_2
1996	Неллис — легкогазовая пушка — многократное ударное сжатие жидкого H_2 до 140 ГПа, 2600 K — «металлическая» проводимость
1997	Фортов, Терновой — взрывное многократное ударное сжатие газообразного и жидкого H_2 до 150 ГПа, 600 K, $\sigma = 10^3$ Ом$^{-1}$см$^{-1}$. Неидеальная плазма — ионизация давлением
1997	ДаСилва, Клаубе и др. — лазерные ударные волны при 200 ГПа, 4500 K — неидеальная плазма
2001	Трунин, Фортов и др. — взрывные сферические ударные волны до 100 ГПа
2001	Ассэй, Кнудсон и др. — ударные волны в Z-пинче до 100 ГПа

С физической точки зрения эта область состояний интересна тем, что здесь реализуются условия сильного коллективного межчастичного взаимодействия, а при значительной ионизации — и условие сильного кулоновского взаимодействия ($\gamma \sim 10$). Дополнительные сложности связаны с тем, что в последнем случае по мере сжатия изменяется тип статистики — электроны становятся вырожденными, а масштабом тепловой энергии становится не температура, а энергия Ферми. Эти обстоятельства крайне затрудняют теоретическое описание сильнонеидеальных состояний, препятствуя применению теории возмущений, а также безпараметрических машинных методов Монте-Карло и молекулярной динамики в их классической постановке [60], разработанной для статистики Больцмана.

Результаты измерений электропроводности ударно-сжатого водорода и инертных газов приведены на рис. 9.5–9.9, где эти данные сопоставляются с рядом теоретических моделей. Отметим ряд общих особенностей поведения электропроводности сильнонеидеальной плазмы. Прежде всего, видно, что на финальных степенях сжатия в узком диапазоне «конденсированных» плотностей ($\rho \sim$ 0,3–1 г $\cdot$ см$^{-3}$ для водорода, $\rho \sim$ 8–10 г$\cdot$см$^{-3}$ для ксенона) удельная электропроводность плазмы в процессе сжатия резко возрастает (на 3–5 порядков), достигая величин $\sim 10^2$–10^3 Ом$^{-1}\cdot$см$^{-1}$, характерных для щелочных металлов. Измерения демонстрируют ярко выраженный пороговый эффект по плотности и находятся в качественном противоречии с моделями идеальной плазмы, согласно которым электропроводность плазмы должна монотонно падать при ее изотермическом сжатии (см. гл. 6).

Действительно, при малых степенях ионизации плазмы ее электропроводность определяется рассеянием электронов на нейтралах и качественно описывается формулой Лоренца (6.5), дающей линейную зависимость проводимости от концентрации свободных электронов. В свою очередь, состав плазмы описывается уравнением ионизационного равновесия Саха (4.5). Итак, из формул Лоренца и Саха следует, что в слабоионизованной идеальной плазме при изотермическом сжатии $\sigma \sim 1/\rho$. Необходимый в условиях обсуждаемых экспериментов учет неидеальности для определения состава осуществляется введением в формулу Саха зависящего от плотности сдвига потенциала ионизации ΔI, что приводит к нетермическому росту степени ионизации и соответствующему росту проводимости плазмы при ее изотермическом сжатии. На кривой зависимости электропроводности от плотности при $T = \text{const}$ появляется минимум, величина которого тем глубже, чем ниже температура плазмы. Этот минимум при увеличении температуры сглаживается, когда эффект термической ионизации (при $kT \sim I$) превалирует над эффектом ионизации давлением, существенным при $kT \ll I$.

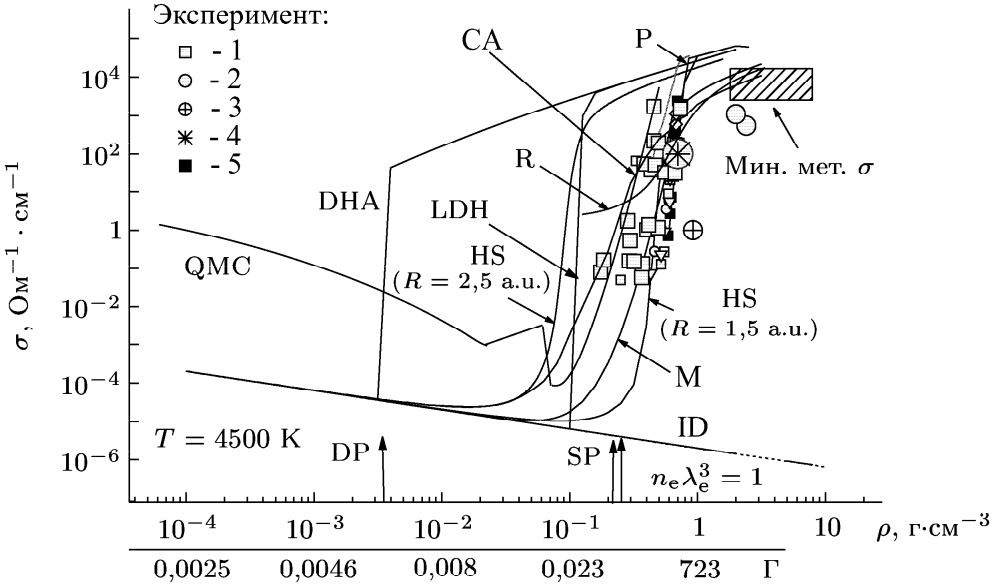


Рис. 9.5. Удельная электропроводность водорода в зависимости от плотности. Экспериментальные данные: 1 — плоские системы [44]; 2 — цилиндрические системы [44]; 3 и 4 — магнитное сжатие [27] и [28], соответственно; 5 — легкогазовые пушки [32, 33, 59]

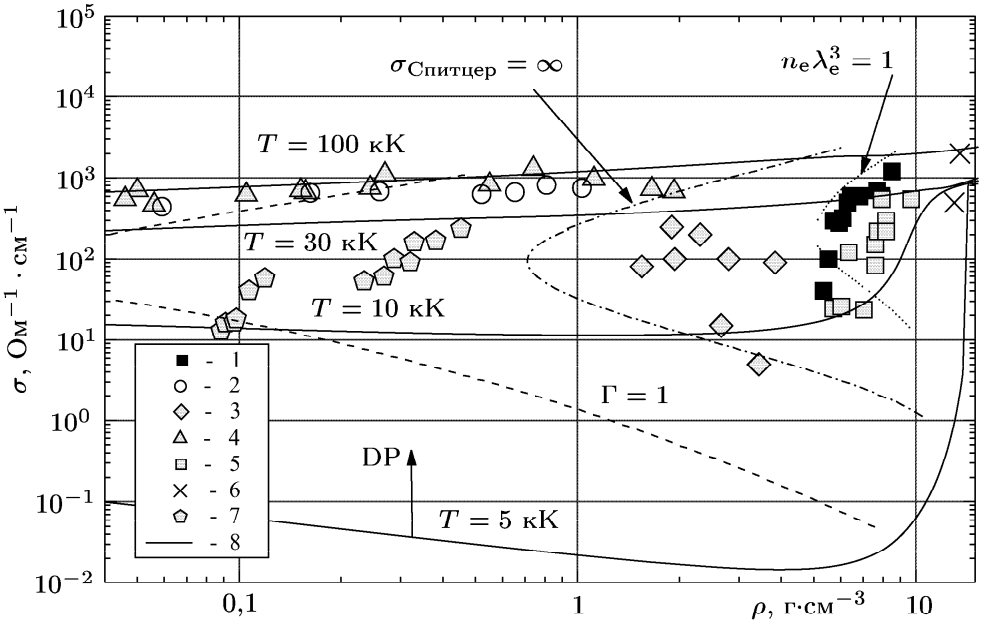


Рис. 9.6. Удельная электропроводность ксенона в зависимости от плотности. Экспериментальные данные: 1 — [53]; 2 — [61]; 3 — [62]; 4 — [63]; 5 — [45]; 6 — [64]; 7 — [65]. Нанесены также линия вырождения электронов ($n_e\lambda_e^3 = 1$), линия постоянного значения параметра неидеальности ($\Gamma = 1$) — линия, где обращается в бесконечность проводимость, вычисленная по формуле Спитцера. Линия 8 — удельная электропроводность, вычисленная в рамках модели, предложенной в [44]

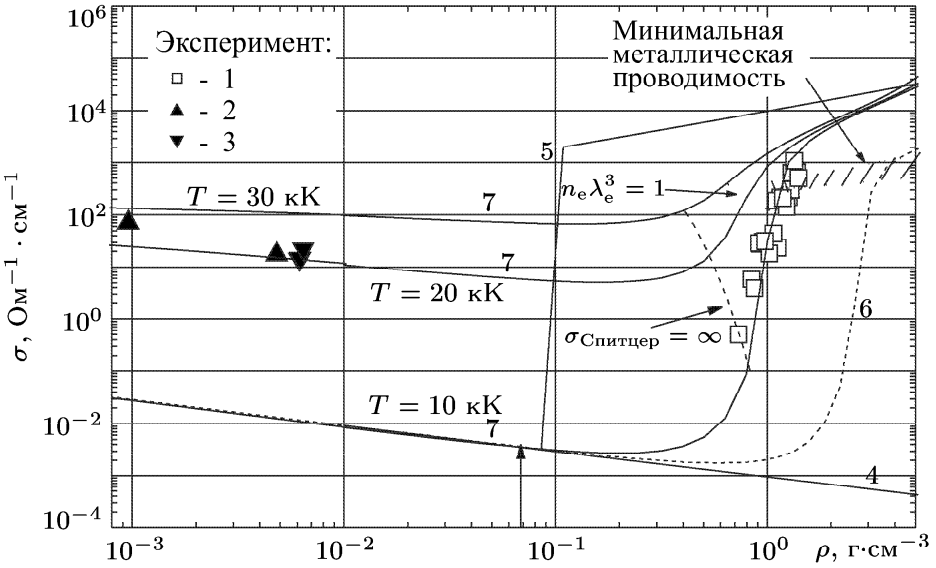


Рис. 9.7. Удельная электропроводность гелия в зависимости от плотности. Экспериментальные данные: 1 — [46]; 2 — [61]; 3 — [65]. Прерывистые линии соответствуют обозначениям рис. 9.6. Расчетные кривые: 4 — электропроводность, вычисленная по составу, соответствующему приближению идеальной плазмы; 5 — состав, вычислен по модели Дебая–Хюккеля; 6 — состав вычислен по модели ограниченного атома с фиксированным радиусом атома гелия ($r_a = 1{,}3a_0$), 7 — [44]

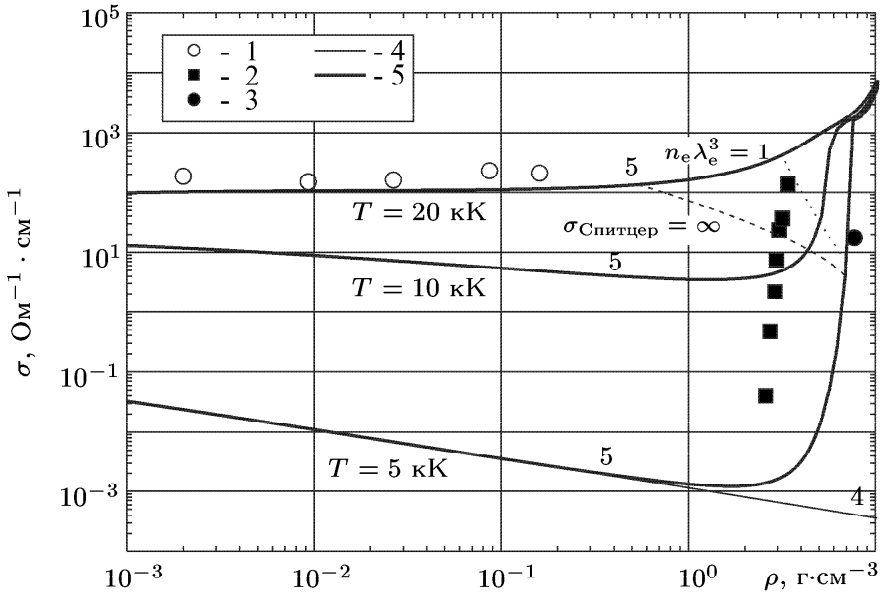


Рис. 9.8. Удельная электропроводность аргона в зависимости от плотности. Экспериментальные данные: 1 — [61], 2 — [66], 3 — [67]. Прерывистые линии соответствуют обозначениям рис. 9.6. Расчетные кривые: 4 — электропроводность, вычисленная по составу, соответствующему приближению идеальной плазмы; 5 — [44]

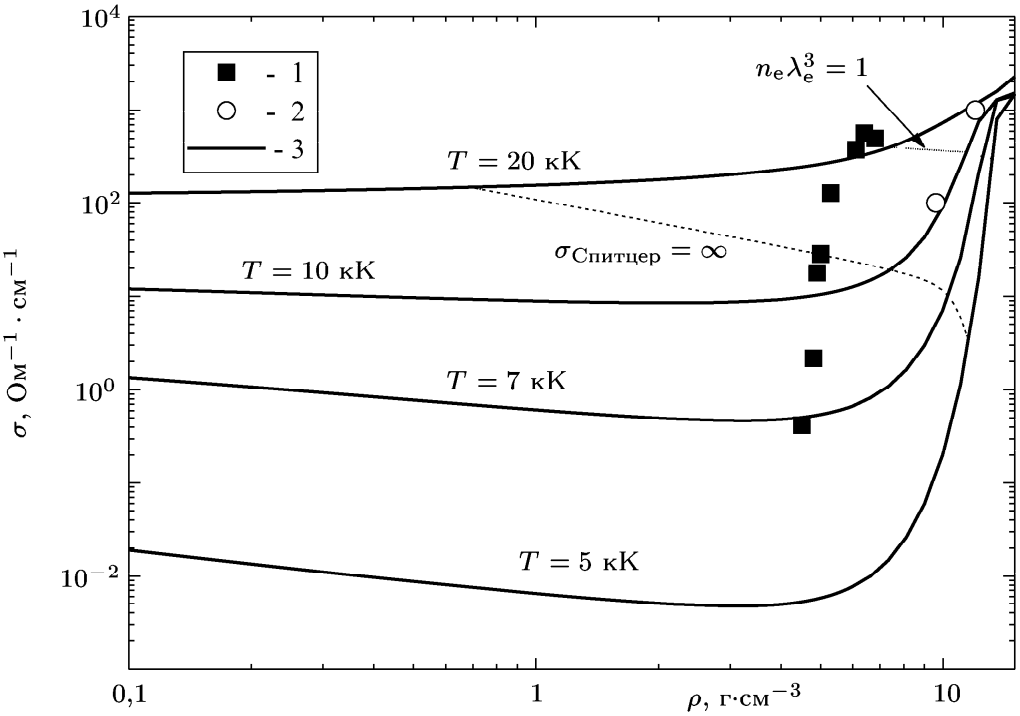


Рис. 9.9. Удельная электропроводность криптона в зависимости от плотности. Экспериментальные данные: 1 — [68], 2 — [69]. Прерывистые линии соответствуют обозначениям рис. 9.6. Расчетная кривая 3 из [44]

При дальнейшем росте плотности и (или) температуры описываемые формулой Саха процессы ионизации прекращаются, и для проводимости сильноионизованной плазмы вместо формулы Лоренца справедлива формула Спитцера (6.8) в случае больцмановской плазмы, либо зависимость $\sigma \sim n_e/\Lambda$ (Λ — кулоновский логарифм) в случае фермиевской статистики. Таким образом, при высоких температурах экспоненциальная зависимость от концентрации носителей сменяется более слабой логарифмической или линейной зависимостями. В этом случае в качестве оценки проводимости можно принять так называемую «минимальную металлическую» проводимость Регеля–Иоффе (7.14), широко применяемую в теории простых металлов и полупроводников [70]:

$$\sigma \sim \frac{e^2}{m} n_e \frac{r_s}{v_T}, \tag{9.1}$$

где r_s — радиус ячейки Вигнера–Зейтца, а v_T — средняя тепловая скорость электрона. Предельная формула Регеля–Иоффе справедлива, когда длина свободного пробега электрона становится порядка межатомного расстояния.

Видно, что основным эффектом, приводящим к зафиксированному в опытах резкому росту электропроводности, является экспоненциальный рост числа носителей, вызванный снижением потенциала

ионизации из-за сильного межчастичного взаимодействия в плазме конденсированных плотностей. В тоже время, вызванное увеличением плотности изменение частоты столкновений электронов с атомами и ионами не существенно и может быть оценено в рамках стандартных моделей, рассмотренных в гл. 6 и 7. Подчеркнем, что обсуждаемая здесь плазменная модель ионизации давлением демонстрирует экспоненциальное изменение электропроводности с температурой,

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-\Delta(\rho)/2kT), \tag{9.2}$$

подобно тому, что дает полупроводниковая модель (см. например [70]) термического возбуждения с величиной щели $\Delta(\rho)$, уменьшающейся с ростом плотности. Эта модель была использована в работах [36, 59] для анализа экспериментов на легкогазовых пушках. В исследованном там интервале давлений достаточно хорошее описание проводимости достигается использованием линейной зависимости Δ от ρ:

$$\Delta(\rho) = 1{,}22 - 62{,}6(\rho - 0{,}30), \tag{9.3}$$

где Δ выражается в эВ, ρ — в моль$\cdot$см$^{-3}$, а проводимость σ_0 считается постоянной и равной 90 Ом$^{-1}$см$^{-1}$. При плотности 0,32 моль $\cdot$ см$^{-3}$, соответствующей давлению 120 ГПа, величина щели, выраженная в температурных единицах, становится равной примерно 2600 К. По мнению авторов, металлизация водорода ($\Delta = 0$) происходит при $p = 140$ ГПа и $T = 2600$ К. При больших давлениях проводимость практически перестает зависеть от давления.

Таким образом, полученные путем многократного ударного сжатия экспериментальные результаты по электропроводности при $kT \ll I$ дают уникальную возможность адекватного выбора термодинамических моделей снижения потенциала ионизации. Так, анализ данных на рис. 9.5–9.9 показывает, что стандартная модель Дебая–Хюккеля сильно переоценивает эффекты кулоновского взаимодействия, приводя к ионизации давлением при плотностях на 2 порядка меньших, чем это дает эксперимент.

§ 9.3. Металлизация диэлектриков

В качестве наиболее адекватной теоретической модели сильнонеидеальной плазмы рассмотрим предложенную в [71] модель «ограниченного атома», явно учитывающую ограничение фазового объема, отведенного для реализации связанных состояний атомов и ионов, и использованную в предыдущих главах для описания поведения ударносжатых инертных газов и цезия. По существу эта модель является комбинацией плазменной модели ионизационного равновесия и твердотельной модели Вигнера–Зейтца. В рамках этой модели атомы и ионы рассматриваются как жесткие сферы, термодинамические функции

которых строятся на основе расчетов методами молекулярной динамики или Монте-Карло, а вклад их связанных электронов описывается квантовомеханическим приближением Хартри–Фока. На рис. 9.10 приведен энергетический спектр атома водорода, как функция его размера r_c. При этом при расчете спектра использовались следующие граничные условия для радиальной части волновой функции:

$$f_{nl}(r)|_{r=r_c} = 0, \quad \left.\frac{\partial f_{nl}(r)}{\partial r}\right|_{r=r_c} = 0, \tag{9.4}$$

что в рамках твердотельной модели [72] соответствует верхней и нижней границам энергетической зоны, в которую по мере сжатия (уменьшения r_c) переходит соответствующий энергетический уровень изолированного ($r_c \to \infty$) атома. В рамках такого подхода, за величину запрещенной зоны ΔE можно принять разность между энергиями верха зоны основного состояния (кривая 1s рис. 9.10) и дном зоны первого возбужденного состояния (кривая 2p), которая уменьшается с ростом плотности (рис. 9.11). Видно, что эта величина находится в хорошем согласии с опытными данными [48, 73], полученными путем прямой обработки экспериментов по многократному сжатию водорода и дейтерия. Один из вариантов этой модели был успешно использован для описания термодинамики плазмы металлов в области высоких и сверхвысоких давлений (до 400 ТПа) [74–76].

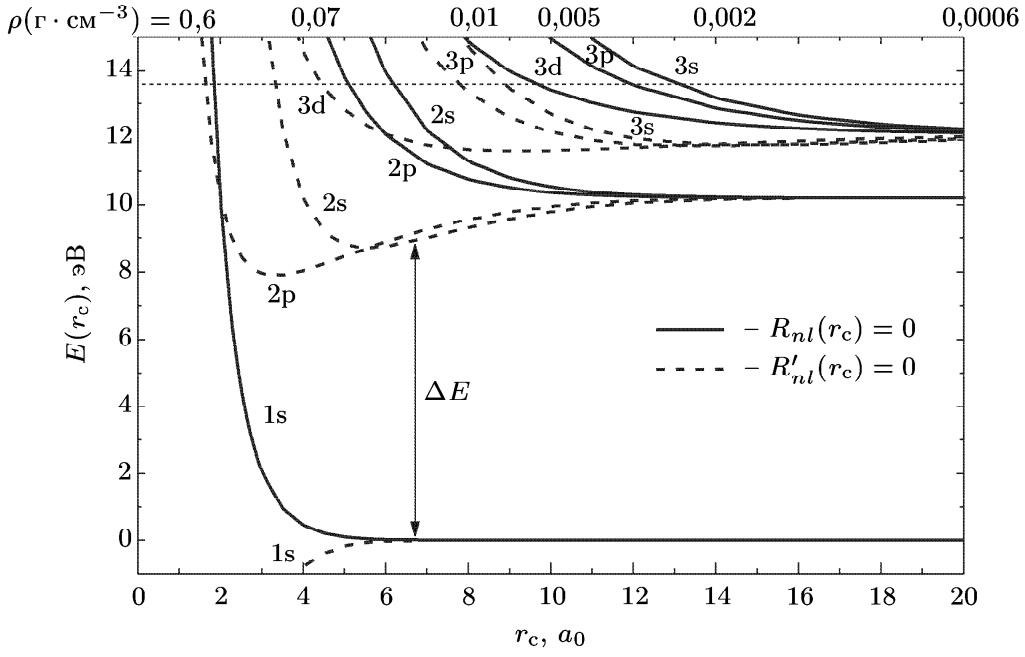


Рис. 9.10. Энергетический спектр атома водорода

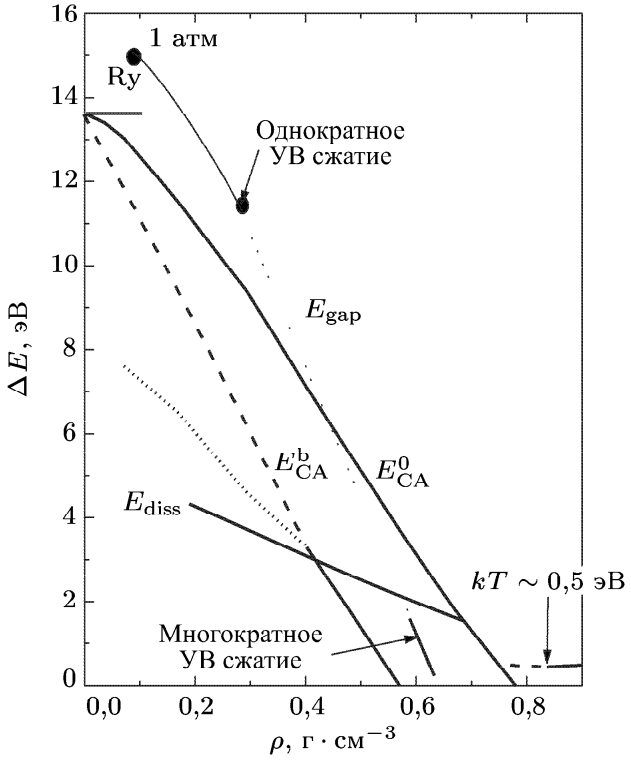


Рис. 9.11. Ширина запрещенной щели в водороде

Исследованная в экспериментах область параметров характеризуется чрезвычайно сложными и разнообразными процессами, которые должны быть отражены соответствующими физическими моделями. В первую очередь, по мере сжатия вещества на много порядков меняется термодинамический состав плазмы, в которой ввиду высокой плотности реализуется сильное коллективное межчастичное взаимодействие: кулоновское — между электронами и ионами, поляризационное — зарядов с нейтралами, а также короткодействующее — между нейтральными частицами. Поскольку характерное межчастичное расстояние сравнимо с характерным размером атомов и ионов, занимаемая ими часть фазового объема становится недоступной для других частиц, что приводит к росту их кинетической энергии и соответствующим вкладам в свободную энергию таких сильносжатых неупорядоченных структур. Кроме того, сильное сжатие вызывает изменение энергетического спектра связанных в атомах и молекулах внутренних электронов. По мере сжатия следует также учитывать переход статистики электронов непрерывного спектра от статистики Больцмана к статистике Ферми, так как параметр вырождения ξ (1.4) в условиях обсуждаемых экспериментов меняется от $\xi \sim 5 \cdot 10^{-2}$ до $\xi \sim 1{,}5 \cdot 10^{2}$.

В работе [44] для расчетов термодинамических параметров плазмы в терапаскальном диапазоне давлений были использованы следующие составляющие полного термодинамического приближения.

Свободная энергия квазинейтральной смеси электронов, ионов, атомов и молекул была записана в виде вклада идеально-газовых компонент и члена, ответственного за межчастичное взаимодействие. Предполагалось, что тяжелые частицы (атомы, ионы и молекулы) подчиняются статистике Больцмана, а электроны рассматривались как идеальный Ферми-газ. Для учета кулоновского взаимодействия применялся вариант псевдопотенциальной модели, развитой с учетом многократной ионизации [77, 78]. Центральным моментом этой модели является явный учет «некулоновости» взаимодействия свободных зарядов на близких расстояниях, приводящей в условиях сильной неидеальности к заметному положительному сдвигу не только потенциальной, но и средней кинетической энергии свободных зарядов.

Электрон–ионный псевдопотенциал (Глаубермана–Юхновского) имел вид (5.63).

Вклад короткодействующего отталкивания молекул, атомов и ионов описывался феноменологически в рамках приближения мягких сфер [79], обобщенного на случай многокомпонентной смеси.

Развитая в [44] термодинамическая модель имеет правильную ассимптотику при низких плотностях плазмы, совпадая с хорошо известными теориями разреженной плазмы. В области экстремально высоких плотностей ее работоспособность проверялась сравнением с известными экспериментальными данными.

9.3.1. Водород. На фазовой диаграмме водорода на рис. 9.1 переход в металлическое состояние при низких температурах показан в соответствии с оценками работы [50] при давлении ~ 300 ГПа. Положение тройной точки сосуществования металлической фазы, твердого молекулярного водорода и молекулярной жидкости предсказывается при $p = 100$ ГПа и $T = 1500$ К [50]. Обе критические точки расположены в фазе молекулярной жидкости. Положение первой из них, а также кривой сосуществования молекулярного газообразного водорода и жидкости, хорошо известны и лежат в области низких температур. Положение второй, наиболее интересной для нас, критической точки и кривой сосуществования, связанной с резким изменением степени диссоциации и ионизации водорода, точно неизвестно. Согласно оценкам [50]: $T_{c2} = 16\,500$ К, $p_{c2} = 22{,}8$ ГПа, $\rho_{c2} = 0{,}13$ г $\cdot$ см$^{-3}$. На рис. 9.1 приведены также оценки положения кривой сосуществования и критической точки этого плазменного фазового перехода, проведенные другими авторами [37–42] — кривые 12–16.

Видно, что области параметров, реализующихся путем многократного ударного сжатия в плоских системах [35, 44] (область 9) и на легкогазовых пушках [39, 40] (кривые 7, 8), а также на цилиндрических системах [30, 31, 44] (кривые 4, 5), частично перекрывают эту достаточно обширную область возможного существования плазменного фазового перехода. Ударные адиабаты однократного сжатия жидкого

водорода (дейтерия), полученные в экспериментах с мощными лазерами [29, 30] (кривые 10, 11), в сильноточном Z-пинче [31] (кривая 3) и взрывных сферических системах [26] (звездочка 6) находятся также в интересующей нас области, но при более высоких температурах. Температуры ~ 700 K реализованы в экспериментах по изоэнтропическому сжатию водорода сильными магнитными полями во взрывных МК-системах [27, 28] (квадратики 1, 2). При изотермическом сжатии водорода ($T \sim 300$ K) в алмазных наковальнях получены давления до 300 ГПа [3] (кривая 17). Области, где существенно сильное кулоновское взаимодействие и существенно вырождение электронного компонента, лежат выше соответствующих кривых $\gamma = 1$ и $n_e\lambda_e^3 = 1$. Кривая 19 характеризует поведение ударной адиабаты жидкого водорода [29], а кривая 18 — параметры, реализующиеся в атмосфере Юпитера [43]. На рис. 9.1 приведены также области типичных параметров, достижимых с помощью обычных [80] и взрывных ударных труб [81], в разрядах и обычных пинчах.

Особенностью водорода является существование обширной «молекулярной» области ($\rho \leqslant 0{,}3$ г $\cdot$ см$^{-3}$), где термодинамика водорода почти полностью определяется взаимодействием H_2–H_2. В рамках используемой модели мягких сфер [79] параметры взаимодействия H_2–H_2 в работе [44] выбирались максимально близкими к рекомендациям строгого «неэмпирического» атом-атомного приближения [82, 83]. При этом пренебрегалось нецентральностью взаимодействия H_2–H_2. Расчеты показали, что при использовании «мягкого» отталкивания, $V(r) \sim 1/r^6$, могут быть вполне удовлетворительно описаны как молекулярная часть изотермы $T = 0$ («холодная кривая») и значительная часть ударно-волновых экспериментов, так и результаты точных расчетов термодинамики смеси (H_2+H) методом Монте-Карло [82, 83].

Главной проблемой химической модели при описании неидеальности, включая случай плотного водорода, является проблема корректного определения всей совокупности эффективных потенциалов взаимодействия между всеми участниками смеси. Это относится как к взаимодействиям с участием заряженных, так и нейтральных частиц, и прежде всего пар H_2–H и H–H. Существенно, что фигурирующее в химической модели эффективное взаимодействие свободных атомов радикально отличается от даваемых строгой теорией синглетной (притягивательной) и триплетной (отталкивательной) ветвей полного потенциала взаимодействия H–H, поскольку вклад пар H–H, взаимодействующих по синглетной ветви, уже частично учтен при выделении молекул. Сказанное тем более справедливо в отношении эффективного взаимодействия с участием (свободных) заряженных частиц, так как в химической модели вклады свободных и связанных состояний должны быть согласованы. На сегодня существует серьезное противоречие в даваемых различными подходами рекомендациях вида и параметров

этих эффективных потенциалов. При этом главным объектом противоречивых рекомендаций вне мономолекулярной области являются параметры короткодействующего отталкивания H–H и H–H_2. Заметим, что согласно расчетам работы [44] не менее важными являются параметры эффективных потенциалов взаимодействия H_2–$A^{\pm}$, (где $A^{\pm}$ — все заряженные компоненты). Одним из вариантов выбора этих параметров могут служить рекомендации неэмпирического атом–атомного приближения [82, 83], приводящие к относительно большим «собственным объемам» атома водорода. В терминах используемой модификации модели мягких сфер [79] эти рекомендации почти точно соответствуют приближению «аддитивных объемов»: $(D_{H_2})^3 \approx 2(D_H)^3$ (D — диаметр атома или молекулы). Такой выбор приводит при $\rho \leqslant \rho^* \sim 0{,}3$ г $\cdot$ см$^{-3}$ к результатам, прекрасно совпадающим при $T \leqslant 10^4$ K с точными расчетами методом Монте-Карло [82, 83], а при $T \geqslant 10^4$ K — и с неаномальной частью результатов квантового Монте-Карло (PIMC [84]). При этих же температурах результаты также удовлетворительно согласуются и с остальными вариантами первопринципных подходов: квантовой молекулярной динамики (TBMD [85, 86]) и метода «волновых пакетов» (WPMD [87]).

На рис. 9.12 приведены все имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные по однократному ударному сжатию жидкого дейтерия. В проведенных в прямой ударной волне экспериментах с легкогазовыми пушками [32, 33, 88] реализованы давления до 25 ГПа (кружочки 1 на рис. 9.12). В исследованиях по генерации ударных волн с помощью мощных лазеров [29, 30] (2, 3) достигнуты давления до 300 ГПа и обнаружена аномально высокая сжимаемость дейтерия при давлениях $p > 40$ ГПа. Проведенные в последнее время эксперименты на Z-пинче [31] (4) и на сферических взрывных системах [26] (5) не подтверждают наличие этой аномалии вплоть до $p \sim 70$ ГПа.

Расчетные ударные адиабаты, полученные при использовании кода SESAME [89] (кривая 6), не предсказывают такой аномалии поведения ударной сжимаемости, также как и использование полуэмпирических уравнений состояния [25]. Не ожидается она и при использовании «первопринципных» подходов: метода квантового Монте-Карло [84] (кривая 7) и молекулярной динамики [85, 86]. В [90] (кривая 10) предложено интерполяционное уравнение состояния дейтерия, качественно описывающее экспериментальные результаты, полученные на лазерах.

Рассмотренный в работе [44] подход также не воспроизводит этот «провал» в сторону неожиданно высоких степеней сжатия ($\sigma_{max} \equiv \rho_{max}/\rho_0 \sim 6{,}5$ против ожидаемого $\sigma_{max} \sim 4$) в положении ударной адиабаты дейтерия в области $p \sim$ 50–200 ГПа (кривая 11), а также не содержит аномалий типа фазовых переходов при $\rho \geqslant 1$ г $\cdot$ см$^{-3}$.

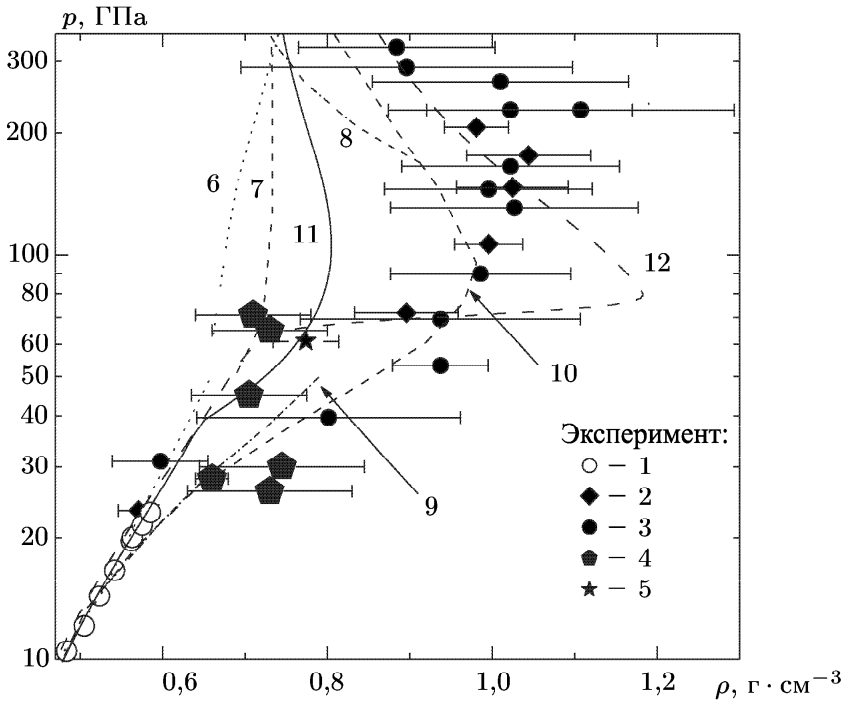


Рис. 9.12. Ударная адиабата дейтерия. Экспериментальные данные: 1 — [31], 2 — [28], 3 — [29], 4 — [30], 5 — [25]. Расчетные кривые: 6 — [89], 7 — [84], 8 — [50], 9 — [37], 10 — [90], 11 и 12 — [44]

Совершенно иначе выглядит термодинамика сжатого водорода (дейтерия), если для описания взаимодействий H–H (D–D) воспользоваться широко распространенным в приближенных расчетах потенциалом H–H из [91], а для взаимодействия $H–H_2$ воспользоваться стандартными правилами комбинирования. В терминах модификации модели мягких сфер, принятой в работе [44], это соответствует заметно меньшему отношению «собственных» объемов H и H_2 ($D_H/D_{H_2} \approx 0{,}4 \to 2V_H/V_{H_2} \approx 0{,}13$). Такой выбор «собственного» размера атома немедленно приводит при $\rho \geqslant 0{,}3$ г $\cdot$ см$^{-3}$ к «диссоциации давлением», сопровождаемой провалом в ударной адиабате дейтерия (кривая 12).

9.3.2. Инертные газы. На рис. 9.13 представлена фазовая диаграмма ксенона. В экспериментах по измерению электропроводности ксенона в условиях многократного ударноволнового нагружения реализованы плотности до 9,5 г $\cdot$ см$^{-3}$, давления до 120 ГПа, температуры $\sim (5–20) \cdot 10^3$ K. При этом электронная концентрация достигала значений $\sim 3 \cdot 10^{22}$ см$^{-3}$, а степень ионизации не превышала 0,5. В области максимальных параметров плазма вырождена ($n_e\lambda_e^3 \sim 50$) и сильнонеидеальна по отношению к кулоновскому ($\gamma \sim 10$) и межатомному ($\gamma_a \sim 1$) взаимодействиям.

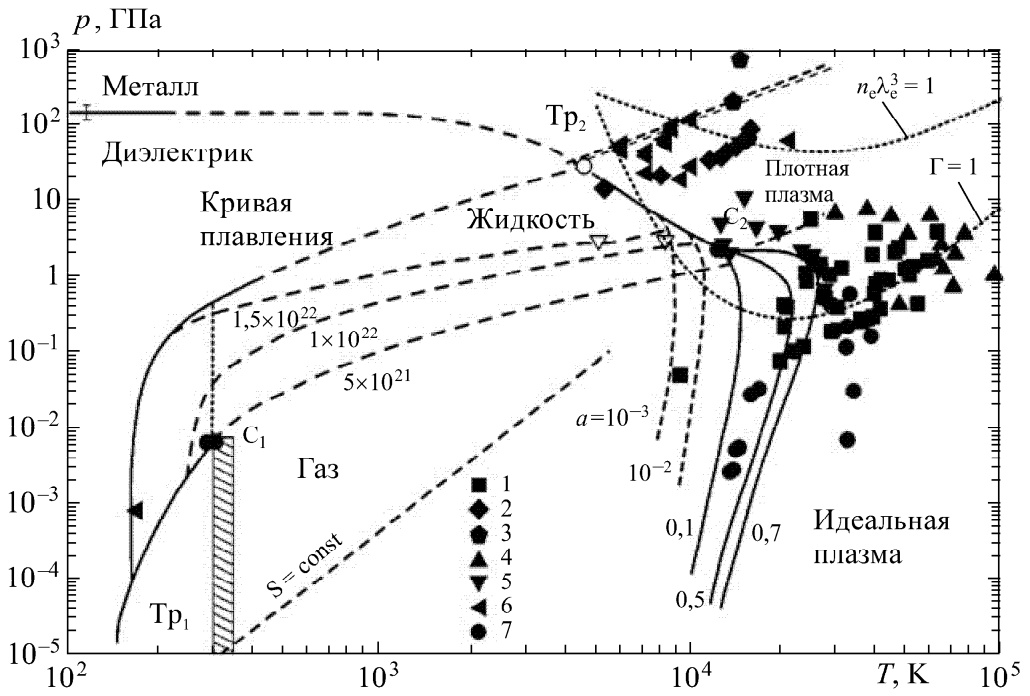


Рис. 9.13. Фазовая диаграмма ксенона. Измерения УРС: 1 — ударное сжатие газов [71], 2 — ударное сжатие жидкости [54, 93, 94], 3 — квазистатическое сжатие [54]. Измерения электропроводности: 4 — [63], 5 — [61, 62], 6 — [45]. Измерения оптических свойств: 7 — [97]

Фазовые границы состояний ксенона нанесены на рис. 9.13 в соответствии с работой [50]. Экспериментально металлизация ксенона при статическом сжатии в алмазных наковальнях наблюдалась в [22, 64, 92] при плотностях $\sim 12{,}3$ г $\cdot$ см$^{-3}$, давлениях 130–150 ГПа, что находится в согласии с проведенными ранее расчетами [19]. В соответствии с оценками [50] фазовая граница перехода металл-диэлектрик пересекает линию плавления ксенона в тройной точке ($Тр_2$) при $p \sim 50$ ГПа и $T \sim 6000$ К и оканчивается критической точкой C_2 в плазменной области при $p \sim 10$ ГПа и $T \sim 10\,000$ К. При высоких температурах фазовый переход сопровождается резким изменением концентрации свободных электронов в узком интервале плотностей плазмы, что отмечено на рис. 9.13 кривыми постоянной степени ионизации плазмы ксенона. Обширный экспериментальный материал, полученный в ударноволновых экспериментах при измерении уравнения состояния плазмы ксенона [54, 71, 93–96], ее оптических свойств [54, 95, 97] и электропроводности [45, 54, 61–63], не позволяет говорить о каких-либо особенностях поведения ксенона в этой области параметров. Обнаруженный в экспериментах Минцева и др. [45] резкий рост электропроводности происходит при несколько более высоких плотностях ~ 8–10 г $\cdot$ см$^{-3}$ и давлениях ~ 100 ГПа. Отметим, что при формальной интерполяции кривой плавления в интересующую нас область параметров часть экспериментальных точек оказывается в твердой фазе.

Работоспособность использованной в [44] термодинамической модели проверялась сравнением с имеющимися экспериментальными данными по ударному сжатию жидкого ксенона, полученными на легкогазовых пушках [93–95] и во взрывных экспериментах [54] (рис. 9.14). Здесь же представлены данные по многократному ударно-волновому сжатию ксенона [45]. Видно, что в целом удается достичь удовлетворительного описания экспериментальных данных. Имеющееся отличие при низких давлениях и температурах можно объяснить недостаточной точностью аппроксимации состояний ксенона в жидкой фазе.

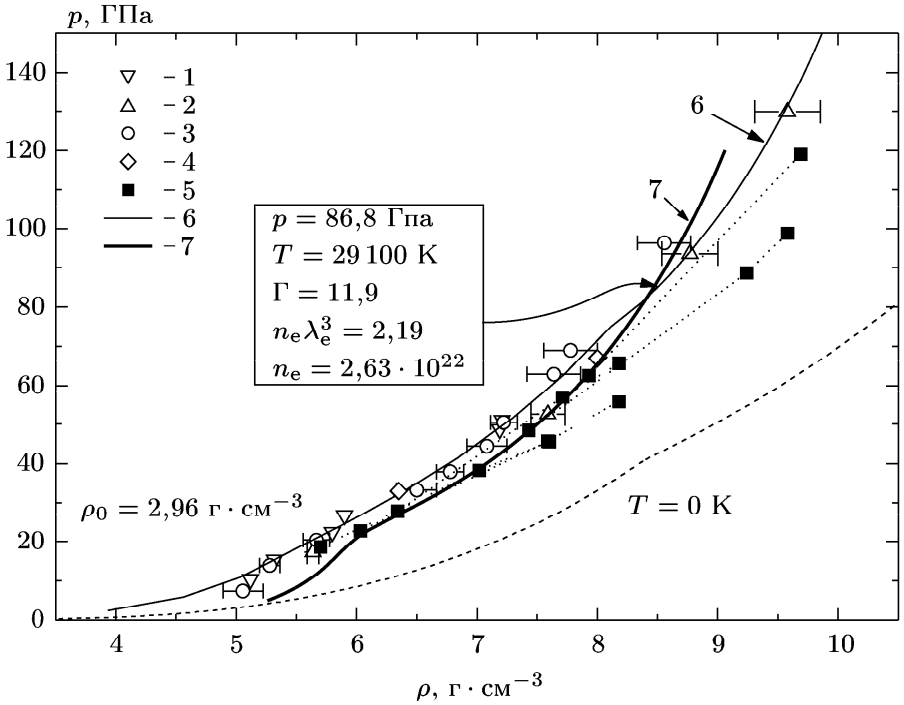


Рис. 9.14. Ударная адиабата ксенона. Экспериментальные данные: 1 — [93], 2 — [94], 3 — [54], 4 — [95], 5 — [45]. Расчетные кривые: 6 — [54], 7 — [44]; штриховая линия — «холодная кривая»

Использование предложенной в [44] модели позволяет также хорошо описать ударные адиабаты жидких аргона и криптона (см. рис. 9.15 и 9.16). Здесь экспериментальные данные взяты из работ [68, 98]. Отметим, что хорошее согласие удается достичь с измеренными значениями яркостной температуры и скорости звука в этих веществах.

Несколько более сложная ситуация имеет место при термодинамическом описании состояний гелия, что обусловлено наличием значительно меньшего количества экспериментальных данных и необычностью его фазовой диаграммы, приведенной на рис. 9.17 [50]. Металлизация гелия при низких температурах ожидается при чрезвычайно высоких давлениях $\sim 1{,}1$ ТПа. Однако плазменные фазовые переходы, связанные с резким изменением ионизационного состава гелия, должны происходить при гораздо меньших давлениях. Действительно,

оценки [50] показывают, что с ростом температуры плавление твердого гелия будет сопровождаться его прямым переходом сначала в состояние плазмы с однократной ионизацией (тройная точка $\mathrm{Тр}_3$), а затем и в состояние с двукратной ионизацией (тройная точка $\mathrm{Тр}_4$).

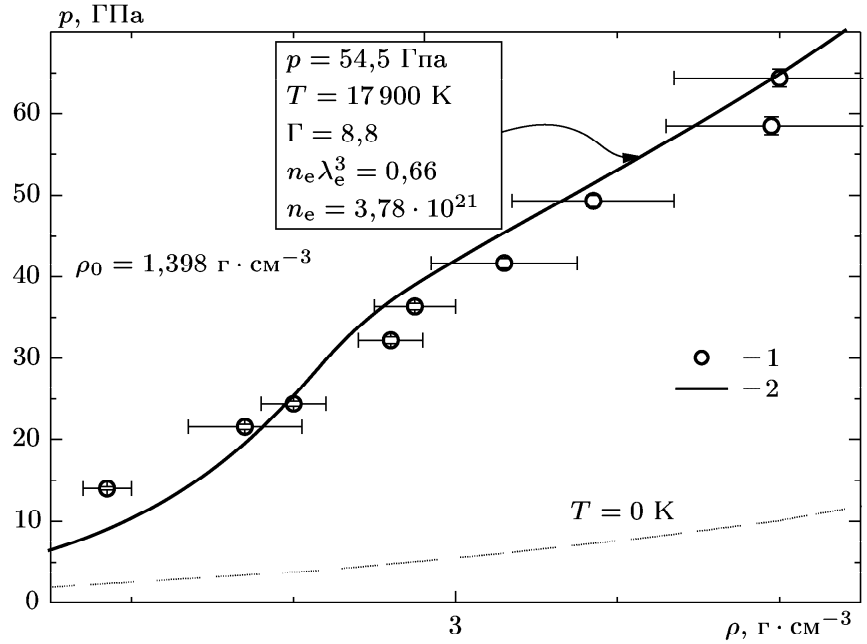


Рис. 9.15. Ударная адиабата аргона. Экспериментальные данные: 1 — [98]. Расчетные кривые: 2 — [44]; штриховая линия — «холодная кривая»

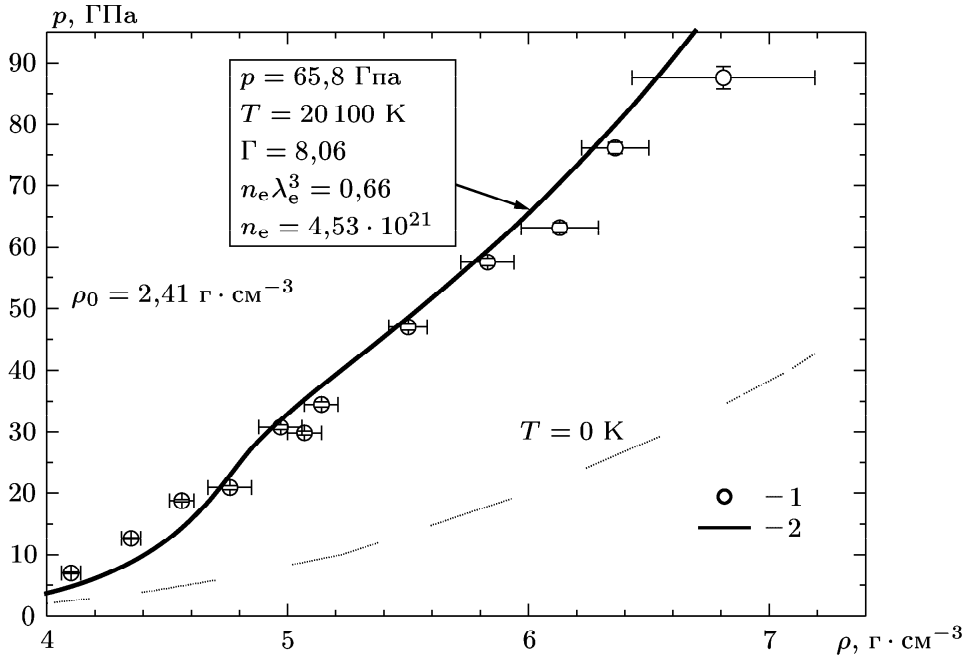


Рис. 9.16. Ударная адиабата криптона. Экспериментальные данные: 1 — [68]. Расчетные кривые: 2 — [44]; штриховая линия — «холодная кривая»

Кривые плазменных фазовых переходов оканчиваются критическими точками C_1 и C_2. При этом параметры первой точки ($p \sim 660$ ГПа, $T \sim 35\,000$ К) лежат близко к экспериментально достижимой области. На рис. 9.17 черные кружки обозначают параметры гелия, реализованные в работе [99] в падающей ударной волне, а квадратик — в отраженной. Заштрихованная область обозначает состояния гелия, реализованные в экспериментах по многократному ударноволновому сжатию [46]. Отметим, что использованная в [44] термодинамическая модель удовлетворительно описывает данные [99] по ударному сжатию гелия в прямой и отраженной ударных волнах.

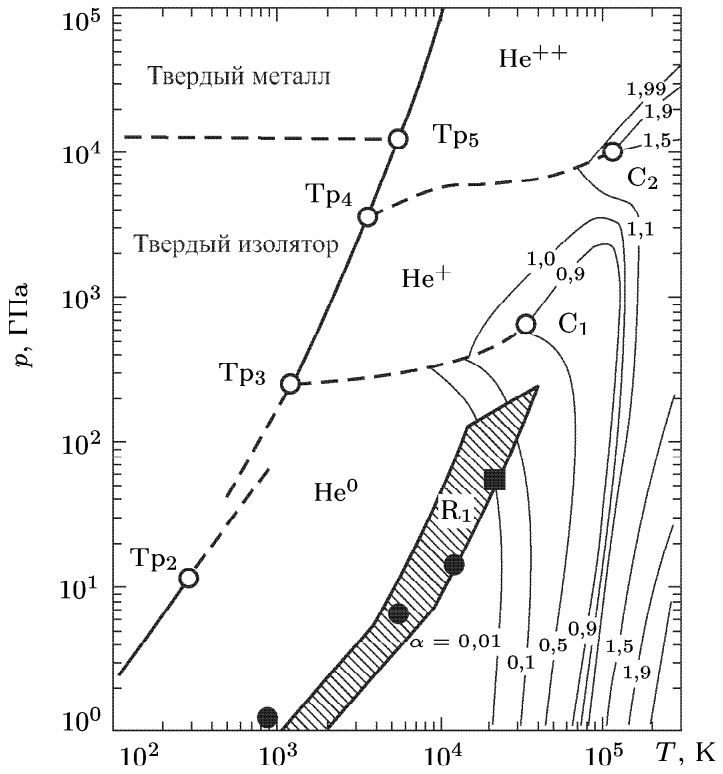


Рис. 9.17. Фазовая диаграмма гелия. Тройные точки (для однократной и двукратной ионизации) $Тр_3$, $Тр_4$. Критические точки плазменных фазовых переходов (для однократной и двукратной ионизации) — C_1, C_2. Заштрихованная область — состояния гелия, реализованные в экспериментах по многократному ударноволновому сжатию [46]

9.3.3. Кислород. Номенклатура диэлектриков, в которых наблюдается переход в состояние с высокой «металлической» проводимостью при экстремально высоких плотностях расширяется с каждым годом. Металлическая проводимость и даже сверхпроводимость были идентифицированы в твердом молекулярном кислороде при давлении около 100 ГПа при очень низких температурах [100, 101]. Недавно Неллис

и др. [102] в экспериментах с реверберирующими ударными волнами на легкогазовых пушках обнаружили существование металлической фазы в жидком молекулярном кислороде. В процессе многократного ударноволнового сжатия достигалось четырехкратное увеличение плотности, давление достигало 190 ГПа, а температура не превышала 7000 K. В зависимости электрического сопротивления от давления или температуры, показанной на рис. 9.18 можно выделить два режима. С ростом давления в диапазоне от 30 до 100 ГПа сопротивление резко падает на шесть порядков. Между 100 и 200 ГПа оно демонстрирует очень слабую зависимость от давления или плотности. Как и в случае водорода, зависимость проводимости от температуры носит активационный характер и может быть описана формулой (9.2) с $\sigma_0 = 1205$ Ом$^{-1}$см$^{-1}$. Если для оценки σ_0 воспользоваться формулой Регеля–Иоффе (9.1), то можно оценить концентрацию электронов в области насыщения проводимости. Эта оценка дает для эффективного числа электронов проводимости на молекулу $\cong 0{,}1$, в то время как для хороших металлов (например, меди) это значение $\cong 0{,}5$.

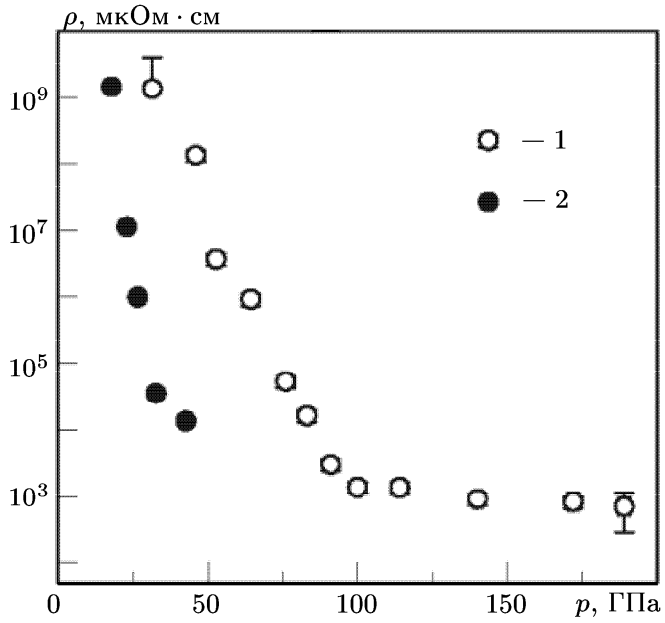


Рис. 9.18. Электрическое сопротивление кислорода в зависимости от давления. 1 – многократное ударноволновое сжатие [102]; 2 — однократное ударноволновое сжатие [103]

Наблюдаемое различие в проводимости кислорода в однократных и многократных ударных волнах (см. рис. 9.18) связано, прежде всего, со значительным различием в температурах. Состояния, реализуемые на адиабате Гюгонио при однократном сжатии, находятся при значительно более высоких температурах. Это приводит к диссоциации молекул кислорода и дополнительному вкладу в проводимость за счет

атомного компонента. Оценки, выполненные в [102] дали для многократных ударных волн при $p = 40$ ГПа и $T = 1200$ К степень диссоциации меньше $10^{-4}\%$, а на адиабате Гюгонио при том же давлении, но при $T = 6500$ К, степень диссоциации равна 7%.

9.3.4. Сера. Одним из объектов, на примере которого изучался переход диэлектрик–металл, является элементарная сера. Возможность перехода серы в металлическое состояние показана в [104] на основании экстраполяции в область высоких давлений зависимости от плотности сдвига края полосы поглощения. В дальнейшем эта возможность проверялась непосредственным измерением электрического сопротивления образцов под давлением. Исследования проводились как при статическом сжатии [105–108], так и при ударно-волновом нагружении [109–113]. В работе [112] использовался экспериментальный комплекс, позволяющий осуществлять регистрацию переходов типа диэлектрик-металл в диапазоне динамических давлений 100–200 ГПа. Исследуемый образец серы вместе с изолирующими тефлоновыми прокладками зажимался между медными экранами. При торможении ударника, разогнанного с помощью взрывного устройства, в экране создавалась ударная волна прямоугольного профиля. В силу того, что сера и тефлон менее жесткие вещества, чем медь, их нагружение до максимального давления, соответствующего давлению столкновения ударника и экрана, осуществлялось серией ударных волн, циркулирующих между экранами. Сопротивление образца измеряли электроконтактным методом по четырехточечной схеме. Шунтирующий резистор, изготовленный из манганиновой фольги, располагали в непосредственной близости к образцу, что позволило свести к минимуму влияние паразитных индуктивностей. В одной плоскости с резистором размещался манганиновый датчик давления, на основании показаний которого учитывали изменение сопротивления шунта. Из-за отсутствия уравнения состояния для серы в области высоких давлений при расчете удельного сопротивления ρ брали величину сжатия, полученную в предположении, что сера нагружается до максимального давления одной ударной волной. При этом использовали ударную адиабату, приведенную в [106], экстраполированную до 100 ГПа. Соответствующие значения p и ρ представлены на рис. 9.19. Здесь же приведены данные из работы [111], полученные при более низких давлениях в условиях однократного сжатия. Видно, что вначале наблюдается довольно резкое уменьшение ρ с ростом p с последующим выходом на примерно постоянный уровень ($\approx 10^{-2}$ Ом$\cdot$см). Давление, при котором происходит смена характера зависимости удельного сопротивления, находится в пределах 19–20 ГПа.

С целью качественного анализа влияния температуры на удельное сопротивление температура образцов понижалась по отношению к ее значению на ударной адиабате за счет использования способа

многократного нагружения [114]. При давлении ниже перехода ρ возрастает с уменьшением температуры (примерно на три порядка), что характерно для полупроводников. Выше перехода ρ слабо изменяется с понижением температуры (уменьшается менее чем в два раза), что свойственно для металлов. Из этого можно сделать вывод, что при $p = 19$–20 ГПа в сере наблюдается переход диэлектрик–металл, и основными носителями тока являются электроны.

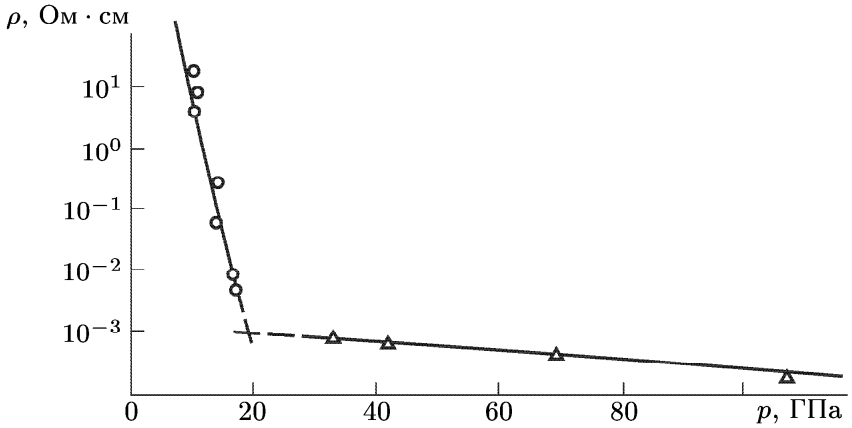


Рис. 9.19. Зависимость удельного сопротивления серы от давления: ▵ — многократное ударное сжатие [112], ○ — однократное ударное сжатие [111]

9.3.5. Фуллерены. Фуллерен в кристаллическом состоянии является полупроводником с шириной запрещенной зоны ΔE около 2,1 эВ и довольно узкими (порядка 0,5 эВ) ширинами валентной зоны и зоны проводимости. Молекулы C_{60} связаны, в основном, ван-дер-ваальсовским взаимодействием, и сжимаемость кристаллов C_{60} очень велика. Можно ожидать, что ширины валентной зоны и зоны проводимости, экспоненциально зависящие от расстояния между молекулами, должны быстро увеличиваться с ростом давления. Ширина запрещенной зоны при этом должна уменьшаться, и при некотором давлении кристалл может перейти в металлическое состояние.

Анализ спектров оптического поглощения кристаллов C_{60} при высоких давлениях [114, 115] показывает, что ширина запрещенной зоны действительно быстро уменьшается с увеличением давления. Однако оценки давления перехода в металлическое состояние характеризуются значительным разбросом данных и дают от 20 до 70 ГПа. Более того, пока не ясно, возможен ли переход кристаллов C_{60} в металлическое состояние до разрушения молекул или их полимеризации. Существует несколько причин большого разброса данных. Во-первых, при больших давлениях возможна полимеризация молекул C_{60}, являющаяся довольно медленным термоактивируемым процессом, и она может присутствовать в разной степени в разных экспериментах, искажая

данные для $\Delta E(p)$. Во-вторых, в большинстве гидростатических экспериментов используется та или иная среда, передающая давление (жидкий ксенон, смеси спиртов и т. п.). В силу большого диаметра молекул фуллерена кристаллическая структура C_{60} характеризуется наличием больших полостей в междоузлиях, которые могут легко заполняться молекулами среды, передающей давление, что, естественно, может сильно влиять на зонную структуру исследуемых образцов.

Указанных выше трудностей удалось избежать в специальных ударно-волновых экспериментах, позволивших получить плавный, квазиизоэнтропический режим нагружения, когда разогрев среды минимален [117]. Идея метода состоит в следующем. Исследуемый образец размещается между пластинами стекла или плавленого кварца, одна из которых находится в контакте с металлическим экраном. Динамическое нагружение осуществляется со стороны экрана металлическим ударником, разогнанным продуктами взрыва до скорости $\sim$ 2 км $\cdot$ с$^{-1}$. В силу аномальной сжимаемости стекла и кварца ниже предела упругости, а также из-за термодинамических закономерностей, при переходе в пластическое состояние в этих материалах при давлении до $\sim$ 12 ГПа не может существовать ударная волна [118]. Ударная волна размывается по мере ее удаления от границы кварцевой пластины с металлическим экраном и превращается в непрерывную волну изоэнтропического сжатия, что позволяет существенно уменьшить необратимый нагрев образцов. В результате исследуемый образец в условиях динамического эксперимента нагружается плавно без ударного скачка. Ранее этот метод был успешно применен при исследовании «диэлектризации» лития и натрия [9, 119] (см. п. 9.3.7).

С помощью описанного метода динамического сжатия была исследована проводимость кристаллических образцов фуллерена с плотностью 1,67 г $\cdot$ см$^{-3}$ при их нагружении до давления 20 ГПа. Оказалось, что при исходной температуре 293 K значение σ образцов C_{60} при сжатии до 20 ГПа достигает 5 Ом$^{-1}$см$^{-1}$, а σ образцов, охлажденных перед нагружением до 77 K, в аналогичных условиях динамического сжатия почти на два порядка меньше и составляет 0,07 Ом$^{-1}$см$^{-1}$. Отметим, что в первом случае σ возрастает с давлением на 7–8 порядков относительно исходной проводимости. Такая зависимость удельной электропроводности от температуры характерна для полупроводников и подобна наблюдаемой в водороде, ксеноне и кислороде. Полученные в [117] результаты позволяют говорить о резком уменьшении запрещенной зоны в кристаллах C_{60} с ростом давления. Однако ширина запрещенной зоны уменьшается не до нуля, и образец при максимально достигнутых давлениях 20 ГПа обладает полупроводниковой проводимостью. Для выяснения возможности металлизации фуллеренов с сохранением их молекулярной структуры необходимы исследования при более высоких давлениях.

9.3.6. Вода. Вода является одним из наиболее распространенных веществ как на Земле, так и во Вселенной. Наряду с метаном и аммиаком, она входит как основной компонент в состав внутренних оболочек гигантских планет Солнечной системы — Нептуна и Урана, находясь там в жидкой фазе при температурах до нескольких тысяч градусов и давлений до сотен ГПа. Возможно, что именно электропроводность сильно сжатой и нагретой воды является причиной возникновения магнитного поля этих планет [120].

Физические свойства воды в таких экстремальных условиях в последнее время являются предметом детального изучения. В частности, выполненные методом молекулярной динамики *ab initio* расчеты ее фазовой диаграммы [120] показали, что при давлениях выше 30 ГПа и температурах выше 2000 K вода должна находиться в суперионном состоянии, характеризующемся аномально высокой подвижностью протонов. Остается также открытым вопрос о предсказанном в [120] переходе воды под действием высоких давлений и температур в металлическое состояние аналогично молекулярному водороду.

В настоящее время единственным источником экспериментальной информации о свойствах жидкой воды при высоких давлениях и температурах являются опыты с мощными ударными волнами, которые позволили получить уникальные данные по уравнению состояния воды вплоть до давлений 100 ГПа, с применением в качестве источника энергии взрывчатых веществ [121], и вплоть до давлений 230 ГПа — в опытах на легкогазовых пушках [122], а также в экспериментах с подземными ядерными взрывами при давлениях примерно 100 ГПа [123] и 1425 ГПа [124].

Первые измерения проводимости воды были выполнены Дэвидом и Хэменом [125, 126], которые обнаружили ее резкий рост по мере увеличения динамического давления от 2 до 13 ГПа и объяснили его увеличением степени диссоциации молекул воды на ионы. Примерно в то же время в работе [58] было получено значение проводимости 0,2 $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ при динамическом давлении 10 ГПа, хорошо согласующееся с данными [125, 126]. Несколько позже в [127] были представлены уточненные данные по проводимости при давлениях до 22 ГПа. Измерения электропроводности водных растворов KCl, KOH и HCl в интервале давлений 7–13,3 ГПа [128] позволили авторам заключить, что при давлениях за фронтом ударной волны свыше 15–20 ГПа вода является практически полностью диссоциированной на ионы и имеет удельную проводимость на уровне 10 $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$. В пользу ионной природы проводимости динамически сжатой воды свидетельствует также отмеченная в [129] ее оптическая прозрачность в исследованном интервале давлений вплоть до 30 ГПа, а также хорошее соответствие между динамическими и статическими [130] измерениями проводимости, выполненными при близких значениях температур и давлений. Наконец, используя двухступенчатую легкогазовую пушку, Митчел и Неллис

сумели провести корректные измерения удельной электропроводности воды при давлениях за фронтом ударной волны 25–59 ГПа [122].

В работе [131] существенно расширен диапазон давлений в экспериментах по измерению проводимости воды. Это было достигнуто за счет применения многоступенчатого режима динамического нагружения, в котором образец подвергался воздействию серии последовательных ударных волн, реверберирующих между двумя плоскопараллельными пластинами, имеющими существенно более высокую, чем у воды, динамическую жесткость. В результате удалось измерить проводимость воды до давления 130 ГПа и, соответственно, до плотности 3,2 $г \cdot см^{-3}$. Ионная природа электропроводности воды в этих экспериментальных условиях была подтверждена методом регистрации электрохимических потенциалов.

Результаты экспериментов по измерению удельной электрической проводимости воды суммированы на рис. 9.20. На рисунке видно, что, начиная с давления $\sim$ 30 ГПа, величина проводимости слабо зависит от давления и достигает значения примерно 150 $Ом^{-1} \cdot см^{-1}$. Это, следуя [127], может быть объяснено полной диссоциацией воды. В электрохимических опытах динамическому сжатию подвергались гальванические ячейки с электродами из разнородных металлов и водой в качестве электролита. Особенности зарегистрированной ЭДС этих ячеек и далекий от металлического уровень проводимости свидетельствуют в пользу ионной природы высокой проводимости сильно сжатой воды в исследованных экстремальных условиях.

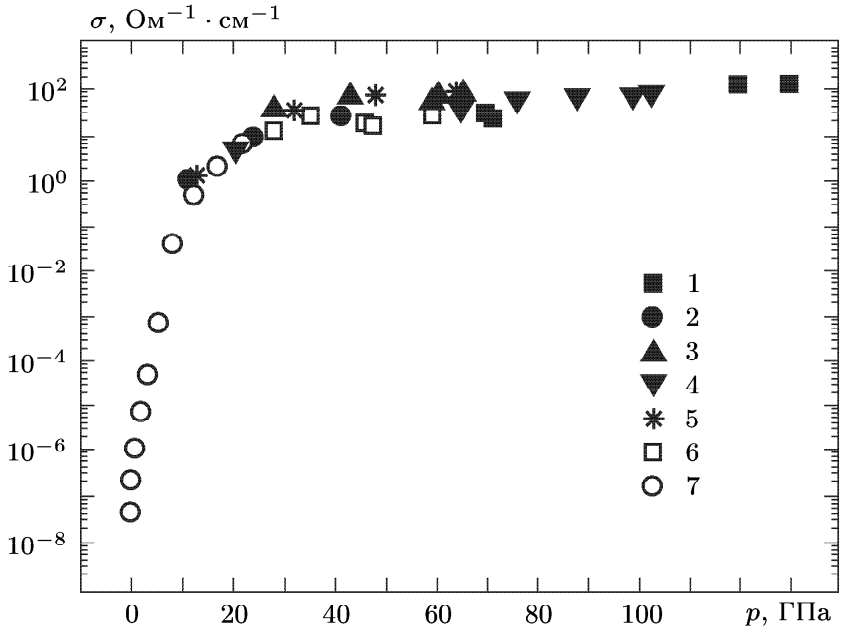


Рис. 9.20. Удельная электрическая проводимость воды в зависимости от давления. 1–5 – [131]; 6 – [122]; 7 – [127]

9.3.7. Диэлектризация металлов. Общепринято, что с увеличением плотности и давления в твердом теле происходят структурные фазовые переходы, приводящие к появлению плотноупакованной фазы с максимальным координационным числом — изоляторы становятся проводниками, плохие металлы улучшают свои металлические характеристики. Многочисленные эксперименты, в том числе и обсуждавшиеся выше, подтверждают эту точку зрения. Однако современные квантовомеханические расчеты [8] предсказывают значительно более богатое и интересное поведение вещества при высоких давлениях. Например, литий, как и остальные щелочные металлы, долгое время рассматривался как прототип «простого» металла. При нормальных условиях щелочные металлы обладают простой ОЦК структурой, металлическими блеском и проводимостью. Однако теория указывает, что при давлении около 50 ГПа в литии возможен структурный переход в орторомбическую фазу. При более высоких давлениях ~ 100 ГПа ядра лития образуют пары, что приводит к появлению структур, подобных конденсированным фазам молекулярного водорода, электронные свойства которых близки свойствам полупроводников с узкой щелью. Наконец, при еще больших давлениях литий снова становится одноатомным металлом.

В экспериментах по статическому сжатию лития в алмазных наковальнях до давлений около 60 ГПа [132, 133] было обнаружено, что при сжатии литий теряет свой металлический блеск, становясь сначала серым, а затем черным (т. е. сильно поглощающим) при $p = 50$ ГПа. В недавних структурных измерениях дифракции синхротронного рентгеновского излучения при давлениях до 50 ГПа также был обнаружен ряд структурных переходов [134]. В соответствии с результатами этих измерений, вблизи 39 ГПа в литии происходит переход из ГЦК фазы, через промежуточную ромбоэдрическую фазу, в сложную ОЦК фазу с 16 атомами в элементарной ячейке. Выполненные в [134] расчеты указывают на высокую стабильность этой фазы вплоть до давления около 165 ГПа.

В работах [9, 119] прямым измерением сопротивления сжатого лития были обнаружены аномалии в его электрофизических свойствах. Литий сжимался квазиизоэнтропически с помощью многократных ударных волн вплоть до давления 210 ГПа и плотности 2,3 г·см$^{-3}$. Результаты, полученные в [9], показаны на рис. 9.21 в виде зависимости приведенного сопротивления ρ/ρ_{293} от плотности лития. Видно, что при всех начальных температурах от 77 до 293 K сопротивление монотонно возрастает с плотностью во всех экспериментах, соответствующих максимальному давлению до 100 ГПа. Результаты, полученные в экспериментах с более высокими максимальными давлениями (160 и 212 ГПа), дают ту же зависимость от плотности вплоть до 1,75 г $\cdot$ см$^{-3}$. При более высоких плотностях в диапазоне 2,0–2,3 г·см$^{-3}$

сопротивление резко падает. Литий плавится в условиях динамического эксперимента в первой или во второй ударной волне в области давлений меньших 7,3 ГПа и температур меньших 530 K, в зависимости от интенсивности падающей ударной волны. Конечное состояние динамически сжатого лития, в соответствии с результатами одномерного численного моделирования с реальным уравнением состояния, соответствует жидкости при температуре от 955 до 2833 K. Оценка тепловой составляющей сопротивления лития дает лишь 20–25% от полной величины при максимальной плотности. Это означает, что основной причиной изменения сопротивления лития является уменьшение межатомного расстояния. Следует отметить, что жидкий и твердый литии имеют похожие зависимости сопротивления от плотности. Другой интересный и необычный факт состоит в том, что в условиях динамических экспериментов, жидкий литий представляет собой плохой проводник лишь до давлений около 160 ГПа, а при больших давлениях сопротивление уменьшается. Это, возможно, означает, что сильно сжатый литий имеет упорядоченную структуру, которая разрушается при 160 ГПа, и литий вновь становится «хорошим» металлом.

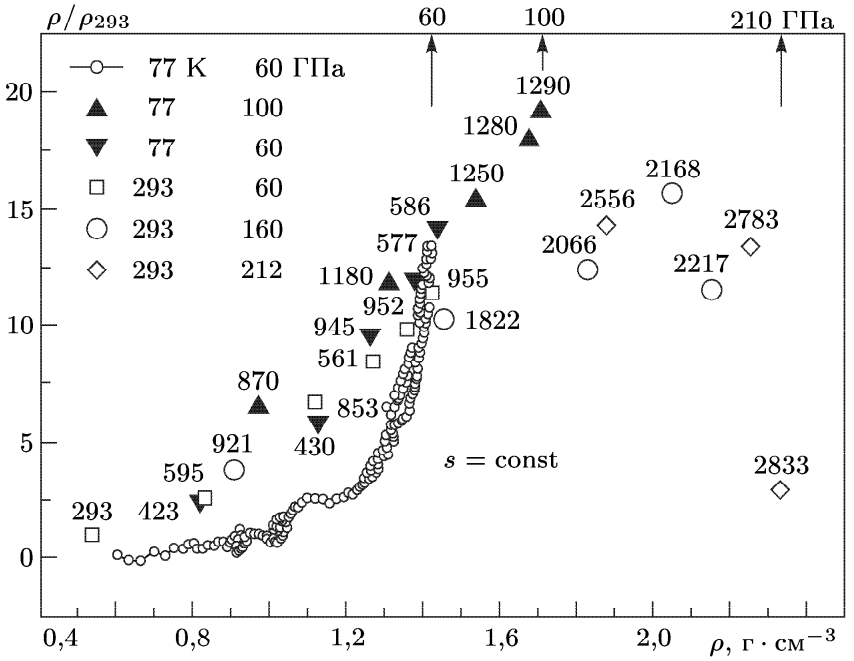


Рис. 9.21. Зависимость удельного сопротивления лития от плотности [9]. Обозначения точек содержат начальную температуру и максимальное давление, а числа рядом с точками указывают рассчитанную температуру

Недавно в работе [10], с использованием метода функционала плотности для расчета атомной и электронной структуры сжатого натрия, при давлениях $p > 130$ ГПа было предсказано существование новых фаз, как и в случае лития, отличных от ожидавшихся для простых

металлов. Эти новые фазы обладают низкой структурной симметрией и полуметаллическими электронными свойствами. Об экспериментальном подтверждении возможного перехода натрия в диэлектрическое состояние сообщалось в [9].

Обнаруженные в квантовомеханических расчетах драматичные изменения в атомной и электронной структурах лития и натрия [8, 10] свидетельствуют о сильном электрон-фононном взаимодействии. Это указывает на возможность существования сверхпроводящего состояния при достаточно высоких температурах [135].

Существование перехода в диэлектрическую фазу предсказывается не только для щелочных металлов. В работе [7] самосогласованным методом присоединенных плоских волн был предсказан фазовый переход из металлического в диэлектрическое состояние в никеле при давлении около 34 ТПа, с последующим обратным переходом в металлическое состояние при 51 ТПа. Это предсказание ждет экспериментального подтверждения.

§ 9.4. Ионизация давлением

Эффект ионизации давлением наиболее рельефно выражен в водороде (рис. 9.5), где полученные в [44] данные по квазиизоэнтропическому сжатию жидкого и газообразного водорода в плоской 1 и цилиндрической 2 геометриях сопоставляются с результатами его сжатия на легкогазовой пушке 5 [33], а также взрывного цилиндрического сжатия с использованием осевого магнитного поля 3 [27] и 4 [28]. Ввиду малого молекулярного веса, многократное ударное сжатия водорода сопровождается относительно слабым его разогревом — характерные значения температуры даже при максимальных давлениях 0,1–1 ТПа не превосходят $T = 10^4$ K, что благоприятствует режиму «холодной» ионизации. В опытах реализован широкий спектр плазменных состояний водорода, сжатого до плотностей $\rho \sim 0{,}01$–$1{,}2$ г·см$^{-3}$ и разогретого до $T \sim 10^4$ K при давлениях $p < 1{,}5$ ТПа с развитой ионизацией, $\alpha = 1$, и высокой концентрацией электронов, $n_\mathrm{e} \sim 2 \cdot 10^{23}$ см$^{-3}$. При максимальных сжатиях плазма является вырожденной, $n_\mathrm{e}\lambda_\mathrm{e}^3 < 200$, и сильнонеидеальной по отношению к кулоновскому ($\gamma \sim 10$) и межатомному ($n_\mathrm{a} r_\mathrm{a}^3 \sim 1$) взаимодействиям.

Интересно, что экстраполяция в эту сильнонеидеальную область простейших моделей плазмы приводит к термодинамической неустойчивости моделей Дебая–Хюккеля (стрелка DP на рис. 9.5 — «кулоновский коллапс») и расходимости формулы Спитцера (стрелка SP). Первое из этих приближений обозначено кривой DHA на рис. 9.5 и предсказывает «ионизацию давлением» при плотностях на 2 порядка меньших, чем экспериментальные. Ударно-волновое сжатие вещества приводит к перекрытию волновых функций соседних атомов и, как

следствие, к перколяционному механизму проводимости, предложенному в [136, 137], который описывается зависящим от плотности снижением потенциала ионизации (подробнее обсуждение перколяционной модели см. гл. 4).

К плотностному снижению потенциала ионизации приводит также модель Мотта [17], которая использовалась в [50] для построения полуэмпирической широкодиапазонной модели ионизационного равновесия и транспортных свойств (кривая M на рис. 9.5) сжатого и разогретого вещества:

$$\Delta I = -I \ln \left\{ 1 + \exp \left[-2 \left(\frac{R - a(I)}{\Delta(I)} \right) \right] \right\}. \tag{9.5}$$

Здесь параметры a, R и Δ выбирались с целью воспроизведения экспериментальных данных по ионизации давлением щелочных металлов. Видно, что предложенные приближения осуществляют качественно верное описание экспериментов.

Использование кольцевого (дебаевского) приближения в большом каноническом ансамбле статистической механики (кривая LDH) для описания кулоновской неидеальности значительно сокращает разрыв теории и эксперимента — до одного порядка по величине. Оставшееся расхождение можно ликвидировать, введя для описания короткодействующего отталкивания атомов и ионов модель твердых сфер — кривая HS, а также учтя вызванное сжатием изменение энергетического спектра атомов и ионов в рамках модели, рассмотренной в п. 9.3 (кривая CA). Учет «прыжкового» характера электропроводности неидеальной плазмы предпринят в [138]. Соответствующие расчеты отмечены индексом (R) на рис. 9.5. Расчеты удельной электропроводности методом квантового Монте–Карло [42, 139–141] обозначены там же индексом QMC.

На рис. 9.6–9.9 приведены результаты изучения электропроводности ударно-сжатого Xe, Ar, Kr и He. Как и в водороде, при «низких» температурах ясно виден эффект ионизации давлением, который происходит при более высоких плотностях плазмы $\sim$ 1–10 г $\cdot$ см$^{-3}$. Кроме того, для многоэлектронных атомов по мере сжатия после первой ионизации давлением следует ожидать и дальнейшей многократной ионизации с последующими дополнительными границами фазовых переходов, соответствующих второй и последующим стадиями ионизации. К сожалению, экспериментальное исследование этих режимов многократной ионизации находится пока за пределами возможностей современных взрывных экспериментальных устройств.

На этих же рисунках наряду с результатами многократного («холодного») сжатия представлены полученные ранее [61–63] данные по фиксации электропроводности однократно и двукратно сжатой плазмы. В этом случае реализуются почти на порядок более высокие температуры, когда на первый план выходит эффект термиче-

ской ионизации. Этот эффект становится превалирующим по мере роста молекулярного веса исследуемых веществ и особенно заметен для ксенона рис. 9.6. Видно, что в результате термической ионизации ($T \sim (4\text{–}10) \cdot 10^3$ K) достигается высокий уровень электропроводности ($\sim 10^3$ Ом$^{-1} \cdot$ см$^{-1}$) уже при низких плотностях, $\rho \sim 0{,}04\text{–}1$ г $\cdot$ $\cdot$ см$^{-3}$, в то время как ионизация давлением обеспечивает тот же уровень электропроводности в холодном ($T \sim 10^4$ K) веществе лишь при чрезвычайно высоких сжатиях до плотностей $\rho \sim 10$ г·см$^{-3}$. Видно также, что по мере увеличения молекулярного веса элементов скачок проводимости из-за ионизации давлением уменьшается, достигая в ксеноне лишь двух порядков величины. Отметим, что измеренные значения электропроводности плазмы ксенона при ее многократном ударно-волновом сжатии близки к значениям, измеренным в статических условиях методом алмазных наковален (крестики на рис. 9.6).

Важно отметить, что некоторые из обсуждаемых нами моделей теряют в области экспериментов термодинамическую устойчивость, что может служить свидетельством «плазменного» фазового перехода первого рода — расслоения сильнонеидеальной плазмы на фазы различной степени ионизации и сжимаемости — обсуждаемого в гл. 5. Зафиксированный резкий рост электропроводности плотной плазмы может служить экспериментальным указанием на этот возможный фазовый переход.

Литература

1. *Wigner E., Huntington H.B.* // J. Chem. Phys. 1935. Vol. 3. P. 764.
2. *Абрикосов А.А.* // Астрономический журнал. 1954. Т. 31. № 1. С. 112.
3. *Максимов Е.Г., Шилов Ю.И.* // УФН. 1999. Т. 169. № 11. С. 1223–1242.
4. *Ashkroft N.W.* // Phys. Rev. Lett. 1968. Vol. 21. № 26. P. 1748–1749.
5. *Бровман Е.Г., Каган Ю., Холас А.* // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. № 6. С. 2429–2458.
6. *Киржниц Д.А., Лозовик Ю.Е., Шпатаковская Г.В.* // УФН. 1976. Т. 119. № 3. С. 357–372.
7. *McMahan A.K., Albers R.C.* // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49. № 16. P. 1198–1201.
8. *Neaton J.B., Ashcroft N.W.* // Nature. 1999. Vol. 400. № 6740. P. 141–144.
9. *Фортов В.Е., Якушев В.В., Каган К.Л. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 2001. Т. 74. № 8. С. 418–421.
10. *Neaton J.B., Ashcroft N.W.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86. № 13. P. 2830–2833.
11. *Hensel F., Frank E.U.* // Rev. Mod. Phys. 1968. Vol. 40. № 4. P. 697–703.
12. *Алексеев В.А., Веденов А.А.* // УФН. 1970. Т. 102. № 4. С. 665–667.
13. *DeSilva A.W., Katsouros J.D.* // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 57. № 5. P. 5945–5951.
14. *Saleem S., Haun J., Kunze H.-J.* // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 64. № 5. Paper 056403.
15. Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Вводный том Т. 1 / Под ред. В.Е. Фортова. — М.: Наука, 2000.
16. *Ландау Л.Д., Зельдович Ю.Б.* // ЖЭТФ. 1944. Т. 14. № 1. С. 32.
17. *Mott N.F., Davis E.A.* Electron processes in non-crystalline materials. — Oxford: Clarendon Press, 1979.
18. *Трубицын В.П.* // ФТТ. 1966. Т. 8. № 3. С. 862–865.
19. *Ross M., McMahan A.K.* // Phys. Rev. B. 1980. Vol. 21. № 4. P. 1658–1664.
20. *Young D.A., McMahan A.K., Ross M.* // Phys. Rev. B. 1981. Vol. 24. № 9. P. 5119–5127.
21. *Boettger C.* // Phys. Rev. B. 1986. Vol. 33. № 8. P. 6788–6791.
22. *Goettel K.A., Eggert J.H., Silvera I.F., Moss W.C.* // Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 62. № 4. P. 665–668.
23. *Аврорин Е.Н., Водолага Б.К., Симоненко Б.А., Фортов В.Е.* // УФН. 1993. Т. 163. № 5. С. 1–34.
24. *Мочалов М.А., Кузнецов О.Н.* // Сб. тезисов докладов «III Харитоновские тематические чтения». — Саров, 2001. С. 108.
25. *Григорьев Ф.В., Кормер С.Б., Михайлова О.Л. и др.* // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. № 5. С. 1683–1693.

26. *Белов С.И., Борисков Г.В., Быков А.И. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 76. С. 508.

27. *Hawke R.S., Burgers T.J., Duerre D.E. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1978. Vol. 41. № 14. P. 994–997.

28. *Pavlovskii A.I., Boriskov G.V. et al.* // Megagauss Technology and Pulsed Power Applications / Ed. C.M. Fowler. — N.Y. and London: Plenum Press, 1987.

29. *Da Silva L.B., Celliers P., Collins G.W. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78. № 3. P. 483–486.

30. *Mostovych A.N., Chan Y., Lehecha T., et al.* // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 85. № 18. P. 3870–3873.

31. *Knudson M.D., Hanson D.L., Bailey J.B. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. № 22. Paper 225501.

32. *Nellis W.J., Weir S.T., Mitchell A.C.* // Rev. High Press. Sci. Technol. 1998. Vol. 7. P. 870–872.

33. *Weir S.T., Mitchell A.C., Nellis W.J.* // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. № 11. P. 1860–1863.

34. *Holmes N.S., Ross M., Nellis W.J.* // Phys. Rev. B. 1995. Vol. 52. № 22. P. 15835–15845.

35. *Фортов В.Е., Терновой В.Я., Квитов С.В. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1999. Т. 69. № 12. С. 874–878.

36. *Ternovoi V.Ya., Filimonov A.S., Fortov V.E. et al.* // Physica B. 1999. Vol. 265. № 1. P. 6–11.

37. *Beule D., Ebeling W., Forster A. et al.* // Phys. Rev. B. 1999. Vol. 59. № 22. P. 14177–14181.

38. *Robnik M., Kundt, W.* // Astronom. Astrophys. 1983. Vol. 120. № 1. P. 227–233.

39. *Saumon D., Chabrier G.* // Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 62. № 20. P. 2397–2400.

40. *Saumon D., Chabrier G.* // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 46. № 4. P. 2084–2100.

41. *Haronska P., Krempt D. et al.* // Wiss. Z.W.-Pieck-Univ. Rostock. 1987. N-Reihe 36. S. 98.

42. *Mulenko I.A., Olejnikova E.N., Khomkin A.L. et al.* // Phys. Lett. A. 2001. Vol. 289. № 3. P. 141–146.

43. *Nellis W.J.* // Plan. Space Sci. 2000. Vol. 48. № 7/8. P. 671–677.

44. *Фортов В.Е., Терновой В.Я., Жерноклетов М.В. и др.* // ЖЭТФ. 2003. Т. 124. № 2. С. 288–309.

45. *Mintsev V.B., Ternovoi V.Ya. et al.* // Shock Compression of Condensed Matter. 1999 / Ed. S.C. Schmidt, D.P. Dandekar, J.W. Forbes. — N.Y.: Woolbury, 2000. P. 987–990.

46. *Ternovoi V.Ya., Filimonov A.S., Pyalling A.A. et al.* // Shock Compression of Condensed Matter. 2001 / Ed. M.D. Furnish, N.N. Thadhani, Y. Horie. — N.Y.: AIP Press, 2002. P. 107–110.

47. *Терновой В.Я.* // Нестационарные проблемы гидродинамики. — Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1980. № 48. С. 141–145.

48. *Weir S.T.*, *Mitchell A.C.*, *Nellis W.J.* // J. Appl. Phys. 1996. Vol. 80. № 3. P. 1522–1525.

49. *Barker L.M.*, *Trucano T.G.*, *Wize J.L.*, *Asay J.R.* SWCM-85. — N.Y.: Plenum Press, 1986. P. 455.

50. *Ebeling W.*, *Förster A.*, *Fortov V. et al.* Thermophysical Properties of Hot Dense Plasmas. — Stuttgart-Leipzig: Teubner, 1991.

51. *Juranek H.*, *Redmer R.*, *Röpke G. et al.* // Plasma Phys. 1999. Vol. 39. № 3. P. 251–261.

52. *Бушман А.В.*, *Ломоносов И.В.*, *Фортов В.Е.* Уравнения состояния металлов при высоких плотностях энергии. — Черноголовка: ОИХФ АН СССР, 1992.

53. *Адамская И.А.*, *Григорьев Ф.В.*, *Михайлова О.Л. и др.* // ЖЭТФ. 1987. Т. 93. № 2. С. 647–651.

54. *Urlin V.D.*, *Mochalov M.A.*, *Mikhailova O.L.* // High Press. Res. 1992. Vol. 8. P. 595.

55. *Урлин В.Д.*, *Мочалов М.А.*, *Михайлова О.Л.* // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. № 6. С. 2099–2105.

56. *Забабахин Е.И.* Механика в СССР за 50 лет. — М.: Наука, 1979.

57. *Павловский А.И.*, *Кулешов Г.Д.*, *Склизков Г.В. и др.* // ДАН СССР. 1965. Т. 160. № 1. С. 68–70.

58. *Бриш А.А.*, *Тарасов М.С.*, *Цукерман В.А.* // ЖЭТФ. 1960. Т. 38. № 1. С. 22–25.

59. *Nellis W.J.*, *Weir S.T.*, *Mitchell A.C.* // Phys. Rev. B. 1999. Vol. 59. № 5. P. 3434–3449.

60. *Замалин В.М.*, *Норман Г.Э.*, *Филинов В.С.* Метод Монте-Карло в статистической термодинамике. — М.: Наука, 1977.

61. *Иванов Ю.В.*, *Фортов В.Е.*, *Минцев В.Б.*, *Дремин А.Н.* // ЖЭТФ. 1976. Т. 81. № 1. С. 216–223.

62. *Минцев В.Б.*, *Фортов В.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 30. № 7. С. 401–404.

63. *Минцев В.Б.*, *Фортов В.Е.*, *Грязнов В.К.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. № 1. С. 116–124.

64. *Eremets M.I.*, *Gregoryanz E.A.*, *Struzhkin V.V. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 85. № 13. P. 2797–2800.

65. *Dudin S.V.*, *Fortov V.E. et al.* // Shock Compression of Condensed Matter. 1999 / Ed. S.C. Schmidt, AIP Conference Proceedings 429. — N.Y. 1998. P. 793–795.

66. *Гатилов Л.А.*, *Глуходедов В.Д.*, *Григорьев Ф.В.* // ПМТФ. 1985. Т. 26. № 1. Р. 99–102.

67. *Dolotenko M.I.*, *Bykov A.I. et al.* // Megagauss and Megaamper Pulsed Power and Related Topics / Ed. V. Chernishev, V. Selimir, L. Plyashkevitch. — Sarov: VHIIEF, 1997. P. 805.

68. *Глухоедов В.Д.*, *Киршанов С.И.*, *Лебедева Т.С.*, *Мочалов М.А.* // ЖЭТФ. 1999. Т. 116. № 2. С. 551–562.

69. *Veeser L.I., Ekdah C.A., Oona H. et al.* // Abstracts of VIII Int. Conf. on Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics. — Tallahasse, 1998. P. 239.

70. *Зеегер К.* Физика полупроводников. — М.: Мир, 1977.

71. *Грязнов В.К., Жерноклетов М.В., Зубарев В.Н. и др.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 78. № 2. С. 573–585.

72. *Zaiman J.M.* Principles of Theory of Solids. — London: Cambridge University Press, 1972.

73. *Nellis W.J., Weir S.T., Holmes N.C. et al.* // LLNL report UCRL-JC-125039.

74. *Грязнов В.К., Иосилевский И.Л., Фортов В.Е.* // Письма в ЖТФ. 1982. Т. 8. № 22. С. 1378–1381.

75. *Грязнов В.К., Фортов В.Е.* // ТВТ. 1987. Т. 25. № 6. С. 1208–1210.

76. *Грязнов В.К., Жерноклетов М.В., Иосилевский И.Л. и др.* // ЖЭТФ. 1998. Т. 114. № 10. С. 1242–1265.

77. *Иосилевский И.Л.* // ТВТ. 1980. Т. 18. № 3. С. 447–452.

78. *Грязнов В.К., Иосилевский И.Л., Фортов В.Е.* // Ударные волны и экстремальные состояния вещества / Под ред. В.Е. Фортова, Л.В. Альтшулера, Р.Ф. Трунина, А.И. Фунтикова. — М.: Наука, 2000. С. 342–387.

79. *Young D.A.* // UCRL-52352. — LLNL, Univ. California, 1977.

80. *Гейдон А., Герл И.* Ударная труба в химической физике высоких температур. — М.: Мир, 1966.

81. *Минцев В.Б., Фортов В.Е.* // ТВТ. 1982. Т. 20. № 4. С. 745–764.

82. *Якуб Е.С.* // ТВТ. 1990. Т. 28. № 4. С. 664–671.

83. *Yakub E.S.* // Physica B. 1999. Vol. 265. № 1. P. 31–38.

84. *Pierleoni C., Ceperley D.M., Bernu B. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1974. Vol. 73. № 16. P. 2145–2149.

85. *Collins L.A., Kwon I., Kress J.D et al.* // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 52. № 6. P. 6202–6219.

86. *Lenosky T.J., Kress J.D., Collins L.A., Kwon I.* // Phys. Rev. B. 1997. Vol. 55. № 18. P. 11907–11910.

87. *Knaup M., Reinhard P., Topffer C.* // Contrib. Plasma Phys. 1999. Vol. 39. № 1. P. 57–60.

88. *Nellis W.J., Mitchell A.C., van Thiel M. et al.* // J. Chem. Phys. 1983. Vol. 79. № 3. P. 1480–1486.

89. *Kerley G.I.* // A Theoretical Equation of State for Deuterium. — National Technical Information Service, Springfield, VA, 1972. NTIS Document № LA-47766.

90. *Ross M.* // Phys. Rev. B. 1998. Vol. 58. № 2. P. 669–677.

91. *Ree F., Ross M., Young D.* // J. Chem. Phys. 1983. Vol. 79. № 3. P. 1487–1494.

92. *Reichlin R., Brister K.E., McMahan A.K. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 62. № 6. P. 669–672.

93. *Keeler R., van Thiel M., Alder B.* // Physica. 1965. Vol. 31. P. 1437.

94. *Nellis W., van Thiel M., Mitchel A.* // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 48. № 12. P. 816–818.

95. *Radousky H.B., Ross M.* // Phys. Lett. A. 1988. Vol. 129. № 1. P. 43–46.

96. *Fortov V.E., Gryaznov V.K., Mintsev V.B. et al.* // Contrib. Plasma Phys. 2001. Vol. 41. № 2/3. P. 215–218.
97. *Кулиш М.И., Грязнов В.К., Минцев В.Б. и др.* // ТВТ. 1995. Т. 33. № 6. С. 967–971.
98. *Григорьев Ф.В., Кормер С.Б., Михайлова О.Л. и др.* // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. № 4. С. 1271–1280.
99. *Nellis W.J., Holmes N.C., Mitchell A.C. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. № 13. P. 1248–1251.
100. *Desgreniers S., Vohra Y.K., Ruoff A.L.* // J. Phys. Chem. 1990. Vol. 94. № 3. P. 1117–1122.
101. *Shimizu K., Suhara K., Ikumo M. et al.* // Nature. 1998. Vol. 393. № 6687. P. 767–769.
102. *Bastea M., Mitchell A.C., Nellis W. J.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86. № 14. P. 3108–3111.
103. *Hamilton D.C., Nellis W.J., Mitchell A.C. et al.* // J. Chem. Phys. 1988. Vol. 88. № 8. P. 5042–5050.
104. *Le Neindre B., Suito K., Kawai N.* // High Temp. — High Pres. 1976. Vol. 8. № 1. P. 1–20.
105. *Верещагин Л.Ф., Яковлев Е.П., Виноградов Б.В. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1974. Т. 20. № 8. С. 540–544.
106. *Chhabildas L.C., Ruoff A.L.* // J. Chem. Phys. 1977. Vol. 66. № 3. P. 983–985.
107. *Dunn K.J., Bundy F.P.* // J. Chem. Phys. 1977. Vol. 67. № 11. P. 5048–5053.
108. *Евдокимова В.В., Куземская И.Г.* // Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 28. № 6. С. 390–392.
109. *David H.G., Hamann S.D.* // J. Chem. Phys. 1958. Vol. 28. № 5. P. 1005.
110. *Berger J., Joigneau S., Bottet G.* // CR Herb. Acad. Sci. 1960. Vol. 250. № 26. P. 4331–4333.
111. *Berg U.I.* // Ark. Fys. 1964. Bd. 25. № 2. S. 111.
112. *Набатов С.С., Дремин А.Н., Постнов В.И., Якушев В.В.* // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29. № 7. С. 407–410.
113. *Якушев В.В., Набатов С.С., Якушева О.В.* // ФГВ. 1974. Т. 10. № 4. С. 583–594.
114. *Постнов В.И., Ананьева Л.А., Дремин А.Н. и др.* // ФГВ. 1986. Т. 22. № 4. С. 106–109.
115. *Meletov K.P., Dolganov V.K., Zharikov O.V. et al.* // J. Phys. Paris. 1992. Vol. 2. № 11. P. 2097–2105.
116. *Moshary F., Chen N.H., Silvera I.F. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1992. Vol. 69. № 3. P. 466–469.
117. *Осипьян Ю.А., Фортов В.Е., Каган К.Л. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 75. № 11. С. 680–683.
118. *Канель Г.И., Молодец А.М.* // ЖТФ. 1976. Т. 46. № 2. С. 398–407.
119. *Фортов В.Е., Якушев В.В., Каган К.Л. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1999. Т. 70. № 9. С. 620–624.
120. *Cavazzoni C., Chiarotti G.L., Scandolo S. et al.* // Science. 1999. Vol. 283. № 5398. P. 44–46.

121. *Баканова А.А.*, *Зубарев В.Н.*, *Сутулов Ю.Н.*, *Трунин Р.Ф.* // ЖЭТФ. 1975. Т. 68. № 3. С. 1099–1107.
122. *Mitchell A.C.*, *Nellis W.J.* // J. Chem. Phys. 1982. Vol. 76. № 12. P. 6273–6281.
123. *Волков Л.П.*, *Волошин Н.П.*, *Мангасаров Р.А.* // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 31. № 9. С. 546–548.
124. *Подурец М.А.*, *Симаков Г.В.*, *Трунин Р.Ф. и др.* // ЖЭТФ. 1972. Т. 62. № 2. С. 710–712.
125. *David H.G.*, *Hamann S.D.* // Trans. Faraday Soc. 1959. Vol. 55. № 1. P. 72–78.
126. *David H.G.*, *Hamann S.D.* // Trans. Faraday Soc. 1960. Vol. 56. № 7. P. 1043–1050.
127. *Hamann S.D.*, *Linton M.* // Trans. Faraday Soc. 1966. Vol. 62. № 8. P. 2234–2241.
128. *Hamann S.D.*, *Linton M.* // Trans. Faraday Soc. 1969. Vol. 65. № 8. P. 2186–2193.
129. *Зельдович Я.Б.*, *Кормер С.Б.*, *Синицын М.В.*, *Юшко К.Б.* // ДАН СССР. 1961. Т. 138. № 6. С. 1333–1336.
130. *Holzapfel W.*, *Frank E.U.* // Ber. Bunsenges. Phys. Chem. 1966. B. 70. № 9/10. S. 1105–1112.
131. *Якушев В.В.*, *Постнов В.И.*, *Фортов В.Е.*, *Якушева Т.И.* // ЖЭТФ. 2000. Т. 117. № 4. С. 710–716.
132. *Struzhkin V.V.*, *Hemley R.J.*, *Mao H.K.* // Bull. Am. Phys. Soc. 1999. Vol. 44. № 1. P. 1489.
133. *Mori Y.*, *Ruoff A.* // Bull. Am. Phys. Soc. 1999. Vol. 44. № 1. P. 1489.
134. *Hanfland M.*, *Syassen K.*, *Christensen N.E.*, *Novikov D.L.* // Nature. 2000. Vol. 408. № 6809. P. 174–178.
135. *Christensen N.E.*, *Novikov D.L.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86. № 9. P. 1861–1864.
136. *Ликальтер А.А.* // ЖЭТФ. 1998. Т. 113. № 3. С. 1094–1100.
137. *Ликальтер А.А.* // УФН. 2000. Т. 170. № 8. С. 831–853.
138. *Redmer R.*, *Röpke G.*, *Kuhlbrodt S.*, *Reinholz H.* // Contrib. Plasma Phys. 2001. Vol. 41. № 2/3. P. 163–166.
139. *Filinov V.S.*, *Bonitz M.*, *Fortov V.E.* // Письма в ЖЭТФ. 2000. Т. 72. № 3. С. 245–248.
140. *Filinov V.S.*, *Fortov V.E.*, *Bonitz M.*, *Kremp D.* // Phys. Lett. A. 2000. Vol. 274. № 2. P. 228–235.
141. *Filinov V.S.*, *Bonitz M.*, *Ebeling W.*, *Fortov V.E.* // Plasma. Phys. Control. Fusion. 2001. Vol. 43. № 6. P. 743–759.

Глава 10. ОДНОЗАРЯДНАЯ ПЛАЗМА

Однозарядная плазма (в англоязычной литературе nonneutral plasma) — плазма, состоящая из частиц с зарядами одного знака, обладает целым рядом уникальных свойств, отсутствующих у квазинейтральной плазмы [1–3]. Это может быть чисто электронная плазма, плазма положительных ионов одного или нескольких сортов, позитронная плазма, а также электрон–антипротонная плазма. Так как между частицами однозарядной плазмы существует сильное кулоновское отталкивание, то ее длительное существование в термодинамически равновесном состоянии возможно лишь в удерживающих от разлета внешних полях заданной конфигурации. Обычно удержание однозарядной плазмы осуществляется с помощью электрических и магнитных полей и может длиться очень долго, при необходимости — в течение часов и даже дней. Так как рекомбинация зарядов исключена, то однозарядная плазма может быть охлаждена до ультракриогенных температур (< 1 мК), при которых кинетическая энергия ионов много меньше энергии их кулоновского взаимодействия, так что возможно образование жидкостных и квазикристаллических структур.

§ 10.1. Способы удержания однозарядной плазмы

Однозарядная плазма может удерживаться в течение длительного времени с помощью электрических и магнитных полей различной конфигурации. Электроны могут быть локализованы над поверхностью жидкого гелия с образованием двумерной системы, в которой наблюдается вигнеровская кристаллизация. Благодаря использованию «лазерного охлаждения» ионов, сильнонеидеальная однозарядная плазма была получена и исследована в ловушках Пеннинга и Пауля. В последнее время, используя охлаждение ионов в накопительных кольцах, были получены «кристаллические» пучки — показательный пример плазменной конденсации. Обсудим кратко каждый из этих методов удержания плазмы.

10.1.1. Электроны над поверхностью жидкого гелия [4–6]. Взаимодействие свободного электрона с атомами жидкости состоит из поляризационного дальнодействующего притяжения и обменного короткодействующего отталкивания. Поляризационное взаимодействие приводит к уменьшению потенциальной энергии электрона по сравнению с ее

вакуумным значением, а обменное — к увеличению. Поэтому знак и величина средней потенциальной энергии электрона в диэлектрической среде (или энергия дна зоны проводимости инжектированного в жидкость электрона) V_0 определяется конкуренцией поляризационного притяжения и обменного отталкивания. В случае атомов или молекул, обладающих малой поляризуемостью (например, He, Ne, H_2), превалирует обменное отталкивание и $V_0 > 0$. В жидком гелии $V_0 \cong 1$ эВ. Это означает, что электрон, имеющий кинетическую энергию меньше V_0, не может проникнуть внутрь жидкости. Однако, находясь вблизи поверхности диэлектрика со стороны газа, электрон притягивается к нему силами изображения, потенциал которых имеет вид

$$V(z) = -\frac{Q}{z}, \quad Q = \frac{e^2(\varepsilon - 1)}{4(\varepsilon + 1)}, \tag{10.1}$$

где ε — диэлектрическая проницаемость жидкости, а ось Oz направлена по нормали к поверхности. При $z < 0$, то есть внутри жидкости, $V(z) \cong V_0$. В результате возникает одномерная потенциальная яма (см. рис. 10.1), в которой электрон может локализоваться в перпендикулярном поверхности направлении. При этом он может свободно перемещаться в плоскости параллельной поверхности.

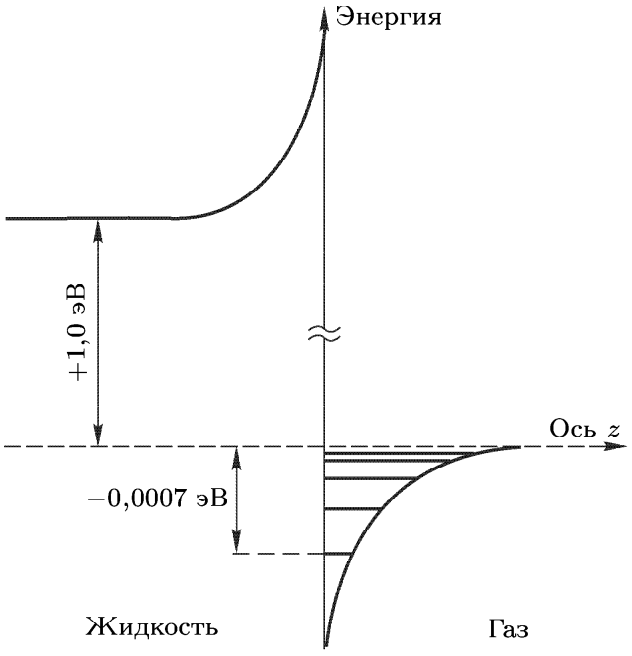


Рис. 10.1. Схематическое расположение поверхностных электронных уровней вблизи поверхности жидкого гелия [6]

В случае жидкого гелия потенциальный барьер, $V_0 \sim 1$ эВ, велик по сравнению с энергией связи локализованного электрона. Поэтому с хорошей точностью можно положить $V_0 = \infty$ и учесть наличие поверхности раздела граничным условием волновой функции электрона

$\Psi|_{z=0} = 0$. Нетрудно убедиться, что в этом случае задача о спектре поверхностного электрона сводится к задаче о спектре атома водорода с заменой e^2 на Q:

$$E_n(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{mQ^2}{2\hbar^2 n^2}, \quad n = 1, 2, \ldots, \tag{10.2}$$

где $\mathbf{k}$ — двумерный волновой вектор электрона вдоль поверхности гелия. Благодаря малой поляризуемости жидкого гелия энергия связи электрона в основном состоянии мала ($E_1(0) \cong 8$ K $\ll V_0$), и допущение $V_0 = \infty$ вполне оправдано. Электрон локализуется на расстоянии порядка 10^{-6} см от поверхности гелия и тем самым истинное поведение потенциала взаимодействия на расстояниях порядка межатомных от поверхности не очень существенно.

Метод получения поверхностных электронов над жидким гелием сравнительно прост [6]. В газообразной фазе располагается источник электронов (коронный разряд, или радиоактивный изотоп), а в жидкости у свободной поверхности гелия находится плоский электрод, заряженный положительно (рис. 10.2).

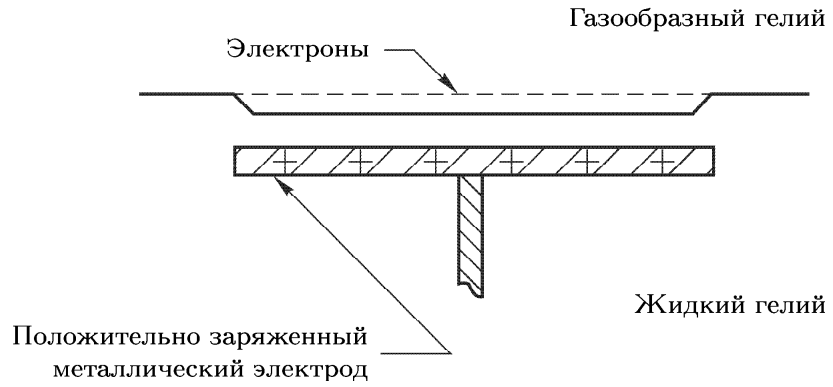


Рис. 10.2. Схема эксперимента с электронами, локализованными над поверхностью жидкого гелия

Равновесная концентрация электронов n_s на поверхности определяется условием обращения в нуль полного электрического поля в газообразной фазе, откуда $E_\perp = 2\pi e n_s$. Изменяя величину напряженности прижимающего электрического поля $E_\perp$ можно легко менять n_s в широком интервале значений, от 10^5 до 10^9 см$^{-2}$. При этом электронная подсистема при гелиевых температурах остается невырожденной, так как даже при $n_s = 10^9$ см$^{-2}$ энергия Ферми мала, $\varepsilon_F/k = \pi\hbar^2 n_s/km \leqslant \leqslant 10^{-2}$ K. Изменяя $E_\perp$ и T, можно в широких пределах, практически от 0 до 10^2 и более, менять параметр неидеальности двумерной электронной системы, $\gamma = \pi^{1/2} e^2 n_s^{1/2}/kT$, перекрывая области идеального газа, электронной жидкости и вигнеровского кристалла. Ограничения на величину γ связаны, во-первых, с неустойчивостью заряженной

поверхности гелия при больших n_s (а, следовательно, и больших $E_\perp$), и, во-вторых, с вырождением электронов при низких температурах.

10.1.2. Ловушки Пеннинга [3]. Упрощенная схема ловушки Пеннинга [7], предложенной в 1936 году и широко используемой для удержания заряженных частиц, представлена на рис. 10.3. Проводящий цилиндр разделен на три секции. Центральная секция заземлена, а две остальные находятся под положительным потенциалом (для определенности мы рассматриваем удержание положительно заряженных частиц). Параллельно оси цилиндра накладывается магнитное поле $\mathbf{B}$. Ионная плазма находится в области центральной заземленной секции, где удержание в радиальном направлении осуществляется за счет магнитного поля, а в аксиальном — за счет электростатического. Радиальное удержание связано с вращением плазмы относительно оси симметрии ловушки и с вызываемой этим вращением силой Лоренца, направленной радиально по направлению к оси. Сила Лоренца уравновешивает все силы, действующие в противоположном направлении, такие как центробежная, электростатическая и давление.

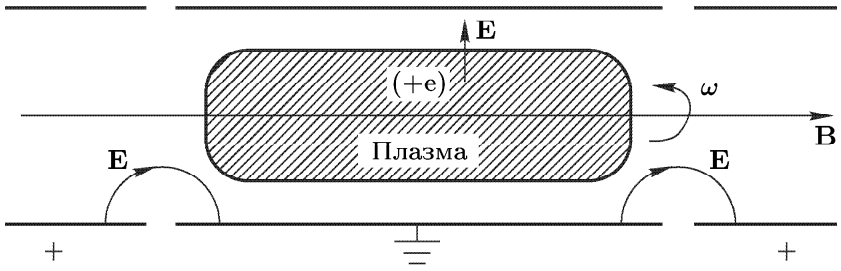


Рис. 10.3. Схема ловушки Пеннинга [7, 3]

В большинстве случаев размер исследуемого плазменного облака мал по сравнению с размером ловушки, и плазма находится в почти параболической потенциальной яме. Равновесная форма такой плазмы представляет собой эллипсоид вращения. Поскольку плазма вращается под действием пондеромоторных сил с циклотронной частотой ω, то анализ необходимо вести во вращающейся системе координат. В цилиндрической системе координат, вращающейся с частотой ω вместе с плазменным облаком, потенциал, действующий на заряженные частицы в ловушке Пеннинга, имеет вид [3]

$$\Phi(r, z) = \frac{M_i \omega_z^2}{2}(z^2 + \beta\, r^2), \tag{10.3}$$

где параметры β и ω_z определяются выражениями

$$\beta = \frac{\omega(\Omega_c - \omega)}{\omega_z^2} - \frac{1}{2}, \quad \omega_z^2 = \frac{2kZ_iU}{M_i}. \tag{10.4}$$

В (10.3) и (10.4) M_i — масса иона, U – разность потенциалов, ω_z — частота колебаний заряженной частицы малой амплитуды в аксиальном направлении, k — геометрический фактор, а $\Omega_\text{c} = eB/M_\text{i}c$ — циклотронная частота. Параметр β определяет симметрию эффективного потенциала ловушки. При $\beta = 1$ потенциал $\Phi(\mathbf{r})$ и плазма сферически симметричны. При $\beta \gg 1$ плазма вытягивается в линию вдоль оси z, а при $\beta \ll 1$ — сплющивается в плоский двумерный блин в плоскости xy.

Возможность получения сильно неидеальной однозарядной плазмы во многом связана с успешным развитием методов лазерного охлаждения атомов и ионов [8–10]. Основная идея доплеровского лазерного охлаждения проста и состоит в следующем [3, 11]. Луч лазера с частотой немного меньшей частоты одного из электронных переходов ионов мишени пропускается через плазму (рис. 10.4). У ионов, имеющих компоненту скорости, направленную против направления распространения луча, то есть $\mathbf{kv} < 0$ (здесь $\mathbf{k}$ — волновой вектор лазерного света, а $\mathbf{v}$ — скорость иона), энергия перехода сдвигается ближе к резонансу за счет эффекта Доплера. Эти ионы поглощают фотоны с большей эффективностью, чем ионы движущиеся в направлении распространения света. При поглощении кванта света скорость иона меняется на величину $\Delta\mathbf{v} = \hbar\mathbf{k}/M_\text{i}$. Последующее спонтанное излучение кванта сферически симметрично. Поэтому средний вклад излучаемых фотонов в импульс иона равен нулю. Таким образом, суммарный эффект процессов поглощения и излучения света ионами приводит к охлаждению плазмы.

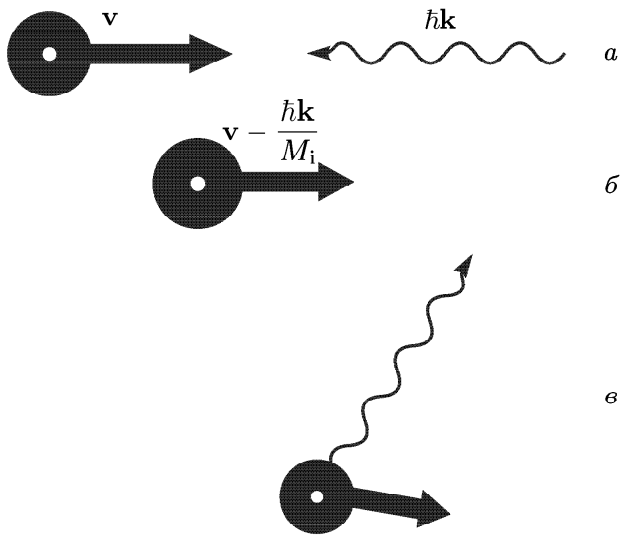


Рис. 10.4. Основные процессы, приводящие к уменьшению средней энергии ионов: ион, движущийся со скоростью v, сталкивается с фотоном имеющим импульс $\hbar\mathbf{k}$ ($а$); после поглощения фотона ион замедляется на $\hbar\mathbf{k}/M_\text{i}$ ($б$); после переизлучения фотона в произвольном направлении ион в среднем движется медленнее, чем до столкновения [10]

Идея лазерного охлаждения была предложена в 1975 году [12, 13] и три года спустя реализована в экспериментах с ионами Mg^+ [14] и Ba^+ [15]. Нижний предел температуры (доплеровский предел), которая может быть получена при лазерном охлаждении, составляет величину порядка $\hbar\Gamma$ [16,17], где Γ — скорость спонтанного излучения из возбужденного состояния (Γ^{-1} — время жизни возбужденного состояния). Эта температура определяется из условия равновесия между лазерным охлаждением и процессом нагревания, которое происходит из-за случайной природы, как поглощения фотонов, так и их излучения [10]. Предел доплеровского охлаждения составляет доли мК для типичных разрешенных дипольных переходов. К настоящему времени разработаны методы охлаждения атомов и ионов до температур существенно меньших доплеровского предела [8–10, 17]. Среди них можно упомянуть субдоплеровское лазерное охлаждение и испарительное охлаждение [17]. Второй из них аналогичен процессу охлаждения горячей воды в чашке за счет испарения наиболее энергичных молекул. После удаления наиболее энергичных атомов или ионов, оставшиеся перераспределяются по энергиям за счет столкновений, в результате чего температура уменьшается. Испарительное охлаждение позволяет снизить температуру до 50 нК и ниже [17].

Одним из наиболее впечатляющих достижений техники лазерного охлаждения последних лет было создание новых макроскопических квантовых систем – конденсата Бозе–Эйнштейна, предсказанного Эйнштейном в 1924 году. Проявлением бозе–эйнштейновской конденсации являются сверхтекучесть жидкого гелия и сверхпроводимость. Конденсация разреженного атомного газа была впервые достигнута охлаждением облака захваченных в магнитно–оптическую ловушку атомов рубидия до достаточно низких температур (~ 200 нК), таких, что дебройлевские волновые пакеты отдельных атомов перекрывались [18]. В этих условиях большая часть атомов конденсировалась в основное состояние с нулевым импульсом. Предварительное охлаждение до температуры ~ 10 мкК осуществлялось за счет доплеровского лазерного охлаждения, а затем использовалось испарительное охлаждение. Визуализация конденсата возможна как в обычном пространстве по внезапному увеличению плотности атомов в центре ловушки, где удерживающий потенциал имеет минимум, так и в импульсном пространстве, как пик при нулевой скорости у функции распределения атомов. За экспериментальным обнаружением конденсата последовал всплеск активности в теоретическом и экспериментальном изучении его свойств. Получили подтверждения основные представления о форме волновой функции конденсата и влиянии на нее межатомного взаимодействия, о зависимости доли атомов в конденсате и теплоемкости от температуры.

Вернемся к обсуждению свойств однокомпонентной плазмы. Форма плазменного облака в ловушке может быть определена эксперимен-

тально по измерению интенсивности рассеянного зондирующего света или по флуоресценции ионов, возбуждаемых лазерной подсветкой [3, 19]. На рис. 10.5 представлен вид сбоку небольшого плазменного сгустка ($\sim 8 \cdot 10^4$ ионов Be^+) в ловушке Пеннинга. Ионы в этом сгустке упорядочены и образуют ОЦК решетку. Это может быть обнаружено как по анализу брэгговского рассеяния, так и прямым наблюдением люминесценции с использованием стробоскопического эффекта, позволяющего «остановить» вращение сгустка с частотой $\sim 10^2$ кГц.

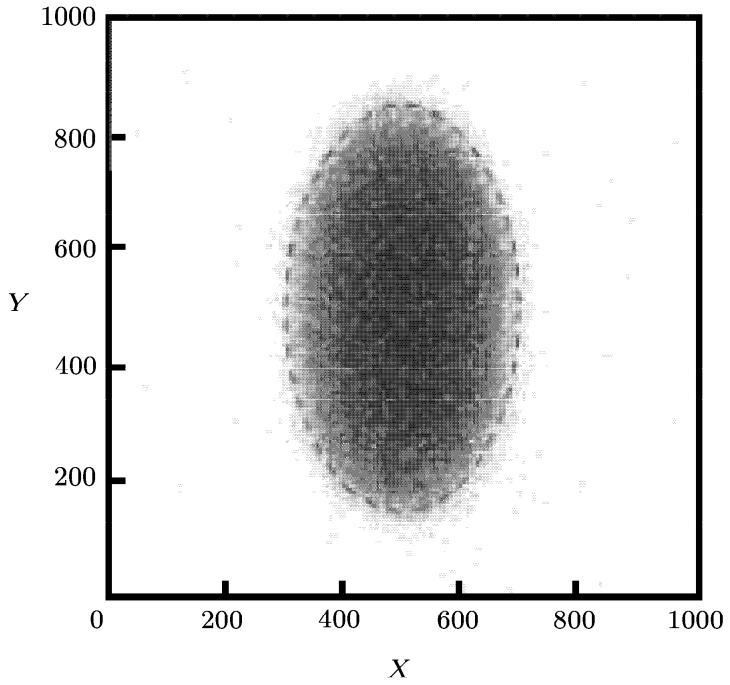


Рис. 10.5. Вид сбоку на плазменный сгусток состоящий из $\sim 8 \cdot 10^4$ ионов $^9Be^+$, локализованный в асимметричной ловушке Пеннинга [3]

10.1.3. Линейные ловушки Пауля [20]. Ловушка Пауля представляет собой квадруполь, состоящий из четырех параллельных цилиндрических электродов, к двум из которых, расположенных диагонально, приложено высокочастотное поле, а два других заземлены (см. рис. 10.6). Каждый из цилиндров разделен на два или три сегмента так, чтобы положительный постоянный потенциал на торцах ловушки, добавляясь к высокочастотному полю, обеспечивал удержание ионов в аксиальном направлении. В центральной области ловушки удерживающий потенциал, как и для ловушки Пеннинга, с хорошей точностью может быть аппроксимирован статическим гармоническим потенциалом (10.3) с параметром β, определяемым выражением

$$\beta = \frac{\omega_r^2}{\omega_z^2} - \frac{1}{2}, \tag{10.5}$$

где

$$\omega_r^2 = \frac{Z_{\rm i}^2 U_{\rm rf}^2}{2M_{\rm i}^2 r_0^4 \Omega^2}, \quad \omega_z^2 = \frac{2kZ_{\rm i}U_{\rm dc}}{M_{\rm i}}. \tag{10.6}$$

Здесь $U_{\rm dc}$ — величина постоянного напряжения, $U_{\rm rf}$ и Ω — амплитуда и частота переменного напряжения, r_0 — расстояние от оси симметрии ловушки до поверхности электродов, а k здесь — числовая константа, учитывающая конкретную геометрию ловушки. В ловушках Пауля могут образовываться длинные одномерные квазикристаллические и более сложные структуры, свойства которых обсуждаются ниже в разделе 10.2.

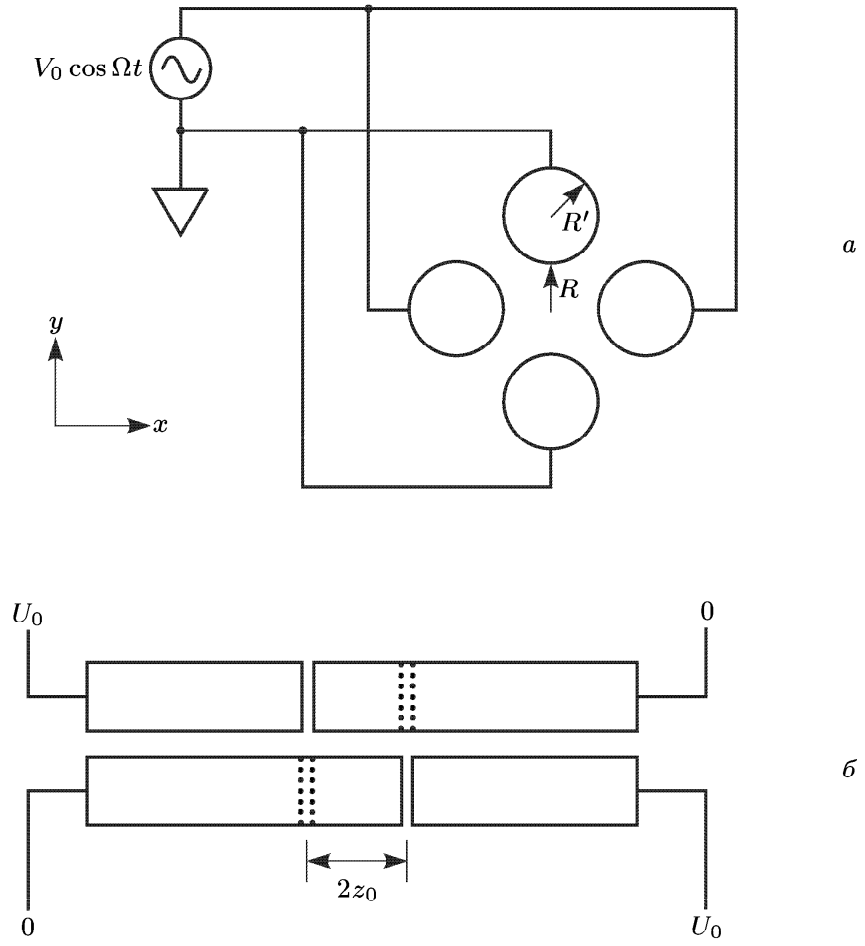


Рис. 10.6. Сечение (*а*) и вид сбоку (*б*) ловушки Пауля [20]

10.1.4. Накопительные кольца [21, 22]. Для исследования сильно несидсальной однокомпонентной плазмы было использовано ионное накопительное кольцо PALLAS, схема которого показана на рис. 10.7. Фактически оно представляет собой кольцевую высокочастотную квадрупольную ионную ловушку, имеющую много общего с ловушкой Пауля. Шестнадцать отдельных дрейфовых трубок содержат

квадрупольные стержни и используются для транспортировки и позиционирования ионов вдоль орбиты. Радиальное удержание достигается использованием высокочастотного электрического поля с амплитудой $U_{\mathrm{rf}} = 200$ В и частотой $\Omega = 2\pi \cdot 6{,}3$ МГц, приложенного между электродами квадруполя. Ионы в накопительном кольце находятся в гармоническом удерживающем поле, подобном (10.3):

$$\Phi(r) = \frac{M_{\mathrm{i}}\omega_r^2}{2} r^2, \tag{10.7}$$

где ω_r определяется выражением (10.6) с $r_0 = 2{,}5$ мм.

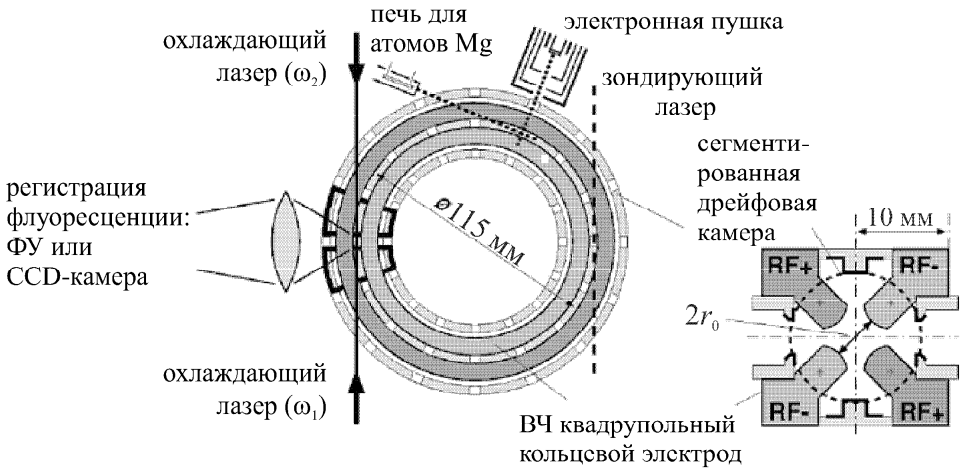


Рис. 10.7. Аксиальное и радиальное сечение высокочастотного квадрупольного кольца PALLAS [22]

Для заполнения накопительного кольца ионами используется слабый коллимированный пучок атомов ^{24}Mg, который ионизуется сфокусированным электронным пучком. Захваченные ионы периодически оказываются в поле двух противоположно направленных охлаждающих лазеров, как это показано на рис. 10.7. Оба лазерных пучка настроены на частоты близкие к переходу $3s^2S_{1/2}$–$3p^2P_{3/2}$ иона $^{24}Mg^+$, длина волны которого равна 280 нм. Охлаждение осуществляется за счет стандартного доплеровского лазерного охлаждения. Резонансная флуоресценция ионов фиксируется скоростным фотоумножителем и CCD камерой.

После накопления необходимого числа ионов со скоростью порядка 1000 $с^{-1}$, резонансное световое давление попутного лазерного луча используется для ускорения холодного ионного ансамбля. Его частота ω_1 непрерывно увеличивается до тех пор, пока ионы не придут в резонанс с другим тормозящим лазерным лучом. Его фиксированная частота выбирается такой, чтобы обеспечить необходимую скорость ионного пучка (в [21] эта скорость равнялась 2800 м $\cdot$ $с^{-1}$). Распределение

продольной скорости ионного пучка существенно сужается за счет дисперсионного характера комбинированной силы лазерных лучей. Тушение поперечного движения ионов в направлении перпендикулярном лазерным лучам осуществляется косвенным путем за счет кулоновских столкновений, а также благодаря небольшой неколлинеарности ионного пучка и лазерных лучей.

Впервые упорядочение ионного пучка в накопительном кольце, по-видимому, наблюдалась в Новосибирске в экспериментах с протонным пучком, охлаждаемым электронами [23, 24]. Недавно фазовый переход «газообразного» ионного пучка в одномерный «кристаллический» пучок наблюдался на накопительном кольце PALLAS [21, 22]. Полученные результаты обсуждаются в следующем разделе.

§ 10.2. Неидеальность и вигнеровская кристаллизация

Электронный газ в пределе больших плотностей и низких температур близок к идеальному вырожденному ферми-газу. Это связано с тем, что средняя потенциальная энергия кулоновского взаимодействия ($V \sim r_s^{-1}$) растет с плотностью медленнее средней квантово-механической кинетической энергии ($\varepsilon_F \sim r_s^{-2}$). В металлах V и ε_F — одного порядка, и электронная подсистема представляет собой слабонеидеальную вырожденную плазму. Как предсказал Вигнер [25], с уменьшением плотности кинетическая энергия может стать значительно меньше потенциальной и электронам энергетически выгодно локализоваться и совершать малые колебания вблизи положений равновесия — узлов треугольной решетки. При этом энергией нулевых колебаний, связанной с локализацией электронов, можно пренебречь. Плавление квантового вигнеровского кристалла может происходить только за счет увеличения плотности, так как в этом случае температура мала по сравнению с энергией Ферми. В классическом пределе также возможна кристаллизация электронов. Свойства классических электронных кристаллов хорошо описываются в рамках модели ОКП, подробно обсуждавшейся в гл. 5.

В случае электронов на поверхности жидкого гелия создание необходимых условий для кристаллизации не представляет существенных трудностей [6]. При типичных концентрациях поверхностных электронов, $n_s = 10^8$–10^9 см$^{-2}$, энергия Ферми электронов ($\varepsilon_F/k < 10^{-2}$ K) оказывается существенно меньше не только потенциальной энергии, но и температуры. Поверхностные электроны в условиях реальных экспериментов подчиняются классической статистике, и интенсивность взаимодействия между электронами характеризуется введенным ранее параметром неидеальности $\gamma = \pi^{1/2} e^2 n_s^{1/2}/kT$. Экспериментально электронный вигнеровский кристалл впервые наблюдался в [26], когда

при воздействии на двумерную систему электронов высокочастотным электрическим полем, параллельным поверхности гелия, была обнаружена серия резонансов на кривой зависимости поглощения энергии от частоты поля (рис. 10.8). Эти резонансы появлялись при температурах меньших некоторой критической температуры T_c, однозначно связанной с концентрацией электронов, $T_c \sim n_s^{1/2}$. Объяснение этих результатов было дано в [27]. Оказалось, что при низких температурах электроны располагаются в узлах треугольной решетки с периодом $d = 2^{1/2}3^{-1/4}n_s^{-1/2} \geqslant 2 \cdot 10^{-5}$ см. Из-за деформации поверхности жидкости под каждым электроном при их движении в касательном электромагнитном поле возбуждаются капиллярные волны — риплоны. Электрон–риплонное взаимодействие вигнеровского кристалла приводит к связыванию электронных и риплонных колебаний и к резонансному поглощению электромагнитного излучения на частотах, при которых длины капиллярных волн кратны периоду вигнеровской решетки.

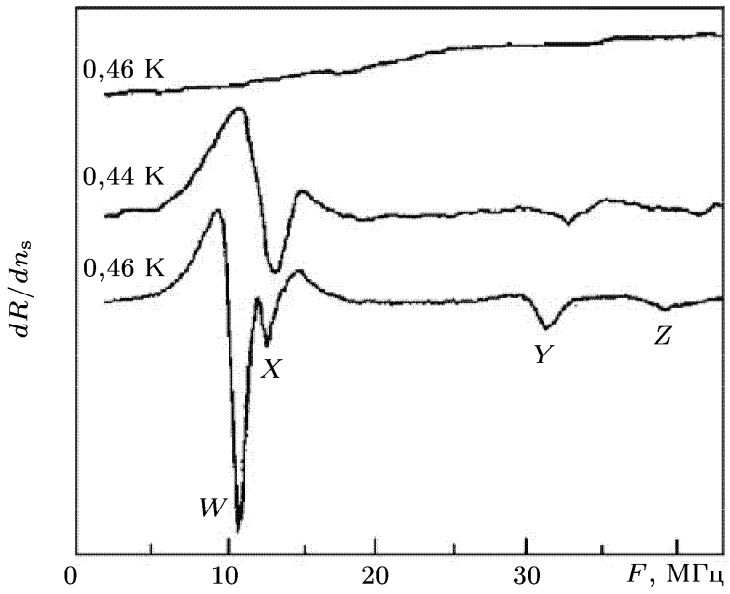


Рис. 10.8. Резонансное поглощение электромагнитных волн вигнеровским кристаллом [26]. Резонанс появляется при $T = 0{,}457$ K, когда двумерная электронная система кристаллизуется

При повышении температуры электронный вигнеровский кристалл плавится, и резонансы исчезают. С хорошей точностью значение параметра неидеальности на линии плавления остается постоянным, $\gamma = 137 \pm 15$ (рис. 10.9). Плавление происходит из-за того, что при высоких температурах, как и при обычном плавлении твердых тел, становится выгодным образование дислокаций в электронной решетке, что приводит к ее разрушению. Дислокационный механизм плавления

подтверждается расчетом температуры плавления и модуля сдвига методом молекулярной динамики [28], согласно которому $120 < \gamma < 140$.

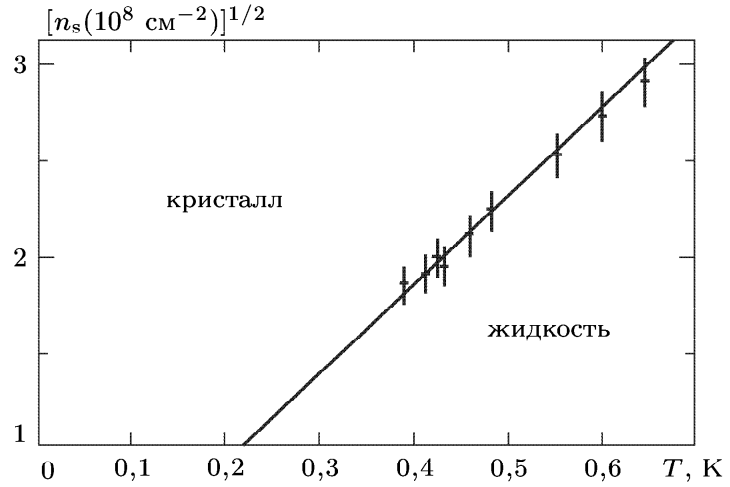


Рис. 10.9. Фазовая диаграмма двумерного электронного вигнеровского кристалла, локализованного на поверхности жидкого гелия [26]. Прямая соответствует постоянному значению, $\gamma = 137$

Перейдем к обсуждению свойств ионной неидеальной плазмы, в которой ионы сильно коррелированны, и где с ростом параметра неидеальности γ предсказываются и экспериментально наблюдаются жидкостные (обладающие ближним порядком) и квазикристаллические (обладающие дальним порядком) структуры. Свойства этих упорядоченных структур зависят не только от параметра γ, но и от параметров ловушки, а также от размера структуры. Можно выделить три режима в порядке уменьшения размера, в которых плазма имеет качественно различные свойства [3]: макроскопическая плазма, мезоскопическая плазма и кулоновские кластеры. Макроскопическая плазма имеет настолько большие размеры, что поверхностные эффекты практически не сказываются на её физических свойствах. Микроскопическая структура внутри такой плазмы совпадает со структурой безграничной однородной плазмы. В условиях сильной корреляции, когда плазма обладает кристаллической структурой, объемные свойства начинают преобладать над поверхностными лишь при $N_i \geqslant 10^5$. Однако, когда плазма не столь сильно коррелированна ($\gamma \leqslant 10$), для пренебрежения поверхностными эффектами достаточно значительно меньшего числа ионов, $N_i \geqslant 10^3$ [3]. Это связано с тем, что корреляционная длина в жидкой фазе имеет величину порядка одного или двух межчастичных расстояний, и поверхностные эффекты проникают внутрь лишь на эту длину. Плазму, число частиц в которой достаточно мало, так что её внутренние свойства сильно зависят от формы и размера, но достаточно велико ($N_i \geqslant 10^2$), чтобы можно было использовать основные методы статистической механики, будем называть мезоскопической.

Наконец, если число ионов очень мало ($N_\mathrm{i} \leqslant 10$), то при низких температурах ионы образуют простые геометрические конфигурации — кулоновские кластеры, структура которых зависит от числа частиц и внешних полей.

В ранних экспериментах с сильнонеидеальной однозарядной плазмой в ловушках Пауля и Пеннинга число ионов обычно было не слишком велико, $10^2 < N_\mathrm{i} < 10^4$ [20, 29, 30]. Поэтому и большая часть численных расчетов к настоящему времени выполнена для мезоскопической плазмы в гармонических ловушках. На рис. 10.10 приведены результаты моделирования методом Монте-Карло облака, находящегося в ловушке Пеннинга и состоящего из 400 ионов [31].

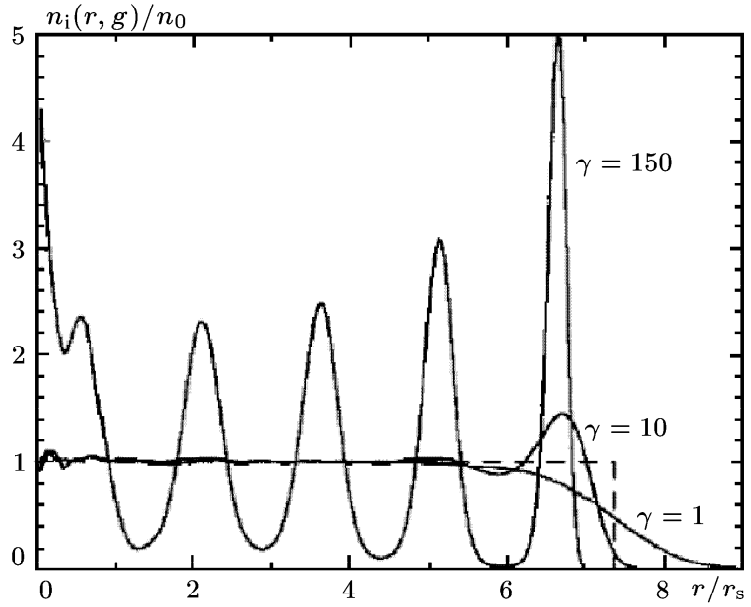


Рис. 10.10. Равновесная плотность ионов как функция радиуса в сферически симметричном облаке однозарядной плазмы состоящей из 400 ионов при различных значениях параметра неидеальности γ [31]. Пунктир соответствует низкотемпературному пределу теории среднего поля ($n_\mathrm{i}(r) = \overline{n_\mathrm{i}}$, $r_\mathrm{s} = (4\pi\overline{n_\mathrm{i}}/3)^{-1/3}$)

Скорость вращения облака ω была выбрана таким образом, чтобы эффективный потенциал ловушки $\Phi(r,z)$ (10.3) был бы сферически симметричным ($\beta = 1$). В режиме слабой корреляции, при $\gamma \sim 1$, плотность ионов на границе облака плавно спадает до нуля. С увеличением γ граница плазмы становится резче, приближаясь по форме к ступенчатой функции, показанной на рисунке пунктиром. При этом вблизи границы появляются осцилляции. Эти осцилляции свидетельствуют о локальном упорядочении (длина затухания осцилляции является мерой корреляционной длины) и служат предвестником образования кристаллической решетки.

Подобное поведение наблюдалось в модели ограниченной однокомпонентной плазмы (ОКП) [32]. При дальнейшем увеличении γ, амплитуда осцилляций растет, пока плотность ионов между пиками не упадет до нуля, и ионное облако не разделится на концентрические оболочки. Расстояние между оболочками и между ионами внутри оболочки близки к радиусу Вигнера–Зейца r_s. Таким образом, число ионов в оболочке пропорционально площади её поверхности, то есть $N_i^{2/3}$, а число оболочек пропорционально $N_i^{1/3}$.

В случае $\beta \neq 1$ форма облака близка к сфероидальной, попрежнему состоящей из вложенных концентрических оболочек. При $\beta \to \infty$ образуются цилиндрические концентрические оболочки [33], а при $\beta \to 0$ ионы образуют двумерную гексагональную решетку в плоскости xy [34, 35].

В [36] было выполнено моделирование однозарядной плазмы методом молекулярной динамики для довольно большого числа ионов в сферически симметричной параболической ловушке, $5 \cdot 10^3 < N_i < 1{,}2 \cdot 10^5$. Оказалось, что оболочечная структура обладает минимальной энергией лишь при $N_i < 10^4$, а при большем числе частиц энергетически более выгодно образование внутри комплекса ОЦК решетки, окруженной лишь несколькими сферическими оболочками (рис. 10.11).

Оболочечные и ОЦК кристаллические структуры наблюдались экспериментально при числе ионов $1{,}5 \cdot 10^4$ и $2 \cdot 10^5$, соответственно [30, 19]. В ловушках Пеннинга исследовалась плазма ионов Be^+, охлажденная лазерным излучением до температур $\sim$ 10 мК, что для типичных концентраций ионов, $n_i \cong 4 \cdot 10^8$ см$^{-3}$, соответствует параметру неидеальности $\gamma > 200$.

В эксперименте [21] три лазерных луча пересекали плазменное облако под разными углами, возбуждая люминесценцию, которая позволяла получить трехмерное изображение облака. На рис. 10.12 приведено изображение 11-оболочечной структуры, состоящей приблизительно из $1{,}5 \cdot 10^4$ ионов. Число оболочек и расстояние между ними хорошо согласуется с результатами численного моделирования. В работе [11], наряду с прямым наблюдением люминесценции ионов, использовался анализ брэгговского рассеяния света охлаждающего лазера. На рис. 10.13 привсдсна дифракционная картина, полученная от сферически симметричного плазменного облака, состоящего из приблизительно $7{,}5 \cdot 10^5$ ионов Be^+. Изображение получено в результате брэгговского отражения от различных кристаллических плоскостей. Положение светлых пятен на рис. 10.13 с хорошей точностью совпадает с узлами прямоугольной обратной решетки, что убедительно свидетельствует об образовании внутри облака ОЦК решетки с осью [110], ориентированной вдоль направления лазерного луча.

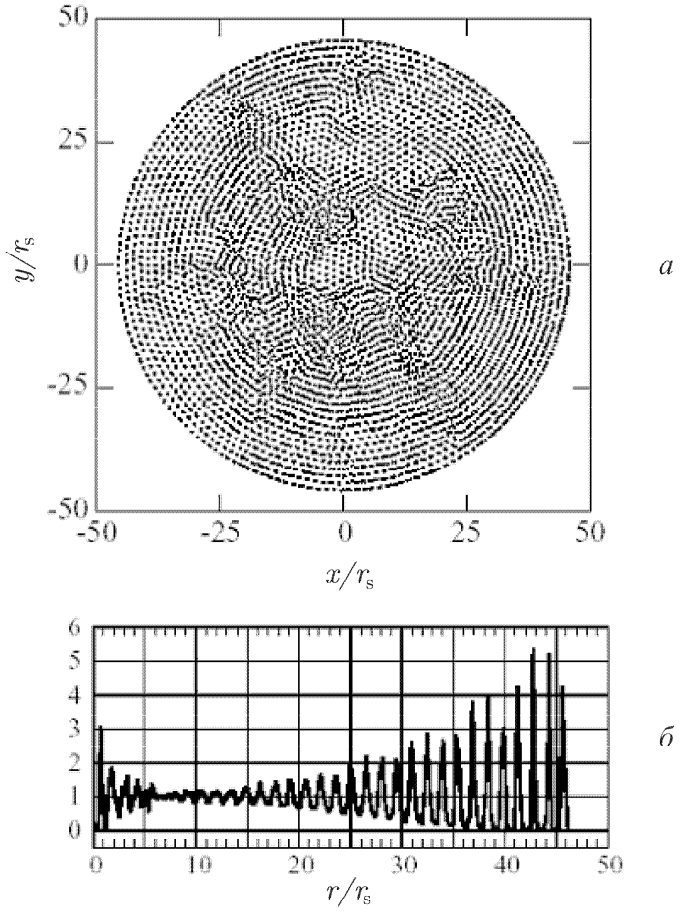


Рис. 10.11. Сечение ОЦК решетки состоящей из 120 032 ионов [36]. Показаны конфигурация ионов в экваториальной плоскости с $|z| < 1{,}19r_s$ (*а*) и радиальная функция распределения ионов, нормированная на среднюю плотность (*б*)

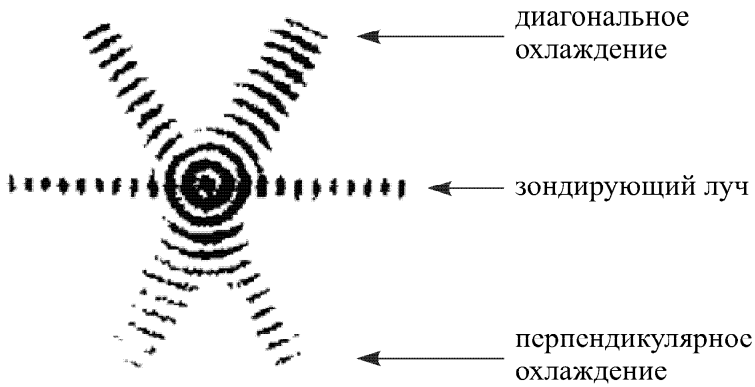


Рис. 10.12. Экспериментальное изображение упорядоченной структуры содержащей приблизительно $1{,}5 \cdot 10^4$ ионов и состоящей из 11 оболочек и центральной нити. Изображение получено от пересекающихся лучей трех лазеров [30]

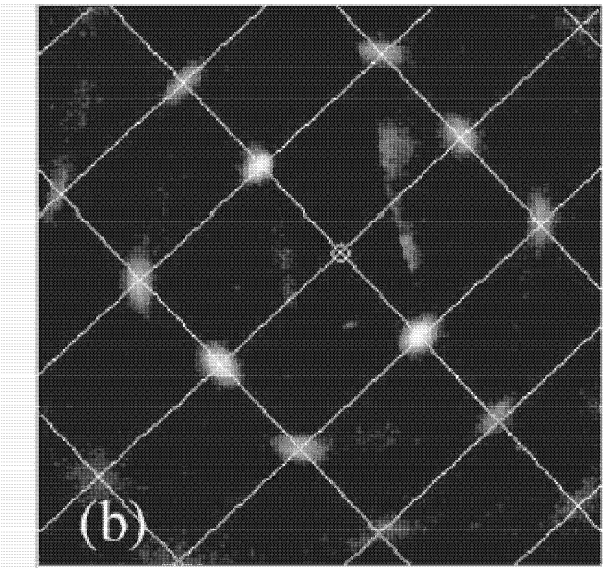


Рис. 10.13. Брэгговская дифракционная картина ионного кристалла в ловушке Пеннинга, полученная стробированием видеокамеры с частотой вращения кристалла [19]

Упорядоченные квазикристаллические структуры наблюдались и в ловушках Пауля [20, 37, 38]. Простейшими из них являлись линейные кристаллы. Меняя параметры ловушки (например, амплитуду высокочастотного поля или постоянное напряжение между электродами) можно получить плоские или трехмерные конфигурации. На рис. 10.14 представлена зигзагообразная упорядоченная структура, состоящая из 11 ионов (10 ионов $^{199}Hg^{+}$ и одного неопознанного примесного иона, который не флуоресцирует).

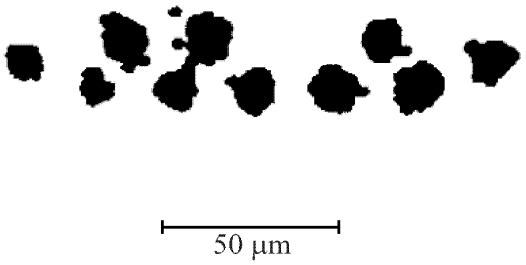
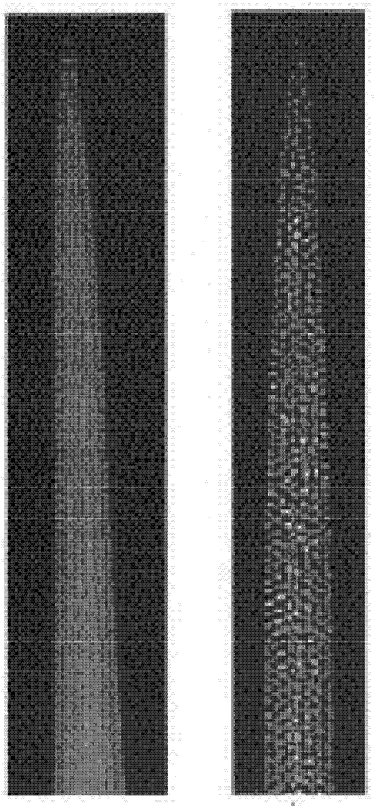


Рис. 10.14. Изображение зигзагообразного кристалла состоящего из 10 ионов $^{199}Hg^{+}$ и одного примесного иона, который не флуоресцировал [20]

Плоская зигзагообразная, а не спиралевидная структура, образуется благодаря небольшой азимутальной асимметрии ловушки. В работе [37] были получены хорошо упорядоченные структуры, состоящие из более чем 10^5 ионов Mg^{+}. Квазикристаллические структу-

ры были сильно вытянуты вдоль оси ловушки и имели до 10 концентрических цилиндрических оболочек, окружающих центральную нить (рис. 10.15). С ростом диаметра вдоль кристалла наблюдаются резкие переходы, связанные с появлением новых оболочек, в полном согласии с результатами выполненного там же моделирования методом молекулярной динамики. В [37] были также исследованы структурные изменения в сильнонеидеальной однозарядной плазме с ростом температуры, или уменьшением γ. С уменьшением γ оболочечная структура облака становилась всё менее отчетливой и при наименьшем $\gamma \sim 4$, практически полностью исчезала. Интересное исследование структурных свойств двухкомпонентных ионных кристаллов было выполнено в работе [38]. Использовались ионы $^{24}Mg^+$ и $^{40}Ca^+$. Как это следует из (10.3), (10.5) и (10.6) удерживающий потенциал ловушки Пауля в аксиальном направлении не зависит от массы иона, а в радиальном — зависит. Это приводит к тому, что более легкие ионы Mg^+ концентрируются вблизи оси ловушки, образуя внутреннюю оболочечную цилиндрическую структуру, очень похожую на структуру, образующуюся в однокомпонентном кристалле. Остальная часть облака, состоящая из ионов Ca^+, имеет сфероидальную форму, на которую присутствие ионов Mg^+ практически не сказывается, лишь самые близкие к оси оболочки приобретают цилиндрическую форму. Обсуждение более ранних работ по центрифугированному разделению ионов, прежде всего в ловушках Пеннинга, можно найти в обзоре [3].



а *б*

Рис. 10.15. Видео изображение (*а*) и результат моделирования методом молскулярной динамики (*б*) сильно вытянутого кристалла, состоящего из 3500 ионов [37]

Фазовый переход неупорядоченных газообразных ионных пучков в квазиодномерное, двух- и трехмерное упорядоченное квазикристаллическое состояние был недавно реализован на высокочастотном квадрупольном накопительном кольце PALLAS [21, 22, 39], устройство которого было описано в разделе 10.1.4. Типичное поведение холодного ионного пучка, содержащего $1{,}8 \cdot 10^4$ частиц, при различных значениях

параметра добротности $q = 2eU_{\mathrm{rf}}/m\Omega^2 r_0^2$, показано на рис. 10.16 [21]. Флуоресценция возрастает по мере уменьшения расстройки охлаждающих лазеров $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$, но до определенного предела. Вблизи резонанса ион, поглотивший сопутствующий квант, не может эффективно поглотить противоположно направленный квант практически той же частоты.

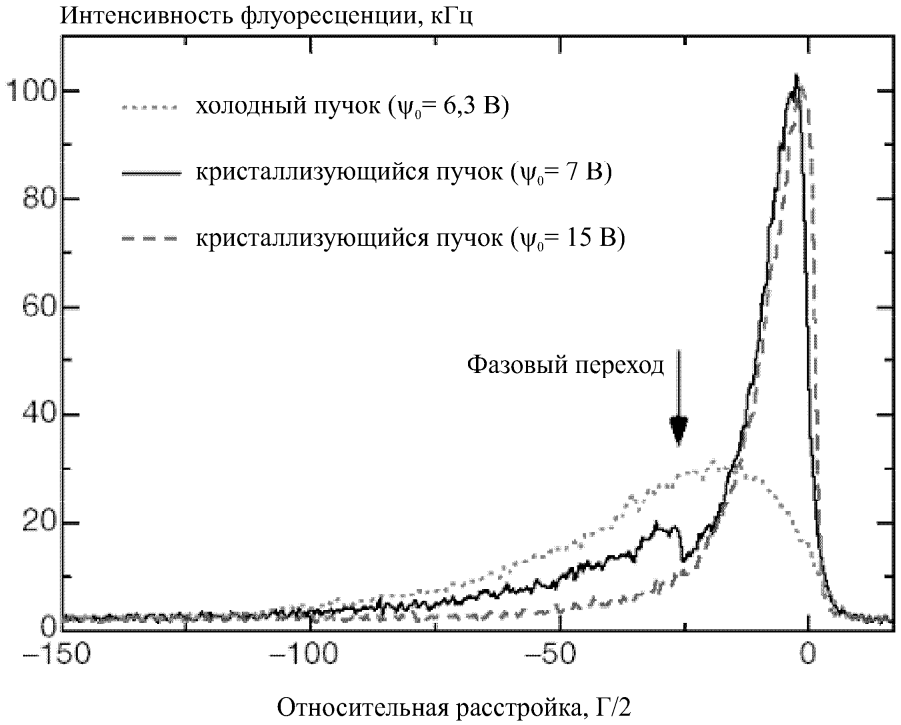


Рис. 10.16. Интенсивность флуоресценции ионного пучка как функция частоты расстройки $\Delta\omega$ охлаждающих лазеров (расстройка дана в единицах полуширины линии перехода, $\Gamma = 2\pi \cdot 42{,}7$ МГц). Пучок содержал $1{,}8 \cdot 10^4$ ионов Mg^+. Отмеченная стрелкой немонотонность кривой при $q = 0{,}33$ указывает на фазовый переход в кристаллическое состояние [21]

Распределение ионов по скоростям становится более широким. Поэтому с приближением к резонансу флуоресценция падает. Увеличение добротности q (или величины удерживающего потенциала) заметно сказывается на свойствах ионного пучка. При $q = 0{,}33$ наблюдается резкое падение интенсивности флуоресценции при некотором значении $\Delta\omega$ (указано стрелкой на рисунке), сопровождающееся узким асимметричным пиком. Такое поведение интерпретируется как результат конкуренции между лазерным охлаждением и нагревом ионов высокочастотным полем. Нагрев резко уменьшается с переходом ионов в упорядоченное квазикристаллическое состояние. Небольшое уменьшение добротности ($q = 0{,}31$), а, следовательно, и уменьшение высокочастотного нагрева, приводит к тому, что фазовый переход происходит при больших значениях $\Delta\omega$ и не может быть разрешим из-за наличия

шумов. На фазовый переход указывает также резкое уменьшение поперечного размера ионного пучка. В условиях эксперимента, соответствующих рис. 10.16, образовывалась вращающаяся ионная нить, или другими словами одномерный ионный кристалл с постоянной решетки $a \cong 20$ мкм. Измерения продольной температуры во вращающейся с пучком системе координат дали значения около 3 мК, что соответствует параметру неидеальности $\gamma > 500$. Изменяя параметры плазмы и ловушки (прежде всего число ионов), в работе [22] удалось получить и исследовать двумерные зигзагообразные и трехмерные спиральные ионные системы. Было обнаружено, что область стабильности кристаллических структур в накопительных кольцах существенно уже, чем в стационарных ионных кристаллах и чем дают расчеты методом молекулярной динамики [22].

§ 10.3. Плавление мезоскопических плазменных кристаллов

При низких температурах однозарядная плазма находится в кристаллическом состоянии, с ростом температуры она плавится, сохраняя корреляцию и ближний порядок, а при ещё больших температурах переходит в неупорядоченное газообразное состояние. Численное моделирование и эксперимент указывают на то, что в случае макроскопической плазмы кристаллическое состояние соответствует ОЦК решетке, а плавление происходит при $\gamma \cong 173$. В мезоскопической плазме могут реализовываться структуры с различными формами упорядочения. Как это следует из обсуждения предыдущего раздела, в гармоническом удерживающем потенциале, типичном для различного рода ионных ловушек, ионы образуют облако с хорошо определенной поверхностью и оболочечной структурой. В поверхностном слое и в каждой из оболочек ионы образуют треугольную решетку. С ростом числа частиц в облаке в его внутренних областях наблюдается переход к ОЦК решеточной структуре, характерной для безграничной плазмы.

В [40] исследовано плавление таких плазменно-кристаллических структур конечного размера методом молекулярной динамики. В конечных системах фазовые переходы между упорядоченной и неупорядоченной фазами происходят не скачком, а в некотором интервале параметров, таких, например, как температура или плотность. На рис. 10.17 показано изображение двух внешних оболочек сферически симметричного облака, состоящего из 10^4 ионов и находящегося при двух разных температурах. Там же приведены радиальная плотность и корреляционная функция $g(r)$, полученная методом молекулярной динамики при трех различных температурах, соответствующих кристаллическому, жидкому и газообразному состояниям.

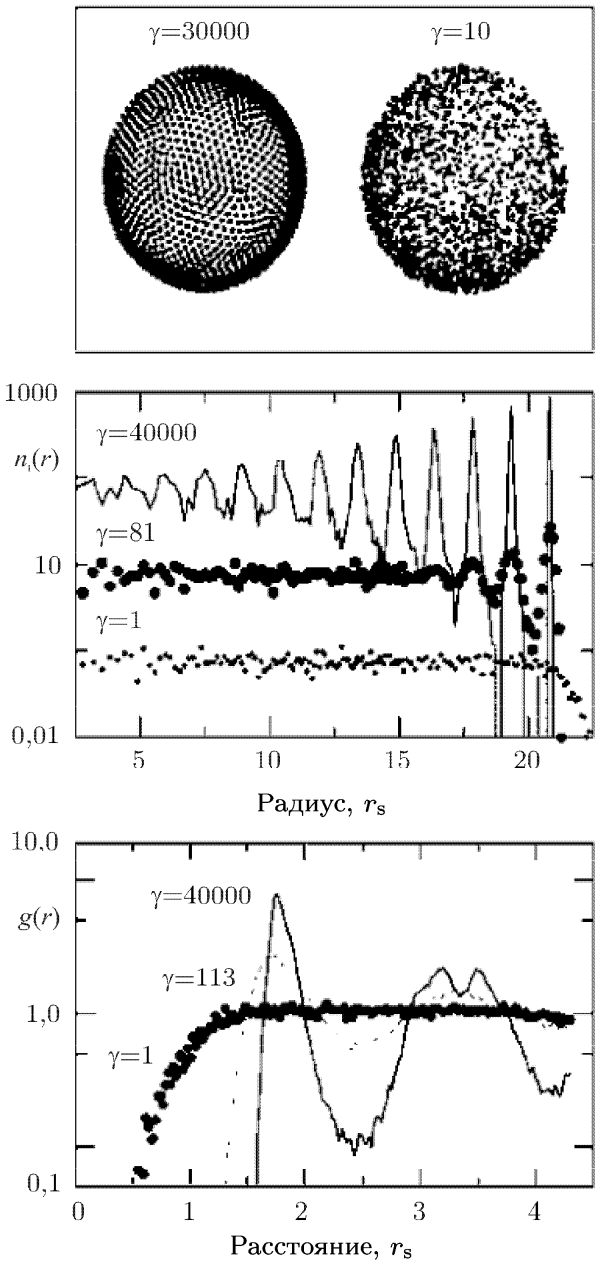


Рис. 10.17. На верхнем рисунке представлено изображение двух внешних оболочек системы содержащей 10^4 ионов. Ионы во внешней оболочке обозначены черным, а в следующей — серым. На среднем рисунке показана радиальная плотность ионов, а на нижнем — корреляционная функция $g(r)$ (все расстояния измерены в единицах радиуса Вигнера–Зейца). Рисунок заимствован из [40]

Зависимости от температуры потенциальной энергии, приходящейся на одну частицу, и теплоемкости показаны на рис. 10.18. Видно, что в конечной системе, состоящей из 10^4 ионов, также как и в бесконечной кулоновской системе, существует температура плавления, хотя

сам переход несколько размазан и сдвинут в сторону более низких температур. Выполненный в [40] анализ коэффициента диффузии показал, что вблизи температуры плавления скорость диффузии ионов параллельно поверхности оболочек существенно превышает скорость диффузии между ними.

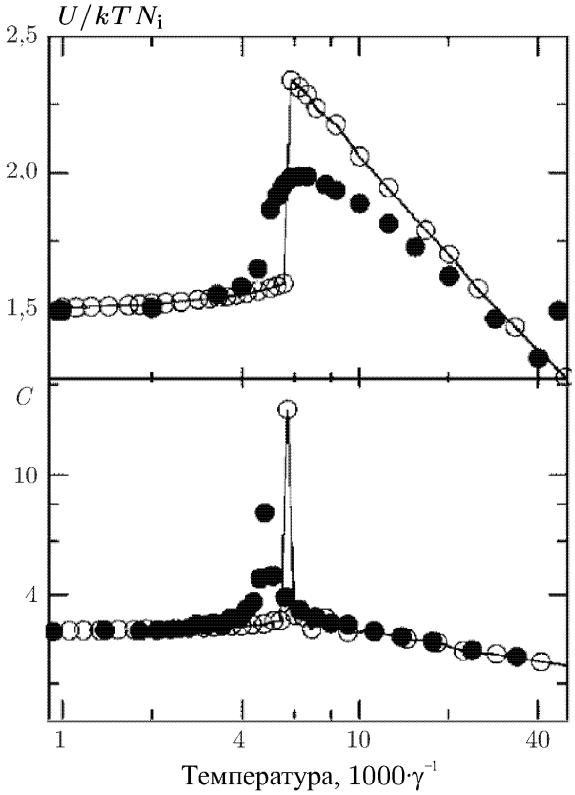


Рис. 10.18. Полная энергия и удельная теплоемкость системы зарядов [40]. Приведены результаты расчета для безграничной системы (○) и для системы, состоящей из 10^4 ионов (●). Температура измерена в единицах γ^{-1}

В [40] был получен ответ на вопрос: что является более важным фактором, приводящим к понижению температуры плавления — конечность размера или различие форм упорядочения? На рис. 10.19 и 10.20 приведены результаты расчета теплоемкости и температуры плавления для систем, содержащих 100, 1000 и 10 000 ионов, а также для бесконечной кулоновской системы. Аномалия теплоёмкости ослабляется с уменьшением числа ионов, а максимум сдвигается в сторону более низких температур. Полученные результаты демонстрируют гладкую зависимость от размера вне зависимости от формы упорядочения. На рис. 10.20 температура перехода T_m представлена как функция доли ионов N_s, находящихся на наружной поверхности структуры. Видно, что $\Delta T_m = T_m(\infty) - T(N) \sim N_s$. Исходя из этого, можно утверждать, что понижение температуры плавления практически полностью связано с конечностью размера кристалла.

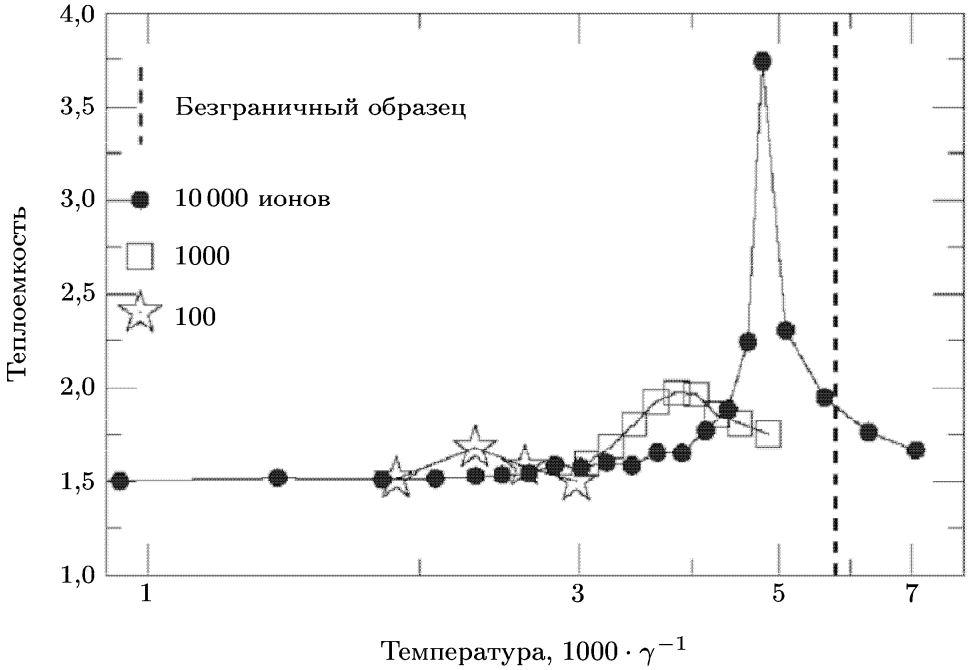


Рис. 10.19. Теплоемкость однозарядной неидеальной плазмы вблизи температуры плавления [40]. Расчет выполнен для систем, состоящих из 100 (☆), 1000 (□), 10000 (•) ионов и для безграничной системы (пунктир)

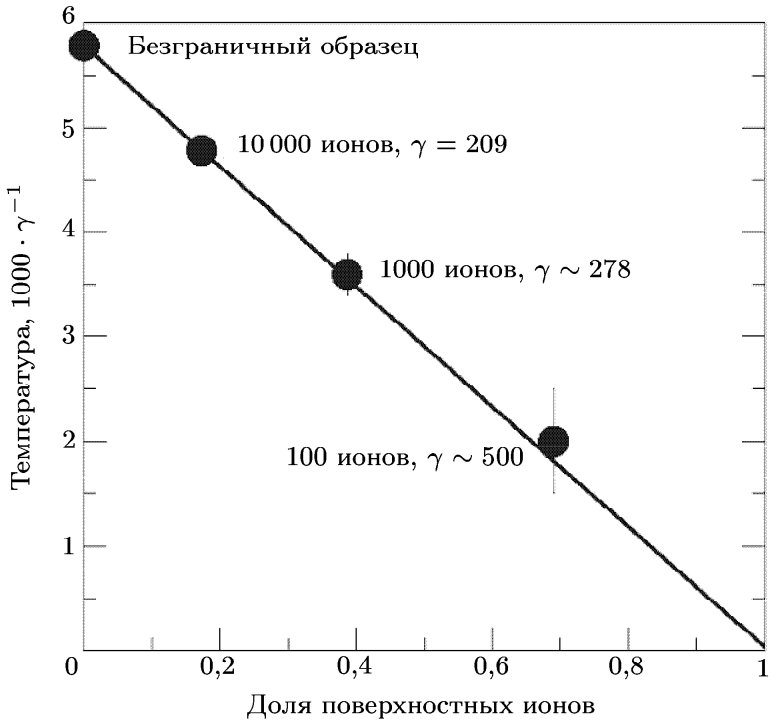


Рис. 10.20. Температура, при которой теплоемкость имеет максимум как функция доли ионов во внешней оболочке N_s/N_i [40]

§ 10.4. Кулоновские кластеры

В этом разделе мы обсудим свойства небольших ($N_\mathrm{i} \sim 10$) заряженных комплексов. Будучи охлажденными до низких температур они образуют упорядоченные симметричные конфигурации, так называемые «кулоновские кластеры», свойства которых имеют много общего с мезоскопическими квазикристаллическими системами, но обладают рядом специфических особенностей. Ниже мы ограничимся обсуждением свойств кулоновских кластеров, находящихся в гармоническом удерживающем внешнем поле, так как в большинстве экспериментов и расчетов методами молекулярной динамики и Монте-Карло реализуется именно такая конфигурация полей. Структура кластера определяется из условия минимума потенциальной энергии, которая с учетом (10.3) имеет вид

$$U = \sum_{i>j} \frac{e^2}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} + \frac{M\omega_z^2}{2} \sum_i (z_i^2 + \beta\, r_i^2). \tag{10.8}$$

Делая замену переменных,

$$r \to (e^2/M\omega_z^2)^{1/2} r, \quad U \to \left(\frac{e^4 M\omega_z^2}{2}\right)^{1/3} U, \tag{10.9}$$

можно преобразовать потенциальную энергию к виду, зависящему только от числа зарядов и параметра асимметрии ловушки β. В сферически симметричном удерживающем поле, то есть при $\beta = 1$,

$$U = \sum_{i>j} \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} + \sum_i r_i^2. \tag{10.10}$$

Равновесные структуры кулоновских кластеров с различным числом ионов от 3 до 18 в сферически симметричном удерживающем поле показаны на рис. 10.21. На первый взгляд кажется, что во всех кластерах с $N_\mathrm{i} \leqslant 12$ ионы лежат на поверхности сферы. Однако это соответствует действительности только для симметричных конфигураций с $N_\mathrm{i} = 2, 3, 4, 6, 8, 12$, а для $N_\mathrm{i} = 5, 7, 9, 10, 11$ расстояния разных ионов до центра симметрии могут отличаться [3]. С $N = 13$ начинается образование второй оболочки. По мере увеличения числа ионов формируется концентрическая оболочечная структура, описанная в предыдущих разделах.

Тсурута и Ишимару [41] рассчитали потенциальную энергию кулоновских кластеров с $N_\mathrm{i} \leqslant 60$ (рис. 10.22). С ростом числа частиц нормированная энергия кулоновского взаимодействия, приходящаяся на одну частицу, $U/(N_\mathrm{i} e^2/r_\mathrm{s})$, падает. Это связано с уменьшением роли поверхностных эффектов. Наблюдается несколько минимумов на

кривой зависимости U от N_i, наиболее глубокие из которых соответствуют $N_\mathrm{i} = 6$, 12 и 38. Авторы работы [41] назвали эти значения N_i «магическими» для сферических кулоновских кластеров, заимствовав терминологию из ядерной физики. Отметим, что «магические» кластеры имеют наиболее симметричную конфигурацию, соответствующую октаэдру при $N_\mathrm{i} = 6$, додекаэдру при $N_\mathrm{i} = 12$ и двухоболочечной структуре, состоящей из октаэдра, находящегося внутри гранецентрированного икосаэдра при $N_\mathrm{i} = 38$ [41].

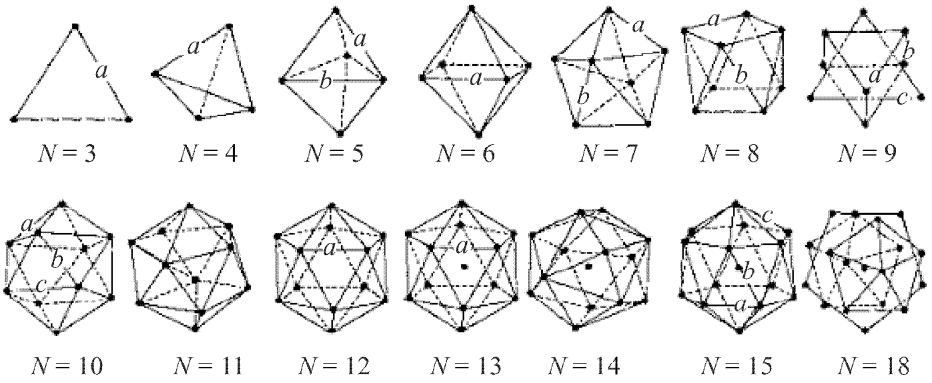


Рис. 10.21. Конфигурации кулоновских кластеров в сферически симметричном гармоническом потенциале [34]

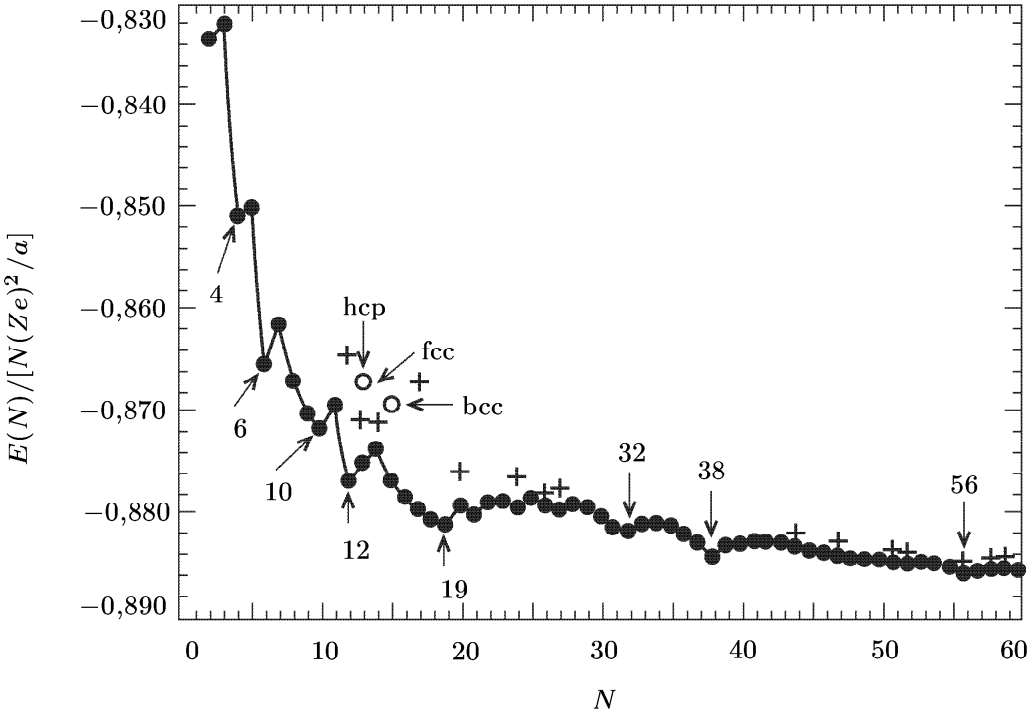


Рис. 10.22. Нормированная электростатическая энергия N-частичных кулоновских кластеров [41]

В анизотропном удерживающем потенциале равновесная конфигурация ионов зависит от величины β. При $\beta \gg 1$ ионы вытягиваются вдоль оси z, образуя одномерное упорядоченные структуры. При $\beta \ll 1$ ионы образуют двумерные структуры на плоскости xy. Основное состояние двумерных кулоновских кластеров хорошо изучено [34, 35, 42–44]. При $N_\mathrm{i} \leqslant 5$ ионы лежат на окружности, при $6 \leqslant N_\mathrm{i} \leqslant 8$ один из ионов располагается в центре, при $N_\mathrm{i} = 9$ уже два иона оказываются внутри круга. При $N_\mathrm{i} = 15$ заканчивается строительство второй оболочки (5, 10) и при $N_i = 16$ вновь в центре появляется ион (1, 5, 10). Двумерная концентрическая кольцевая структура является полным аналогом трехмерной оболочечной структуры сфероидальной однокомпонентной плазмы.

Структура удерживающего поля в двумерном случае также может быть анизотропной. На рис. 10.23. представлены различные конфигурации двумерного кулоновского кластера, состоящего из 37 ионов, в зависимости от степени анизотропии γ [45, 46]. Параметр γ определяет анизотропию поля ловушки:

$$U_\mathrm{ext} = \gamma \sum_i x_i^2 + (2 - \gamma) \sum_i y_i^2, \tag{10.11}$$

так что $\gamma = 1$ соответствует изотропному случаю. С увеличением степени анизотропии число оболочек уменьшается, и в конце концов кластер вытягивается в одномерную нить с упорядоченным, но не эквидистантным расположением ионов.

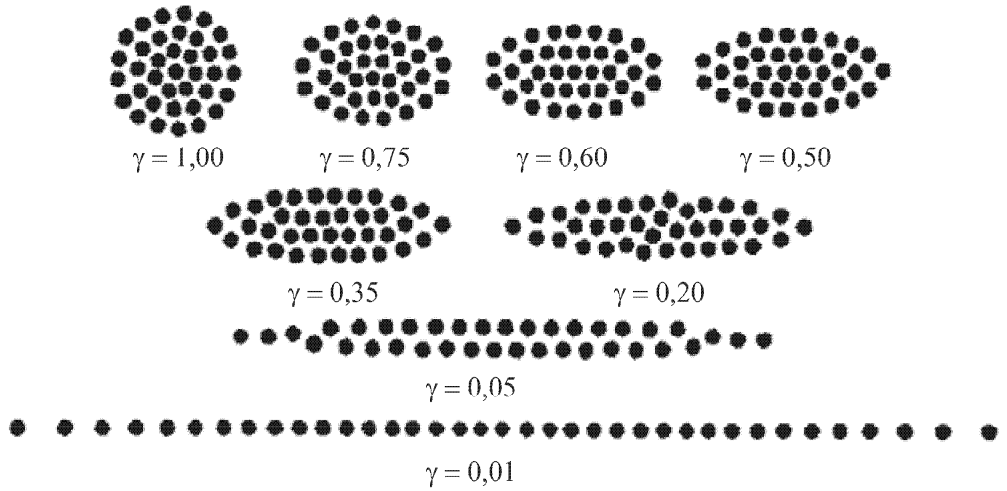


Рис. 10.23. Конфигурации двумерных кулоновских кластеров состоящих из 37 ионов в гармоническом потенциале различной степени анизотропии γ [46]

С ростом температуры амплитуда колебаний ионов вблизи положений равновесия возрастает, и при некоторой температуре происходит плавление [35, 42, 45, 46]. Как в двумерном, так и в трехмерном случае

плавление происходит в два этапа. На первом этапе, при относительно низких температурах, происходит ориентационное плавление — переход из полностью упорядоченного состояния к состоянию, в котором возможно вращение оболочек друг относительно друга, при сохранении порядка внутри оболочек. На втором этапе плавления радиальный порядок также исчезает. С ростом размера кластеров первая стадия практически исчезает, и ориентированное плавление имеет место лишь у пары внешних оболочек.

Литература

1. *Davidson R.C.* Theory of Nonneutral Plasmas. — Reading: Benjamin, 1974.
2. *Davidson R.C.* Physics of Nonneutral Plasmas. — Redwood City: Addison-Wesley, 1990.
3. *Dubin D.H.E., O'Neil T.M.* // Rev. Mod. Phys. 1999. Vol. 71. № 1. P. 87–172.
4. *Cole M.W.* // Rev. Mod. Phys. 1974. Vol. 46. № 3. P. 451–464.
5. *Шикин В.Б.* // УФН. 1977. Т. 121. № 3. С. 457–497.
6. *Шикин В.Б., Монарха Ю.П.* Двумерные заряженные системы в гелии. — М.: Наука, 1989.
7. *Penning F.M.* // Physica. 1936. Vol. 3. P. 873.
8. *Чу С.* // УФН. 1999. Т. 169. № 3. С. 274–291.
9. *Коэн-Тануджи К.Н.* // УФН. 1999. Т. 169. № 3. С. 292–304.
10. *Филипс У.Д.* // УФН. 1999. Т. 169. № 3. С. 305–322.
11. *Wineland D.J., Bollinger J.J., Itano W.M., Prestage J.D.* // J. Opt. Soc. Am. B. 1985. Vol. 2. № 11. P. 1721–1729.
12. *Hänsch T., Schawlow A.* // Opt. Commun. 1975. Vol. 13. № 1. P. 68–69.
13. *Wineland D., Dehmelt H.* // Bull. Am. Phys. Soc. 1975. Vol. 20. № 4. P. 637.
14. *Wineland D., Drullinger R., Walls F.* // Phys. Rev. Lett. 1978. Vol. 40. № 25. P. 1639–1642.
15. *Neuhauser W., Hohenstatt M., Toschek P., Dehmelt H.* // Phys. Rev. Lett. 1978. Vol. 41. № 4. P. 233–236.
16. *Летохов В.С., Миногин В.Г., Павлик Б.Д.* // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. № 4. С. 1328–1341.
17. *Wieman C.E., Pritchard D.E., Wineland D.J.* // Rev. Mod. Phys. 1999. Vol. 71. № 2. P. S253–S262.
18. *Anderson M.H., Ensher J.R., Matthews M.R. et al.* // Sciencc. 1995. Vol. 269. № 5221. P. 198–201
19. *Bollinger J.J., Mitchell T.B., Huang X.-P. et al.* // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. № 1. P. 7–13.
20. *Raizen M.G., Gilligan J.M., Bergquist et al.* // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 45. № 9. P. 6493–6501.
21. *Schätz T., Schramm U., Habs D.* // Nature. 2001. Vol. 412. № 6848. P. 717–720.
22. *Schramm U., Schätz T., Habs D.* // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 66. № 3. P. 036501.
23. *Дементьев Е.Н., Диканский Н.С., Медведко А.С. и др.* // ЖТФ. 1980. Т. 50. № 8. С. 1717–1721.

24. *Буджер Г.И., Диканский Н.С., Куделайнен В.И. и др.* // Part. Accel. 1976. Vol. 7. № 1. P. 197.

25. *Wigner E.* // Phys. Rev. 1934. Vol. 46. № 6. P. 1002–1011.

26. *Grimes C.C., Adams G.* // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 42. № 12. P. 795–798.

27. *Fisher D.S., Halperin B.I., Platzman P.M.* // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 42. № 12. P. 798–801.

28. *Morf R.H.* // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 43. № 13. P. 931–935.

29. *Bollinger J.J., Wineland D.J.* // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. № 4. P. 348–351.

30. *Gilbert S.L., Bollinger J.J., Wineland D.J.* // Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 60. № 20. P. 2022–2025.

31. *Dubin D.H.E.* // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 53. № 5. P. 5268–5290.

32. *Ichimaru S., Iyetomi H., Tanaka S.* // Phys. Rep. 1987. Vol. 149. № 2/3. P. 91–205.

33. *Rahman A., Schiffer J.P.* // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 57. № 9. P. 1133–1136.

34. *Rafac R., Schiffer J.P., Hangst J.S. et al.* // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 1991. Vol. 88. № 2. P. 483–486.

35. *Bedanov V.M., Peeters F.M.* // Phys. Rev. B. 1994. Vol. 49. № 4. P. 2667–2676.

36. *Totsuji H., Kishimoto T., Totsuji C., Tsuruta K.* // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88. № 12. P. 125002.

37. *Drewsen M., Brodersen C., Hornekaer L. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 81. № 14. P. 2878–2881.

38. *Hornekaer L., Kjaergaard N., Thommesen A.M., Drewsen M.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86. № 10. P. 1994–1997.

39. *Schramm U., Schätz T., Habs D.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. № 18. P. 184801.

40. *Schiffer J.P.* // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88. № 20. P. 205003.

41. *Tsuruta K., Ichimaru S.* // Phys. Rev. A. 1993. Vol. 48. № 2. P. 1339–1344.

42. *Лозовик Ю.Е.* // УФН. 1987. Т. 153. № 2. С. 356–358.

43. *Lozovik Y.E., Mandelshtam V.A.* // Phys. Lett. A. 1990. Vol. 145. № 5. P. 269–271.

44. *Lozovik Y.E., Mandelshtam V.A.* // Phys. Lett. A. 1992. Vol. 165. № 5/6. P. 469–472.

45. *Lozovik Y.E., Rakoch E.A.* // Phys. Lett. A. 1998. Vol. 240. № 6. P. 311–321.

46. *Lozovik Y.E., Rakoch E.A.* // ЖЭТФ. 1999. Т. 116. № 6. С. 2012–2037.

Глава 11. ПЫЛЕВАЯ ПЛАЗМА

§ 11.1. Введение

Пылевая плазма (от англ. *dusty plasma*) представляет собой ионизованный газ, содержащий частицы конденсированного вещества. Другими терминами, употребляемыми для обозначения таких систем, являются «комплексная плазма» (*complex plasma*), «коллоидная плазма» (*colloidal plasma*), а такжс «плазма с конденсированной дисперсной фазой» (КДФ). Пыль и пылевая плазма широко распространены в космосе. Они присутствуют в планетных кольцах, хвостах комет, в межпланетных и межзвездных облаках [1–6]. Пылевая плазма обнаружена вблизи искусственных спутников земли и космических аппаратов [5, 6], в термоядерных установках с магнитным удержанием [7–9]. Наконец очень активно исследуется пылевая плазма в лабораторных условиях. Пылевые частицы могут не только преднамеренно вводиться в плазму, но и образовываться самопроизвольно в результате различных процессов. Широкая распространенность плазменно-пылевых систем, а также целый ряд уникальных свойств, делают пылевую плазму чрезвычайно привлекательным и интересным объектом исследования.

Пылевые частицы, находящиеся в плазме, приобретают электрический заряд и представляют собой дополнительный заряженный компонент плазмы. Однако свойства пылевой плазмы значительно богаче свойств обычной многокомпонентной плазмы электронов и ионов различного сорта. Пылевые частицы являются центрами рекомбинации плазменных электронов и ионов и, иногда, источником электронов (термо-, фото- и вторичная электронная эмиссия). Тем самым пылевой компонент может существенно влиять на ионизационное равновесие. Заряд пылевых частиц не является фиксированной величиной, а определяется параметрами окружающей плазмы и может изменяться как во времени, так и в пространстве. Кроме того, заряд флуктуирует даже при постоянных парамстрах окружающей плазмы, поскольку зарядка является стохастическим процессом.

В силу большого заряда пылевых частиц потенциальная энергия электростатического взаимодействия между ними (пропорциональная произведению зарядов взаимодействующих частиц) велика. Поэтому неидеальность подсистемы пылевых частиц реализуется значительно легче, чем неидеальность электрон–ионной подсистемы, хотя концентрация макрочастиц обычно значительно ниже концентраций электронов и ионов. Тем самым, оказывается возможным появление ближнего порядка, и даже кристаллизация в системе пылевых частиц.

Впервые экспериментальная реализация упорядоченных (квазикристаллических) структур заряженных микрочастиц была осуществлена в 1959 году [10] с помощью модифицированной ловушки Пауля [11]. Возможность кристаллизации пылевой подсистемы в неравновесной газоразрядной плазме была предсказана Икези в 1986 году [12]. Экспериментально упорядоченные системы пылевых частиц удалось наблюдать только в середине 90-х годов сначала в плазме высокочастотного разряда вблизи границы прикатодной области [13–16], где за счет большой величины электрического поля возможна компенсация силы тяжести и левитация частиц. На рис. 11.1 показано горизонтальное сечение упорядоченной квазикристаллической структуры пылевых частиц, полученной в приэлектродной области ВЧ-разряда [17]. В вертикальном направлении частицы также упорядочены и располагаются одна под другой, образуя цепочки. Затем подобные структуры были обнаружены в термической плазме при атмосферном давлении [18–20], в положительном столбе тлеющего разряда постоянного тока [21, 22], а также в ядерно-возбуждаемой пылевой плазме [23, 24]. На рис. 11.2 представлена упорядоченная структура пылевых частиц в тлеющем разряде постоянного тока. В нижней части структуры видны самовозбуждаемые нелинейные волны плотности пылевых частиц; в средней — имеет место достаточно сильная упорядоченность; на периферии верхней части структуры имеются области с конвективным движением частиц [25]. Кристаллизация пылевого компонента и фазовые переходы в различных типах пылевой плазмы представляют на сегодняшний день обширную область исследований.

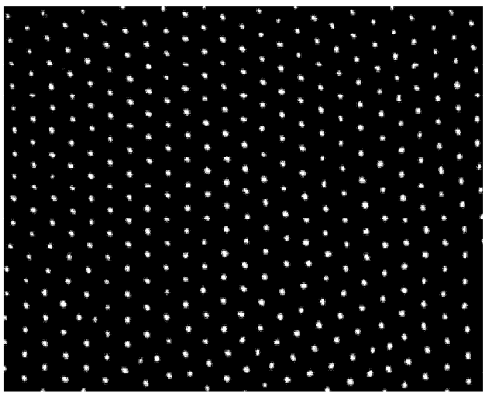


Рис. 11.1. Типичное видеоизображение горизонтального сечения упорядоченной структуры частиц, полученной в приэлектродной области ВЧ-разряда [17]. Показана область $6{,}1 \times 4{,}2$ мм^2, содержащая 392 частицы диаметром 6,9 мкм. Представленная структура имеет гексагональную решетку

Наличие пылевого компонента существенным образом сказывается на коллективных процессах в плазме. Пыль может не только модифицировать, но зачастую и определять спектр колебаний, влиять на эффекты затухания и неустойчивости. Её наличие изменяет характерные

пространственные и временные масштабы в плазме. Так плазменная частота, характеризующая пылевой компонент, за счет большой массы пылевых частиц на много порядков меньше ионной плазменной частоты. Это приводит к возникновению новой ветви колебаний — пылевому звуку, где пыль выступает как инерционный компонент, подобно тому, как в ионном звуке — ионы являются инерционным компонентом. В силу низкой частоты (обычно 10–100 Гц) эти колебания особенно привлекательны с экспериментальной точки зрения. На рис. 11.3 приведена типичная картина бегущих пыле-звуковых волн, возникающих самопроизвольно при определенных условиях в газовом разряде постоянного тока [26].

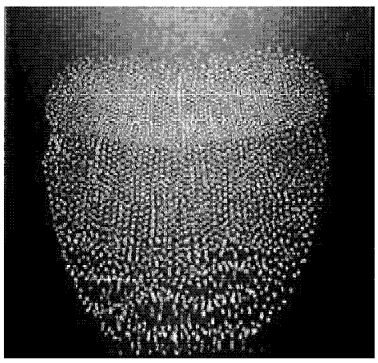


Рис. 11.2. Сложная структура пылевых частиц в разряде постоянного тока; в нижней части фотографии видны колебательные движения частиц в вертикальном направлении, в средней — проявляется достаточно сильная упорядоченность; на периферии верхней части структуры имеются области с конвективным движением частиц

К свойствам, делающим пылевую плазму не только привлекательным для изучения объектом, но и эффективным инструментом для исследования свойств сильно неидеальной плазмы, а также фундаментальных свойств кристаллов, следует отнести относительную простоту получения, наблюдения и контроля параметров, а также малые времена релаксации к равновесию и отклика на внешние возмущения. Кроме того, пылевые частицы обычно могут наблюдаться невооруженным глазом или с помощью простейшей оптической техники. Это дает принципиальную возможность проводить измерения на кинетическом уровне с прямым определением функции распределения пылевых частиц по координатам и импульсам $f_{\mathrm{d}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$. Тем самым, в принципе, возможно детально исследовать процессы фазовых переходов, процессы переноса пылевых частиц, низкочастотные колебания в пылевой плазме и т. д. на кинетическом уровне. Также это позволяет существенно упростить методы диагностики параметров пылевых частиц и окружающей плазмы.

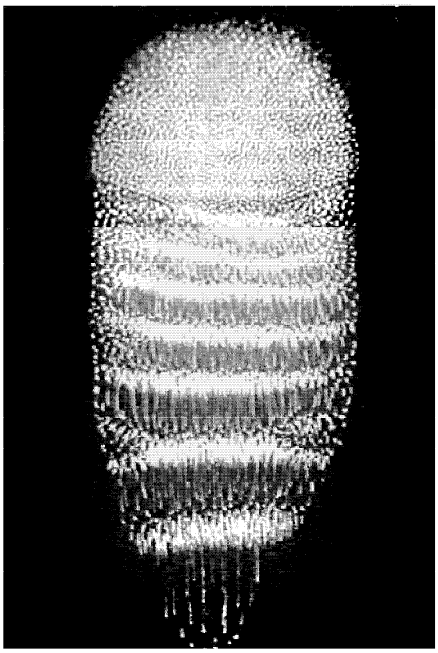


Рис. 11.3. Типичная картина самопроизвольно возникающих пылезвуковых колебаний в газовом разряде постоянного тока [26]. Данная фотография соответствует давлению нейтрального газа $p = 0{,}2$ торр. Частота колебаний $\omega \sim 60$ с$^{-1}$, волновое число $k \sim 60$ с$^{-1}$, скорость распространения $v_{\text{ф}} \sim 1$ см·с$^{-1}$

Несмотря на то, что в лабораторных условиях пылевая плазма была впервые обнаружена Лэнгмюром ещё в 1920-х годах [27], её активное исследование началось лишь в последние десятилетия в связи с рядом приложений, таких как электрофизика и электродинамика продуктов сгорания ракетных топлив, электрофизика рабочего тела магнитогидродинамических генераторов на твердом топливе, физика пылегазовых облаков в атмосфере [28–31]. В конце 80-х годов центр тяжести исследований сместился к изучению зарядки пыли, распространению электромагнитных колебаний, их затуханию и неустойчивости, в основном применительно к пылевой плазме в космосе [1, 32, 33]. Рост интереса к пылевой плазме в начале 90-х годов связан в первую очередь с широким использованием технологий плазменного напыления и травления в микроэлектронике, а также при производстве тонких пленок и наночастиц [34–37]. Этот интерес связан с тем, что наличие частиц в технологической плазме не только приводит к загрязнению поверхности полупроводникового элемента и тем самым к увеличению выхода дефектных элементов, но и возмущает плазму, зачастую непредсказуемым образом. Уменьшение или предотвращение этих негативных эффектов невозможно без понимания процессов образования и роста конденсированных частиц в газоразрядной плазме, механизма их переноса и влияния на свойства разряда. Наконец,

в середине 90-х годов удалось наблюдать формирование кристаллических структур в различных типах пылевой плазмы [13–16, 18–24]. Это послужило толчком к бурному росту исследований в данной области, который продолжается по сей день, параллельно с активно ведущимися исследованиями вигнеровской кристаллизации ионов в различного рода ионных ловушках [38] и электронов на поверхности жидкого гелия [39].

Среди современных направлений исследований в области пылевой плазмы выделим следующие направления.

- Образование упорядоченных структур, кристаллизация и фазовые переходы в системе пылевых частиц в различных типах плазмы.
- Элементарные процессы в пылевой плазме: зарядка пыли в различных условиях и при различных параметрах плазмы и самих частиц; взаимодействие между частицами в плазме; внешние силы, действующие на пылевые частицы.
- Линейные и нелинейные волны в пылевой плазме (солитоны, ударные волны, конусы Маха), их динамика, затухание и неустойчивости.

Большое значение имеют эксперименты в условиях микрогравитации, впервые осуществленные в 1998 году на борту орбитального комплекса «Мир», а затем в начале 2001 года — на борту Международной Космической Станции (Плазменный Кристалл — эксперимент Нефедова). В отсутствии гравитации удается существенно снизить влияние необходимых в земных условиях для осуществления левитации внешних электрических полей и вызываемой ими сильной анизотропии плазмы.

В настоящее время пылевая плазма представляет обширную и бурно развивающуюся область исследований, включающую в себя фундаментальные вопросы физики плазмы, гидродинамики, кинетики фазовых переходов, нелинейной физики, физики твердого тела, а также ряд прикладных проблем (нанотехнологии, плазменные технологии, новые материалы). Круг специалистов, проявляющих интерес к исследованию свойств пылевой плазмы, постоянно расширяется, а число публикаций неуклонно растет. Учитывая это, ниже обсуждаются, прежде всего, те аспекты, которые необходимы для понимания основных процессов в пылевой плазме и наиболее часто встречающиеся в исследованиях.

§ 11.2. Элементарные процессы в пылевой плазме

11.2.1. Зарядка пылевых частиц в плазме (теоретические представления). Ниже рассматриваются различные процессы, приводящие к появлению электрического заряда у пылевых частиц, находящихся в плазме. Приводятся выражения для потоков ионов и электронов на

поверхность (с поверхности) частиц при различных процессах (поглощение электронов и ионов плазмы, термо- и фотоэмиссия электронов с поверхности пылевой частицы). Рассматриваются вопросы о равновесном потенциале и заряде частиц, о кинетике зарядки, об изменениях зарядового состава плазмы при наличии пылевого компонента, а также о флуктуациях заряда пылевых частиц, связанных со случайностью процесса зарядки. В последующем изложении пылевые частицы считаются сферическими с радиусом a.

Зарядка в газоразрядной плазме. В неравновесной плазме газовых разрядов низкого давления, несмотря на высокую энергию электронов, ионы, атомы и макроскопические частицы остаются холодными. В отсутствии эмиссионных процессов заряд пылевой частицы отрицателен. Это связано с тем, что на незаряженную пылевую частицу направлены потоки электронов и ионов из плазмы. Как и в теории электрических зондов [40, 41], принято считать, что попавшие на поверхность частицы электроны и ионы поглощаются и рекомбинируют, а нейтральные частицы, образующиеся в процессе рекомбинации, либо остаются на поверхности, либо возвращаются в плазму (в первом случае зарядка частицы может сопровождаться ростом её размера). Вследствие более высокой подвижности электронов, их поток значительно превышает поток ионов, и частица начинает заряжаться отрицательно. Появляющийся у частицы отрицательный заряд приводит к отталкиванию электронов и притяжению ионов. Заряд частицы растет (по абсолютной величине) до тех пор, пока не сравняются потоки электронов и ионов на ее поверхность. Затем он практически постоянен во времени и испытывает лишь малые флуктуации около равновесного значения (см. ниже).

Связанный с зарядом стационарный потенциал поверхности пылевой частицы определяется, с точностью до коэффициента порядка единицы, как $\varphi_s = -kT_e/e$, где T_e — температура электронов. Физически это объясняется тем, что в стационарном состоянии большая часть электронов не должна иметь достаточной кинетической энергии для преодоления разности потенциалов между поверхностью пылевой частицы и окружающей плазмой.

Приближение ограниченного орбитального движения. Для количественного описания зарядки пылевых частиц в газоразрядной плазме, как правило, используются теоретические модели, заимствованные из теории электрических зондов в плазме. Одна из наиболее часто используемых моделей — приближение ограниченного орбитального движения [*orbit motion limited* (OML) theory] [40–42]. Этот подход позволяет только из законов сохранения энергии и момента импульса определить сечения поглощения электронов и ионов пылевой частицей. Обычно условия применимости данного подхода формулируются

как [42]

$$a \ll \lambda_{\mathrm{D}} \ll l_{\mathrm{i(e)}}, \tag{11.1}$$

где λ_{D} обозначает длину экранирования плазмы (соответствующий радиус Дебая), а $l_{\mathrm{i(e)}}$ — длину свободного пробега ионов (электронов). Подразумевается также, что частица изолирована в том смысле, что другие пылевые частицы не оказывают влияния на движение электронов и ионов в её окрестности.

В предположении, что электроны и ионы поглощаются в том случае, если их траектории пересекают или касаются поверхности пылевой частицы, сечения поглощения (зависящие от скорости) имеют вид

$$\sigma_{\mathrm{e}}(v) = \begin{cases} \pi a^2 \left(1 + \dfrac{2e\varphi_{\mathrm{s}}}{m_{\mathrm{e}} v^2}\right), & \dfrac{2e\varphi_{\mathrm{s}}}{m_{\mathrm{e}} v^2} > -1 \\ 0, & \dfrac{2e\varphi_{\mathrm{s}}}{m_{\mathrm{e}} v^2} < -1, \end{cases} \tag{11.2}$$

$$\sigma_{\mathrm{i}}(v) = \pi a^2 \left(1 - \frac{2e\varphi_{\mathrm{s}}}{m_{\mathrm{i}} v^2}\right), \tag{11.3}$$

где потенциал поверхности пылевой частицы относительно невозмущенной плазмы φ_{s} принят отрицательным, а ионы считаются однозарядными. Здесь $m_{\mathrm{e(i)}}$ — масса электронов (ионов), а v — относительная скорость электронов либо ионов относительно пылевой частицы. Отметим, что в рамках приближения ограниченного орбитального движения $\sigma_{\mathrm{e}}(v)$ и $\sigma_{\mathrm{i}}(v)$ не зависят от конкретной формы распределения электростатического потенциала в окрестности пылевой частицы (ограничения данного приближения рассмотрены ниже).

Поток электронов и ионов на поверхность частицы определяется интегрированием соответствующих сечений с функциями распределения по скоростям $f_{\mathrm{e(i)}}(v)$:

$$I_{\mathrm{e(i)}} = n_{\mathrm{e(i)}} \int v \sigma_{\mathrm{e(i)}}(v)\, f_{\mathrm{e(i)}}(v)\, d^3 v. \tag{11.4}$$

Для максвелловских распределений плазменных частиц по скоростям

$$f_{\mathrm{e(i)}}(v) = \left(2\pi v_{T_{\mathrm{e(i)}}}^2\right)^{-3/2} \exp\left(-\frac{v^2}{2v_{T_{\mathrm{e(i)}}}^2}\right), \tag{11.5}$$

где

$$v_{T_{\mathrm{e(i)}}} = \sqrt{\frac{kT_{\mathrm{e(i)}}}{m_{\mathrm{e(i)}}}} \tag{11.6}$$

обозначает тепловую скорость электронов (ионов). Интегрирование (11.4) совместно с (11.2) и (11.3) дает

$$I_{\mathrm{e}} = \sqrt{8\pi} a^2 n_{\mathrm{e}} v_{T_{\mathrm{e}}} \exp\left(e\varphi_{\mathrm{s}}/kT_{\mathrm{e}}\right), \tag{11.7}$$

$$I_{\mathrm{i}} = \sqrt{8\pi} a^2 n_{\mathrm{i}} v_{T_{\mathrm{i}}} \left(1 - e\varphi_{\mathrm{s}}/kT_{\mathrm{i}}\right). \tag{11.8}$$

Стационарный потенциал поверхности пылевой частицы (плавающий потенциал) определяется равенством потоков электронов и ионов, поглощаемых частицей,

$$I_{\mathrm{e}} = I_{\mathrm{i}}. \tag{11.9}$$

Удобно ввести следующие безразмерные параметры, которые широко используются в последующем изложении:

$$z = \frac{|Z_{\mathrm{d}}|\, e^2}{akT_{\mathrm{e}}}, \quad \tau = \frac{T_{\mathrm{e}}}{T_{\mathrm{i}}}, \quad \mu = \frac{m_{\mathrm{e}}}{m_{\mathrm{i}}}. \tag{11.10}$$

Здесь z — абсолютная величина безразмерного заряда частицы, а τ и μ — отношение температур и масс электронов и ионов, соответственно. Сразу отметим, что в обычной газоразрядной плазме $\tau \gg 1$ ($\tau \sim 10$–100), z порядка нескольких единиц и, конечно, $\mu \ll 1$. Предполагается, что связь заряда частицы с ее поверхностным потенциалом дается выражением $Z_{\mathrm{d}}e = a\varphi_{\mathrm{s}}$, где Z_{d} обозначает зарядовое число пылевой частицы (заряд, выраженный в единицах элементарного заряда). Такая связь (как для заряженной сферы в вакууме) следует из решения линеаризованной задачи о распределении потенциала в окрестности сферической макрочастицы в больцмановской плазме, при условии $a \ll \lambda_{\mathrm{D}}$. Это является хорошим приближением, хотя, в принципе, могут быть отклонения за счет сильно–нелинейной экранировки и/или неравновесности распределения электронов и ионов в окрестности частицы.

В безразмерных параметрах (11.10) уравнение (11.9) с учетом выражений (11.7) и (11.8) может быть переписано в виде

$$\exp(-z) = \frac{n_{\mathrm{i}}}{n_{\mathrm{e}}} \left(\frac{\mu}{\tau}\right)^{1/2} (1 + z\tau). \tag{11.11}$$

Для уединенной частицы условие квазинейтральности имеет вид $n_{\mathrm{i}} = n_{\mathrm{e}}$. Тем самым величина безразмерного потенциала z определяется фактически величиной отношения температур электронов и ионов плазмы, а также родом газа (отношением масс электронов и ионов). На рис. 11.4 представлена величина z как функция τ для различных газов (H, He, Ne, Ar, Kr, Xe). Потенциал падает с увеличением отношения температур электронов и ионов и растет с увеличением порядкового номера элементов. При очень больших τ ($\tau \to \infty$) и $z \sim 1$ из (11.11) следует $z \sim 1/\sqrt{\mu\tau}$. Для типичной величины $\tau \sim 10$–100 потенциал лежит в пределах $z \sim 2$–4. Для частицы радиусом $a \sim 1$ мкм и температуры $kT_{\mathrm{e}} \sim 1$ эВ характерное зарядовое число составляет, следовательно, $(1\text{–}3) \cdot 10^3$.

Обычно приходится иметь дело с ситуацией, когда пылевая плазма находится во внешнем электрическом поле (это характерно, например, для пристеночных и приэлектродных областей газоразрядной плазмы). В этом случае для зарядки может оказаться существеным дрейф

ионов по отношению к покоящемуся пылевому компоненту. Используя вместо (11.5) сдвинутое максвелловское распределение ионов по скоростям,

$$f_{\mathrm{i}}(\mathbf{v}) = \left(2\pi v_{T_{\mathrm{i}}}^2\right)^{-3/2} \exp\left[\frac{(\mathbf{v}-\mathbf{u})^2}{2v_{T_{\mathrm{i}}}^2}\right], \tag{11.12}$$

где $\mathbf{u}$ — дрейфовая скорость ионов, а также сечение (11.3), легко получить для потока ионов [5, 43, 44] следующее выражение (напомним, что $\varphi_{\mathrm{s}} < 0$):

$$I_{\mathrm{i}} = \sqrt{2\pi}a^2 n_{\mathrm{i}} v_{T_{\mathrm{i}}} \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + u^2/v_{T_{\mathrm{i}}}^2 - 2e\varphi_{\mathrm{s}}/kT_{\mathrm{i}}}{u/v_{T_{\mathrm{i}}}} \operatorname{erf}\left(\frac{u}{\sqrt{2}v_{T_{\mathrm{i}}}}\right) + \exp\left(-\frac{u^2}{2v_{T_{\mathrm{i}}}^2}\right) \right\}. \tag{11.13}$$

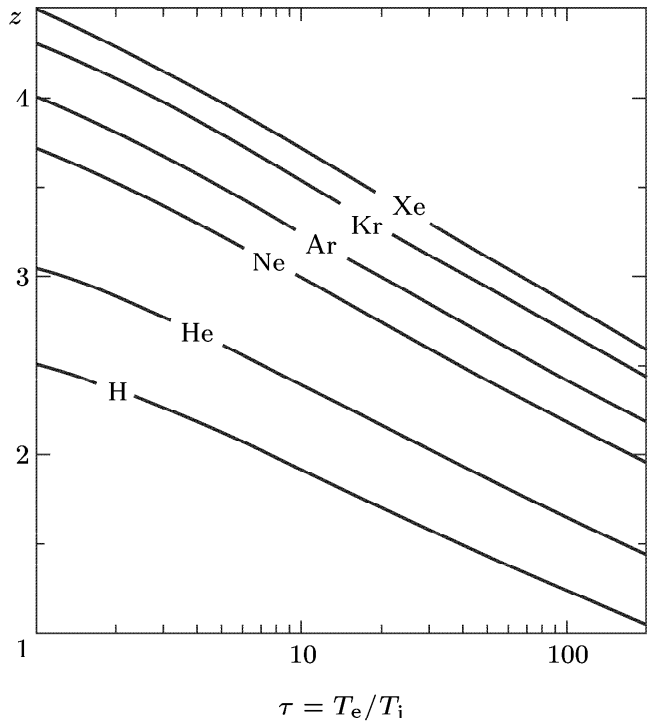


Рис. 11.4. Абсолютная величина безразмерного заряда сферической пылевой частицы, $z = |Z_{\mathrm{d}}|\, e^2/akT_{\mathrm{e}}$, как функция отношения температур электронов и ионов, $\tau = T_{\mathrm{e}}/T_{\mathrm{i}}$, для различных типов изотропной плазмы

При $u \ll v_{T_{\mathrm{i}}}$, поправка к (11.8) имеет второй порядок малости $\Delta I_{\mathrm{i}} \sim O\left(u^2/v_{T_{\mathrm{i}}}^2\right)$. При $u \gg v_{T_{\mathrm{i}}}$ выражение (11.13) переходит в

$$I_{\mathrm{i}} = \pi a^2 n_{\mathrm{i}} u \left(1 - \frac{2e\varphi_{\mathrm{s}}}{m_{\mathrm{i}} u^2}\right). \tag{11.14}$$

Зависимость безразмерного потенциала частицы как функция дрейфовой скорости ионов, рассчитанная из баланса потоков (11.9) с использованием (11.7) и (11.13) представлена на рис. 11.5 для трех значений $n_{\mathrm{e}}/n_{\mathrm{i}}$. Расчет соответствует плазме аргона и $\tau = 100$.

Как видно из рисунка заряд сначала постоянен при $u \leqslant v_{T_\mathrm{i}}$, затем увеличивается с увеличением дрейфовой скорости, достигает максимума при $u \sim c_\mathrm{i} = \sqrt{kT_\mathrm{e}/m_\mathrm{i}}$ (c_i — скорость ионного звука) и далее уменьшается. Пунктиром показан результат использования приближений (11.8) и (11.14) вместо точного выражения (11.13). Отличие ощутимо лишь в узкой области $u \sim v_{T_\mathrm{i}}$. Численное моделирование [45] подтверждает применимость приведенных формул для описания зарядки в плазме при наличии потока ионов.

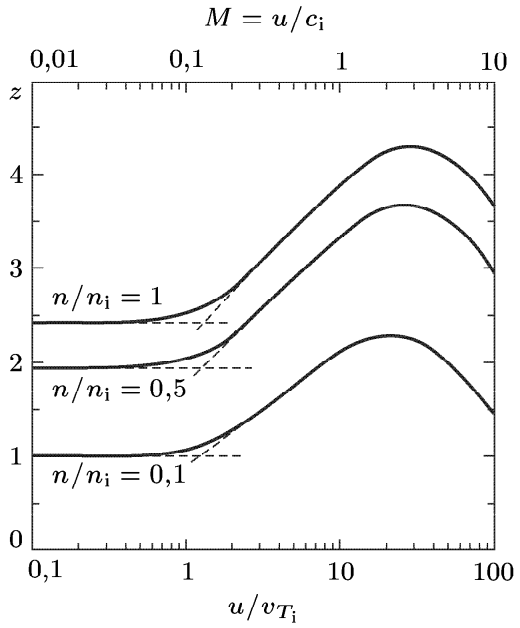


Рис. 11.5. Абсолютная величина безразмерного заряда сферической пылевой частицы, $z = |Z_\mathrm{d}|\, e^2/akT_\mathrm{e}$, как функция дрейфовой скорости ионов, отнесенной к их тепловой скорости, u/v_{T_i} (или числа Маха $M = u/c_\mathrm{i}$, где $c_\mathrm{i} = \sqrt{kT_\mathrm{e}/m_\mathrm{i}}$ есть скорость ионного звука) для плазмы с ионным потоком. Расчет проведен для трех величин отношения концентраций электронов и ионов (указаны на рисунке), и соотвстствуст плазмс аргона при $\tau = T_\mathrm{e}/T_\mathrm{i} = 100$

Выше был рассмотрен случай уединенной частицы в плазме. В действительности, однако, концентрация пылевых частиц бывает велика. При этом повышение концентрации частиц ведет к уменьшению их потенциала и заряда по абсолютной величине за счет ухода заметной части свободных электронов на пылевые частицы, так что $n_\mathrm{e} < n_\mathrm{i}$. Для иллюстрации этого эффекта используем простейшее рассмотрение, качественно верно отражающее суть происходящего. Именно, считая условие (11.1) выполненным, будем использовать выражения для потоков (11.7) и (11.8), учитывая в них вклад пылевого компонента в зарядовый состав плазмы. Учет пылевого компонента приводит

к следующему условию квазинейтральности:

$$n_{\mathrm{e}} = n_{\mathrm{i}} + Z_{\mathrm{d}} n_{\mathrm{d}}. \tag{11.15}$$

При этом вместо (11.11) для определения равновесного потенциала получается уравнение

$$\exp(-z) = \left(\frac{\mu}{\tau}\right)^{1/2} (1 + z\tau)(1 + P), \tag{11.16}$$

где параметр

$$P = \frac{|Z_{\mathrm{d}}|\, n_{\mathrm{d}}}{n_{\mathrm{e}}} \tag{11.17}$$

определяет отношение плотности заряда пылевого компонента к плотности заряда электронного компонента [32, 46]. В случае $P \ll 1$ заряд соответствует случаю уединенной частицы (см. рис. 11.4), тогда как при $P > 1$ заряд существенно уменьшается по абсолютной величине. Отметим, что иногда вместо (11.17) используют величину $\dfrac{akT_{\mathrm{e}}}{e^2}\dfrac{n_{\mathrm{d}}}{n_{\mathrm{e}}}$, которая, как нетрудно видеть, отличается от P множителем $1/z$.

Применимость приближения ограниченного орбитального движения. Выше под условиями применимости приближения OML принималось неравенство (11.1). Не претендуя на точные количественные результаты, уточним эти условия и укажем обстоятельства, ведущие к неприменимости данного приближения.

Во-первых, напомним, что выражения для сечений поглощения электронов и ионов (11.2) и (11.3) не зависят от точного вида распределения потенциала в окрестности пылевой частицы. Однако для применимости OML потенциал всё же должен удовлетворять некоторым условиям. Дело в том, что движение ионов в направлении частицы определяется *эффективным* потенциалом взаимодействия, $U_{\mathrm{эф}}(r)$, который кроме притяжения положительного иона к отрицательно заряженной частице $U(r)$, содержит составляющую, связанную с центробежным отталкиванием, обусловленным сохранением момента импульса иона. Нормированный на исходную кинетическую энергию иона, $E = m_{\mathrm{i}} v_{\mathrm{i}}^2/2$, эффективный потенциал имеет вид

$$U_{\mathrm{эф}}(r) = \rho^2/r^2 + U(r)/E, \tag{11.18}$$

где ρ — прицельный параметр, а $U(r) < 0$. Значение r_0, при котором $U_{\mathrm{эф}}(r_0) = 1$, соответствует минимальному сближению иона и частицы. При $r_0 \leqslant a$ ион поглощается, при $r_0 > a$ он испытывает упругое рассеяние на потенциале частицы, но не достигает ее поверхности. Подставляя $r = a$ и $U(a) = e\varphi_{\mathrm{s}}$ в (11.18), получаем, что поглощению

соответствует прицельный параметр

$$\rho_{\mathrm{c}}^{\mathrm{OML}} = a\sqrt{1 - \frac{2e\varphi_{\mathrm{s}}}{m_{\mathrm{i}}v^2}}. \tag{11.19}$$

Учитывая, что $\sigma = \int\limits_0^{\rho_{\mathrm{c}}} 2\pi\rho\, d\rho$, сразу приходим к сечению (11.3). Однако, следует иметь ввиду, что уравнение $U_{\text{эф}}(r) = 1$ не всегда допускает только одно решение. Можно показать, что решение является единственным только в том случае, если потенциал $|U(r)|$ убывает медленнее, чем $1/r^2$ [47]. В действительности, однако, потенциал вблизи частицы — $|U(r)| \propto 1/r$, вдали — $|U(r)| \propto 1/r^2$, а на промежуточных расстояниях может убывать быстрее. В этом случае уравнение $U_{\text{эф}}(r) = 1$ может иметь более одного решения (расстояние минимального сближения r_0 соответствует большему из них). Это означает наличие потенциального барьера для ионов, движущихся к частице: ион отражается от потенциального барьера в точке $r_0 > \lambda_{\mathrm{D}} > a$ (см. ниже) и, следовательно, не может достигнуть поверхности частицы. Таким образом, приближение OML может завышать поток ионов на частицу, т. е. давать заниженное по абсолютной величине значение стационарного заряда.

В качестве полезного примера, рассмотрим экранированный кулоновский потенциал взаимодействия иона с пылевой частицей (дебаевский потенциал)

$$U(r) = -(U_0/r)\exp(-r/\lambda_{\mathrm{D}}), \tag{11.20}$$

где $U_0 = e|\varphi_{\mathrm{s}}|\, a\exp(a/\lambda_{\mathrm{D}})$. Переход к нормированному расстоянию $\tilde{r} = r/\lambda_{\mathrm{D}}$ позволяет заключить, что поведение эффективного потенциала $U_{\text{эф}}(\tilde{r})$ определяется двумя безразмерными параметрами: $\beta = U_0/2E\lambda_{\mathrm{D}}$ и $\tilde{\rho} = \rho/\lambda_{\mathrm{D}}$. Кривые эффективного потенциала для двух значений β и различных значений $\tilde{\rho}$ показаны на рис. 11.6. Для $\beta = 10$ потенциальный барьер отсутствует, в то время как для $\beta = 20$ наличие барьера приводит к скачкообразному изменению расстояния минимального сближения с $r_0/\lambda_{\mathrm{D}} \sim 0{,}7$ до $r_0/\lambda_{\mathrm{D}} \sim 2{,}6$ при $\rho \sim 3{,}8\lambda_{\mathrm{D}}$ (можно показать, что при наличии барьера расстояние минимального сближения не может быть меньше $\sim 1{,}62\lambda_{\mathrm{D}}$, [48]).

Для дебаевского потенциала *необходимым условием* наличия барьера у эффективного потенциала является условие $\beta > \beta_{\mathrm{c}} \cong 13{,}2$ [49]. При этом барьер возникает для ионов с прицельным параметром $\tilde{\rho} \geqslant \tilde{\rho}_* \sim \ln\beta + 1 - 1/(2\ln\beta)$ [48]. Условие применимости приближения OML при этом определяется как $\rho_{\mathrm{c}}^{\mathrm{OML}} \leqslant \rho_*$ (для $\rho_* \leqslant \rho \leqslant \rho_{\mathrm{c}}^{\mathrm{OML}}$ уравнение $U_{\text{эф}}(r) = 1$ имеет несколько решений, и приближение OML неприменимо). Поскольку при $\beta \gg 1$ $\rho_{\mathrm{c}}^{\mathrm{OML}} \propto \sqrt{\beta}$, а $\rho_* \sim \ln\beta$, то при

достаточно больших β (медленные ионы) приближение OML перестает работать. В частности, для максвелловского распределения ионов по скоростям *всегда* имеются ионы, для которых приближение OML несправедливо [47]. Однако, выполнения условия $\rho_c^{\mathrm{OML}}(v_{T_i}) \ll \rho_*(v_{T_i})$ достаточно, чтобы поправка была пренебрежимо мала. Приравнивая прицельные параметры, $\rho_c^{\mathrm{OML}}(v_{T_i}) = \rho_*(v_{T_i})$, и имея ввиду, что $\beta(v_{T_i}) = (z\tau a/\lambda_D)e^{a/\lambda_D}$, можно определить отношение a/λ_D (для заданного $z\tau$), при котором приближение OML заведомо становится несправедливым. В качестве примера приведем следующие цифры: с увеличением $z\tau$ от 50 до 500 (типичные значения для газоразрядной плазмы) отношение a/λ_D, при котором приближение OML перестает быть справедливым, уменьшается от $\sim 0{,}4$ до $\sim 0{,}2$ (при этом $\beta(v_{T_i})$ увеличивается от ~ 30 до ~ 100).

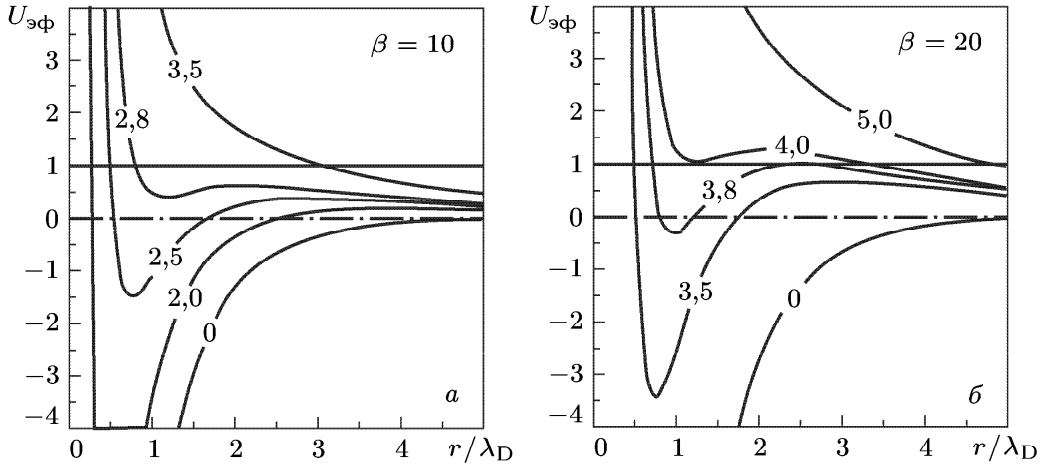


Рис. 11.6. Кривые эффективного потенциала для радиального движения ионов, в поле пылевой частицы (для потенциала взаимодействия типа экранированного кулоновского потенциала) для двух значений параметра β (см. текст) и различных прицельных параметров. Потенциальный барьер отсутствует для $\beta = 10$ и присутствует для $\beta = 20$

Учет столкновений ионов может также существенно сузить область применимости приближения OML (в слабоионизованной газоразрядной плазме речь идет, конечно, о столкновениях ион–нейтрал, основной механизм которых — резонансная перезарядка). Траектории ионов при их приближении к частице с далеких расстояний считаются невозмущенными столкновениями. Это требует, по крайней мере, выполнения условия $l_i \gg \lambda_D$ (при $r \gg \lambda_D$ плазма считается невозмущенной наличием пылевой частицы). Однако это неравенство не указывает окончательно на применимость приближения OML. Действительно, следуя работе [50] рассмотрим число столкновений перезарядки в сфере радиусом ε, окружающей пылевую частицу. При условии $|U(\varepsilon)|/kT_n \gg 1$ большинство вновь образовавшихся в процессе перезарядки ионов, имея кинетическую энергию (определяемую энергетическим спектром

нейтрального компонента), недостаточную для возвращения в невозмущенную плазму, попадают на поверхность пылевой частицы. Связанный с этим процессом поток ионов грубо оценивается как

$$I_{\mathrm{i,st}} = \frac{4\pi}{3}\varepsilon^3 n_{\mathrm{i}}\nu_{\mathrm{in}}, \tag{11.21}$$

где $\nu_{\mathrm{in}} = v_{\mathrm{i}}\sigma_{\mathrm{in}}n_{\mathrm{n}}$ — частота столкновений перезарядки, σ_{in} — их сечение, а n_{n} — концентрация атомов нейтрального компонента. Сравнивая его с потоком ионов OML (11.8), можно определить условие, позволяющее пренебречь столкновениями при рассмотрении процесса зарядки частицы. Оно имеет вид $I_{\mathrm{i,OML}} \gg I_{\mathrm{i,st}}$. Это условие может быть существенно строже правой части (11.1). Численный расчет [50] показывает, что столкновения могут существенно увеличить поток ионов по сравнению с OML даже при условии $l_{\mathrm{i}} \gtrsim \lambda_{\mathrm{D}}$. Этот эффект приводит к уменьшению абсолютной величины заряда. Отметим, что он может быть достаточно важен в реальных экспериментальных условиях и поэтому нуждается в детальном изучении, как теоретическом, так и экспериментальном.

Наконец, наличие экстремумов (минимума и максимума) на кривой эффективного потенциала при наличии столкновений перезарядки может приводить к наличию «захваченных ионов». Так называются ионы, захваченные на замкнутые орбиты вблизи пылевой частицы. Наличие захваченных ионов может влиять как на зарядку пылевой частицы, так и на экранировку ее заряда плазмой. По-видимому, это влияние может быть достаточно существенным даже в случае бесстолкновительного режима для ионов, $l_{\mathrm{i}} > \lambda_{\mathrm{D}}$. Однако данный вопрос также до конца не исследован. Поэтому дадим лишь ссылку на оригинальные работы, где он так или иначе затронут [49–52].

Зарядка в диффузионном режиме. При выполнении условия $l_{\mathrm{i(e)}} \ll \lambda_{\mathrm{D}}$ приближение OML заведомо несправедливо. Этот случай принято называть диффузионным режимом. Как и раньше, заряд (потенциал) пылевой частицы определяется равенством электронного и ионного потоков на ее поверхность, которые в данном случае записываются как

$$I_{\mathrm{i}} = 4\pi r^2\left[n_{\mathrm{i}}\mu_{\mathrm{i}}\frac{d\varphi}{dr} + D_{\mathrm{i}}\frac{dn_{\mathrm{i}}}{dr}\right], \tag{11.22}$$

$$I_{\mathrm{e}} = -4\pi r^2\left[n_{\mathrm{e}}\mu_{\mathrm{e}}\frac{d\varphi}{dr} - D_{\mathrm{e}}\frac{dn_{\mathrm{e}}}{dr}\right], \tag{11.23}$$

где $\varphi(r)$ — электрический потенциал в окрестности пылевой частицы, а $\mu_{\mathrm{i(e)}}$ и $D_{\mathrm{i(e)}}$ — подвижность и коэффициент диффузии ионов (электронов). Уравнения (11.22) и (11.23) дополняются уравнением Пуассона,

$$\nabla^2\varphi = -4\pi e\left(n_{\mathrm{i}} - n_{\mathrm{e}}\right), \tag{11.24}$$

и соответствующими граничными условиями. Для поглощающей поверхности принято использовать следующие условия:

$$\begin{gathered} \varphi(a) = \varphi_{\mathrm{s}}, \quad \varphi(\infty) = 0; \\ n_{\mathrm{i}}(a) = n_{\mathrm{e}}(a) = 0, \quad n_{\mathrm{i}}(\infty) = n_{\mathrm{e}}(\infty) = n_0. \end{gathered} \tag{11.25}$$

Отметим, что, так как сечение ион-нейтральных столкновений обычно значительно превышает сечение электрон-нейтральных столкновений, иногда может реализовываться ситуация, когда $l_{\mathrm{i}} \ll \lambda_{\mathrm{D}} \ll l_{\mathrm{e}}$. В этом случае поток электронов по-прежнему дается приближением OML, и только ионы следует рассматривать в диффузионном приближении.

Решению сформулированной задачи и схожих с ней (например, с учетом ионизации и рекомбинации в окрестности поглощающего тела, модифицированных граничных условий и т. д.) посвящен целый ряд работ, начиная от теории зондовых измерений до изучения зарядки пылевых частиц в плазме. Поскольку все же данный предел достаточно экзотичен для современного состояния экспериментальных исследований пылевой плазмы, ограничимся ссылкой на некоторые из этих работ [46, 53–55].

Другие механизмы зарядки. Поглощение электронов и ионов плазмы не является единственным механизмом зарядки пылевых частиц. В частности, электроны могут эмитироваться с поверхности пылевой частицы благодаря процессам термоэлектронной, фотоэлектронной и вторичной электронной эмиссии. Особенно важны эти процессы для зарядки частиц конденсированной дисперсной фазы в рабочих средах МГД-генераторов и ракетных двигателей [28–31], в верхних слоях атмосферы [56], в космосе [4, 5, 57]. Эмиссия электронов увеличивает заряд частицы, и, при определенных условиях он может оказаться положительным, в отличие от ситуации, рассмотренной выше. Более того, благодаря эмиссионным процессам, оказывается принципиально возможным существование двухкомпонентной системы пылевых частиц и эмитированных ими электронов. В данном случае равновесный потенциал (заряд) пылевой частицы определяется балансом между поглощением электронов на ее поверхности и термоэмиссионным током с поверхности частицы, а условие квазинейтральности имеет вид

$$Z_{\mathrm{d}} n_{\mathrm{d}} = n_{\mathrm{e}}. \tag{11.26}$$

Такая система служит простейшей моделью для исследования различных процессов, связанных с эмиссионной зарядкой пылевых частиц [28, 29, 58]. Рассмотрим кратко каждый из перечисленных эмиссионных процессов.

Термоэлектронная эмиссия. Ток термоэлектронной эмиссии растет с увеличением температуры поверхности пылевой частицы

и зависит от знака ее заряда, поскольку для переноса электрона с поверхности необходимо не только «оторвать» электрон, но и совершить работу по его переносу в поле частицы от её поверхности в область квазинейтральной плазмы. Для равновесной плазмы, характеризуемой температурой T, принято использовать следующие выражения для потока термоэлектронов [30]:

$$I_{\text{th}} = \frac{(4\pi akT)^2 m_{\text{e}}}{h^3} \exp\left(-\frac{W}{kT}\right) \begin{cases} 1, & \varphi_{\text{s}} < 0 \\ \left(1 + \dfrac{e\varphi_{\text{s}}}{kT}\right) \exp(-e\varphi_{\text{s}}/kT), & \varphi_{\text{s}} > 0. \end{cases} \tag{11.27}$$

Значения работы выхода термоэлектронов W для различных материалов, металлов и полупроводников, обычно лежат в пределах от 2 до 5 эВ. В случае диэлектрических частиц, в которых свободные электроны появляются за счет ионизации, термоэмиссия не играет существенной роли, так как обычно частицы плавятся еще до того как эмиссия даст заметный вклад в поток электронов. В случае частиц с отрицательным зарядом, электрическое поле направлено так, что оно ускоряет электроны от поверхности пылевой частицы. В этом случае следует ожидать некоторого увеличения эмиссионного тока за счет снижения работы выхода под действием поля (эффект Шоттки). Как обычно, равновесный заряд частицы Z_{d} может быть найден из условия равенства нулю суммарного потока заряженных частиц плазмы на ее поверхность.

Фотоэлектронная эмиссия. Пылевые частицы могут приобретать положительный заряд за счет эффекта фотоэмиссии при облучении частиц в буферном газе потоком фотонов с энергией, превосходящей работу выхода фотоэлектрона с их поверхности [59, 60]. Характерная величина работы выхода фотоэлектрона для большинства веществ не превышает 6 эВ, поэтому фотоны с энергией $\leqslant$ $\leqslant$ 12 эВ могут зарядить частицы, не ионизируя при этом буферный газ. При определенных условиях (размерах и концентрации частиц, длине волны и интенсивности УФ-излучения, работе выхода фотоэлектрона) в такой системе могут возникать упорядоченные структуры. Поток эмитированных электронов зависит от свойств источника излучения, материала частиц, а также знака их заряда следующим образом [42, 61]:

$$I_{\text{pe}} = 4\pi a^2 Y J \begin{cases} 1, & \varphi_s < 0 \\ \exp\left(-e\varphi_{\text{s}}/kT_{\text{pe}}\right), & \varphi_{\text{s}} > 0, \end{cases} \tag{11.28}$$

где J — плотность потока фотонов, Y — квантовый выход материала пылевых частиц. Предполагается также, что излучение изотропно, эффективность поглощения излучения близка к единице (что справедливо, если размер частицы превышает длину волны излучения),

и фотоэлектроны имеют максвелловское распределение по скоростям с температурой T_{pe} (которая в большинстве случаев находится в диапазоне от 1 до 2 эВ). Следует отметить, что величина квантового выхода сильно зависит как от материала частиц, так и от направления падающего излучения. Квантовый выход очень мал в припороговой области, а в наиболее интересной области вакуумного ультрафиолета может составлять один электрон на несколько квантов излучения. Поэтому фотоэмиссионная зарядка пылевых частиц особенно важна в космосе.

Вторичная электронная эмиссия. Поток вторичных (эмитированных) электронов I_{se} связан с потоком первичных I_{e} посредством коэффициента вторичной электронной эмиссии δ: $I_{\mathrm{se}} = \delta I_{\mathrm{e}}$, который определяет число выбитых электронов на один падающий. Коэффициент δ зависит как от энергии первичных электронов E, так и от материала пылевой частицы. Зависимость $\delta(E)$ оказывается почти универсальной для различных материалов, если нормировать δ на δ_{m} — максимальный выход электронов, а E на E_{m} — энергию, при которой этот максимум достигается. Соответствующие выражения приведены, например, в работах [5, 42] для случая моноэнергетичных электронов. Величины параметров δ_{m} и E_{m}, представленные в [5] для некоторых материалов, лежат в следующих пределах: $\delta_{\mathrm{m}} \sim$ 1–4, $E_{\mathrm{m}} \sim$ (0,2–0,4) кэВ. Для случая максвелловского распределения электронов по скоростям выражения для δ приведены, например, в работе [42]. Отметим также, что число вторичных электронов способных достигнуть и покинуть поверхность вещества, в котором они образовались, уменьшается экспоненциально с удалением от поверхности. Это означает, что выход вторичных электронов связан в основном с тонким приповерхностным слоем.

Кинетика зарядки пылевых частиц в плазме определяется уравнением

$$\frac{dZ_{\mathrm{d}}}{dt} = \sum_j I_j, \tag{11.29}$$

где суммирование производится по всем потокам заряженных частиц I_j, поглощаемых либо эмитируемых пылевой частицей (с соответствующим знаком). Стационарный заряд пылевых частиц определяется условием $dZ_{\mathrm{d}}/dt = 0$. Рассмотрим зарядку пылевой частицы в отсутствии эмиссионных процессов. Для этого воспользуемся стандартными уравнениями для потоков электронов и ионов на поверхность отрицательно заряженной уединенной сферической частицы в приближении ограниченного орбитального движения (уравнения (11.7) и (11.8)). Вводя безразмерное время $t^* \to \frac{\omega_{\mathrm{pi}}}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{a}{\lambda_{\mathrm{Di}}}\right) t$, где $\lambda_{\mathrm{Di}} = \sqrt{\frac{kT_{\mathrm{i}}}{4\pi e^2 n_{\mathrm{i}}}}$ обозначает радиус Дебая для ионов, а $\omega_{\mathrm{pi}} = v_{T\mathrm{i}}/\lambda_{\mathrm{Di}}$ —

ионную плазменную частоту, получаем вместо (11.29) следующее уравнение:

$$\frac{dz}{dt^*} = \frac{1}{\sqrt{\mu\tau}}\left[\exp(-z) - \left(\frac{\mu}{\tau}\right)^{1/2}(1+\tau z)\right]. \qquad (11.30)$$

Совместно с начальным условием $z(t^*=0)=0$ это уравнение позволяет, в принципе, определить как стационарный заряд $z = z(\tau,\mu)$ при $t^* \to \infty$, так и характерное время зарядки $t^*_{\mathrm{ch}}(\tau,\mu)$ из незаряженного состояния. Отметим, что условие стационарности заряда $dZ_{\mathrm{d}}/dt^* = 0$ совпадает с уравнением (11.11) при $n_{\mathrm{e}} = n_{\mathrm{i}}$. На рис. 11.7 представлено решение уравнения (11.30) с начальным условием $z(t^*=0)=0$ для плазмы аргона и $\tau = 50$.

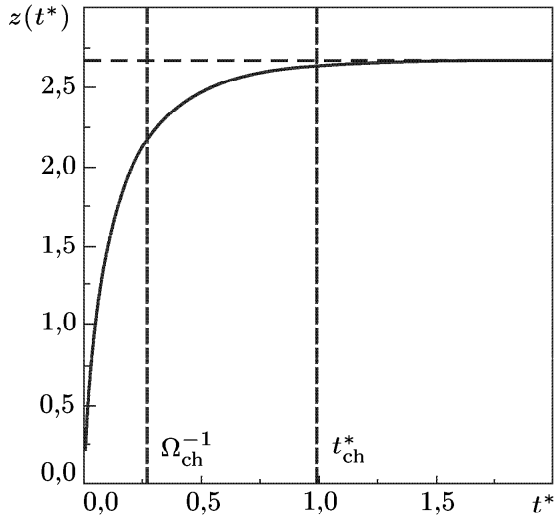


Рис. 11.7. Зависимость абсолютной величины безразмерного заряда сферической пылевой частицы, $z = |Z_{\mathrm{d}}|\,e^2/akT_{\mathrm{e}}$, от безразмерного времени $t^* = \dfrac{\omega_{pi}}{\sqrt{2\pi}}\left(\dfrac{a}{\lambda_{\mathrm{D_i}}}\right)t$ для плазмы аргона с $\tau = T_{\mathrm{e}}/T_{\mathrm{i}} = 50$. Первоначально частица не заряжена. Горизонтальная пунктирная линия соответствует установившемуся заряду. Вертикальные пунктирные линии указывают две возможности определения характерного времени зарядки (см. текст)

Характерное время зарядки можно, например, определить как $t^*_{\mathrm{ch}} = |Z_{\mathrm{d}}|/I_0$, где $I_0 = I_{\mathrm{e0}} = I_{\mathrm{i0}}$ — поток электронов и ионов в стационарном состоянии. Однако, полезно ввести следующее определение, которым мы ниже будем часто пользоваться при описании разнообразных процессов в пылевой плазме. Определим частоту (обратное время) зарядки как частоту релаксации малых возмущений заряда к стационарному значению:

$$\Omega_{\mathrm{ch}} = dI/dZ_{\mathrm{d}}|_{Z_{\mathrm{d0}}}\,, \qquad (11.31)$$

где значение производной вычисляется для стационарного заряда. В рассматриваемом случае, используя (11.7) и (11.8), получаем следующее выражение для Ω_{ch}:

$$\Omega_{\mathrm{ch}} = I_0 \frac{e^2}{akT_{\mathrm{e}}} \frac{1+\tau+z\tau}{1+z\tau}. \tag{11.32}$$

Величины $\Omega_{\mathrm{ch}}^{-1}$ и t_{ch}^{*} указаны вертикальными пунктирными линиями на рис. 11.7.

Случаи термоэмиссионной и фотоэмиссионной зарядки в рамках простейшей системы, состоящей из пылевых частиц и эмитированных ими электронов, рассмотрены в работах [58, 62].

Отметим, что зарядка пылевых частиц является, как правило, достаточно быстрым процессом, происходящим с характерным временным масштабом $t_{\mathrm{ch}}^{-1} \sim \omega_{\mathrm{pi}}\,(a/\lambda_{\mathrm{Di}})$. Поэтому реальное время достижения зарядом стационарного значения может определяться другими процессами, происходящими в системе. Например при инжекции частиц в область горячей плазмы, где значительную роль играет термоэмиссионный механизм зарядки, время зарядки может, в принципе, определяться временем разогрева поверхности частицы до температуры окружающей плазмы.

Зарядовый состав пылевой плазмы. Появление пылевых частиц в плазме зачастую приводит к значительному изменению ее зарядового состава. Дело в том, что пылевые частицы являются центрами ионизации/рекомбинации для электронов и ионов плазмы. Так, частицы, эмитируя электроны и заряжаясь положительно, могут повысить концентрацию электронов в плазме. Наоборот, если пылевые частицы поглощают электроны из плазмы, они заряжаются отрицательно и уменьшают число свободных электронов. Условие квазинейтральности для пылевой плазмы выражается уравнением (11.15). Оно позволяет сформулировать условие, при котором наличие пылевого компонента радикально влияет на зарядовый состав плазмы. Таким условием является неравенство $|Z_{\mathrm{d}}|\, n_{\mathrm{d}}/n_{\mathrm{e}} = P \geqslant 1$. В отсутствие эмиссионных процессов, электроны и ионы рекомбинируют на частицах. При этом частота гибели определяется выражением

$$\nu_{I_{\mathrm{e(i)}}} = I_{\mathrm{e(i)}} n_{\mathrm{d}}/n_{\mathrm{e(i)}}, \tag{11.33}$$

где $I_{\mathrm{e(i)}}$ — поток поглощаемых поверхностью пылевой частицы электронов (ионов). При значительных концентрациях пылевых частиц, частота гибели электронов и ионов на последних может оказаться больше частоты рекомбинации в отсутствии пылевых частиц (объемной рекомбинации либо гибели на стенках разрядной камеры). Тем самым изменятся условия существования плазмы, поскольку увеличение частоты рекомбинации должно быть компенсировано увеличением

степени ионизации [63]. При наличии эмиссии электронов с поверхности частиц, последние являются также центрами ионизации. Вклад частиц в ионизацию будет характеризоваться частотой $\nu_{I_{e(i)}}$, равной потоку эмитированных электронов (ионов). В предельном случае эмитирующие частицы, появляясь в неионизованном газе, целиком определяют зарядовый состав системы, являясь как «источником», так и «стоком» электронов. Двухкомпонентная система пылевых частиц и эмитированных ими электронов характеризуется при этом условием квазинейтральности (11.26).

Флуктуации заряда пылевых частиц. Уравнения для потоков электронов и ионов (11.7)–(11.8), (11.27), (11.28), а также уравнение кинетики зарядки (11.29), предполагают непрерывность и, тем самым, игнорируют дискретность зарядов электронов и ионов. Другими словами, заряд пылевой частицы представляется переменной, меняющейся непрерывно, а не дискретными значениями. В действительности электроны и ионы поглощаются поверхностью пылевой частицы в случайные моменты времени и случайными сериями. Как следствие, заряд частицы может флуктуировать случайным образом около своего равновесного значения.

Вопрос об описании малых флуктуаций заряда уединенной пылевой частицы около своего равновесного значения за счет дискретности зарядки рассмотрен в работах [58, 64–68]. В основном изучен процесс флуктуаций в газоразрядной плазме, в рамках приближения OML, хотя в работе [58] рассмотрены и другие механизмы зарядки (включая термо- и фотоэмиссионную зарядку пылевых частиц). В основном результаты этих исследований могут быть сформулированы следующим образом: флуктуации заряда могут быть описаны как стационарный, гауссов, марковский процесс (или процесс Орнштейна–Уленбека [69]). Этот процесс был первоначально предложен для описания поведения скорости броуновской частицы. В рассматриваемом случае он описывает поведение отклонения заряда пылевой частицы от своего среднего значения: $Z_1(t) = Z_d(t) - Z_0$, где $Z_0 = \langle Z_d(t) \rangle$ обозначает средний заряд частиц, определяемый условием (11.9). Сформулируем основные свойства флуктуаций заряда.

1. Среднее значение флуктуаций равно нулю:

$$\langle Z_1(t) \rangle = 0. \tag{11.34}$$

2. Временная автокорреляционная функция флуктуаций экспоненциально затухает:

$$\langle Z_1(t)\, Z_1(t') \rangle = \langle Z_1^2 \rangle \exp\left(-\Omega_{ch} |t - t'|\right), \tag{11.35}$$

где частота Ω_{ch} определена уравнением (11.31).

3. Среднеквадратичная флуктуация заряда частицы, как и для многих случайных процессов, пропорциональна ее среднему заряду:

$$\left\langle Z_1^2 \right\rangle = \gamma \left| Z_0 \right| . \tag{11.36}$$

Аналитическое выражение для γ при различных механизмах зарядки приведены в [58]. В рамках приближения OML

$$\gamma = \left[\frac{1 + z\tau}{z\left(1 + \tau + z\tau\right)} \right] , \tag{11.37}$$

что для типичных параметров газоразрядной плазмы и зарядки ($\tau \sim 10^2$, $z \sim 3$) дает $\gamma \sim 0{,}3$.

4. Процесс, определяемый как $Y\left(t\right) = \int\limits_0^t Z_1\left(x\right) dx$ при $t \geqslant 0$, является гауссовым, но нестационарным и немарковским. С помощью (11.35) можно получить

$$\left\langle Y\left(t\right)^2 \right\rangle = \frac{2\left\langle Z_1^2 \right\rangle}{\Omega_{\text{ch}}^2} \left[\Omega_{\text{ch}} t + \exp(-\Omega_{\text{ch}} t) - 1 \right] . \tag{11.38}$$

Этих свойств, как правило, достаточно для исследования влияния флуктуаций заряда на динамические процессы в пылевой плазме. В частности, можно отметить следующие работы: приобретение кинетической энергии пылевыми частицами во внешнем электрическом поле за счет флуктуаций заряда исследовалось в [68, 70–72]; неустойчивости колебаний пылевых частиц посвящены работы [73, 74]; диффузия пылевых частиц поперек магнитного поля за счет флуктуаций заряда в применении к астрофизической плазме рассмотрена в [75].

Экспериментальное определение заряда пылевых частиц. В данном разделе в основном были рассмотрены теоретические представления о зарядке пылевых частиц в плазме. Экспериментальное определение их заряда имеет первостепенное значение, особенно в тех случаях, когда параметры самой плазмы не известны или не могут быть определены с достаточной точностью. Здесь мы кратко обсудим некоторые оригинальные экспериментальные работы, посвященные зарядке пылевых частиц в различных условиях. В работе [76] экспериментально исследовалась зарядка частиц из различного материала, размером 30–120 мкм, тепловыми и моноэнергетичными надтепловыми электронами. В условиях когда зарядка определялась надтепловыми электронами, в согласии с теоретическими моделями, частицы заряжались до потенциала пропорционального энергии электронов, а их заряд был пропорционален радиусу частиц. Это продолжалось до тех пор, пока энергия электронов не достигала порогового значения (различного для

частиц из разных материалов), начиная с которого становилась важной вторичная электронная эмиссия, в результате которой потенциал и заряд частиц резко падали по абсолютной величине. В работе [77] исследовалась фотоэлектронная зарядка пылевых частиц размером ~ 100 мкм. Проводящие частицы приобретали положительный плавающий потенциал и заряд, линейно растущие с уменьшением работы выхода электронов. Поведение пылевых частиц, зарядка которых достигалась облучением солнечным излучением в условиях невесомости на космическом комплексе Мир, было исследовано в [78–80]. В соответствии с выполненным в [78] анализом динамики частиц после УФ облучения частицы, средний радиус которых был около 37,5 мкм, приобретали заряд порядка $10^4\ e$. В работе [81] были проведены зондовые измерения влияния концентрации пыли на концентрацию плазмы и заряд частиц. В соответствии с предсказаниями теории, было обнаружено существенное уменьшение заряда частиц с увеличением концентрации пыли. Измерению заряда пылевых частиц в разряде постоянного тока посвящена работа [82]. Исследовались апериодические колебания уединенных частиц, возбуждаемые сфокусированным лазерным облучением. Была обнаружена нелинейная зависимость заряда частиц от их размера. Другие методы определения заряда частиц, основанные на анализе их столкновений и колебаний, рассмотрены в пп. 11.2.4 и 11.4.1, соответственно.

11.2.2. Электростатический потенциал вокруг пылевой частицы. Распределение электростатического потенциала $\varphi(r)$ в изотропной плазме вокруг уединенной сферической частицы заряда Z_d удовлетворяет уравнению Пуассона,

$$\Delta\varphi = 4\pi e\left[n_\mathrm{e}(r) - n_\mathrm{i}(r)\right], \tag{11.39}$$

с граничными условиями $\varphi(\infty) = 0$ и $\varphi(a) = \varphi_\mathrm{s}$. Здесь $n_{\mathrm{e(i)}}(r)$ — распределения концентраций электронов и ионов, а φ_s — потенциал поверхности частицы. Связь между потенциалом и зарядом частицы дается условием $\left.\dfrac{d\varphi}{dr}\right|_{r=a} = -\dfrac{Z_\mathrm{d}e}{a^2}$. В плазме с больцмановским распределением электронов и ионов, а также при условии $\left|\dfrac{e\varphi_\mathrm{s}}{kT_{\mathrm{e(i)}}}\right| < 1$, правую часть (11.39) можно линеаризовать и получить

$$\varphi(r) = \varphi_\mathrm{s}\frac{a}{r}\exp\left(-\frac{r-a}{\lambda_\mathrm{D}}\right), \tag{11.40}$$

где в рассматриваемом случае $\lambda_\mathrm{D}^{-2} = \lambda_\mathrm{De}^{-2} + \lambda_\mathrm{Di}^{-2}$. Поверхностный потенциал связан с зарядом выражением $\varphi_\mathrm{s} = Z_\mathrm{d}e/a\,(1 + a/\lambda_\mathrm{D})$. В случае $a \ll \lambda_\mathrm{D}$ для потенциала можно использовать выражение

$$\varphi(r) = \frac{Z_\mathrm{d}e}{r}\exp\left(-\frac{r}{\lambda_\mathrm{D}}\right). \tag{11.41}$$

Потенциал (11.41) представляет собой экранированный кулоновский потенциал, часто используемый для описания электростатического взаимодействия между частицами в пылевой плазме. В различных физических системах его называют потенциалом Дебая–Хюккеля или потенциалом Юкавы. Если условие малости потенциала по сравнению с температурой электронов и ионов не выполнено, то на достаточном расстоянии от частицы все равно можно пользоваться выражением типа (11.41), где, однако, поверхностный потенциал φ_s следует заменить на некоторый эффективный потенциал $\varphi_\mathrm{эф}$ (меньший поверхностного по абсолютной величине), который можно определить численно при известных параметрах плазмы [83, 84].

Равновесный случай, рассмотренный выше, достаточно редок для пылевой плазмы. Так, если приобретаемый заряд связан с поглощением и поверхностной рекомбинацией электронов и ионов плазмы, то поглощение последних происходит непрерывно, и для существования плазмы при наличии пыли необходимы постоянные источники ионизации, поддерживаемые подводом энергии в разряд. Таким образом система является открытой. При этом распределения электронов и ионов в окрестности частицы оказываются неравновесными (не больцмановскими): отсутствуют электронные и ионные потоки, направленные от поверхности пылевой частицы обратно в плазму. Как следствие, на расстояниях, превышающих дебаевский радиус, потенциал макрочастицы не экранируется экспоненциально в соответствии с (11.41), а имеет степенную асимптотику. Следуя работе [3], для вычисления электростатического потенциала вокруг пылевой частицы достаточно малого размера ($a \ll \lambda_\mathrm{D}$) в рамках OML-приближения представим функцию распределения ионов по скоростям в виде

$$f_i(\mathbf{v}) = \begin{cases} f_0(v), & \theta > \theta_* \\ 0, & \theta \leqslant \theta_*, \end{cases} \tag{11.42}$$

где $f_0(v)$ — максвелловская функция распределения, а θ — угол между векторами $\mathbf{v}$ и $\mathbf{r}$. Вследствие поглощения внутри телесного угла θ_* в пространстве скоростей ионы, движущиеся от частицы, отсутствуют. На больших расстояниях от частицы угол θ_* мал и может быть определен в рамках OML-приближения:

$$\sin^2\theta_* \cong \frac{a^2}{r^2}\left(1 + \frac{2e\,|\varphi_\mathrm{s}|}{m_\mathrm{i} v^2}\right). \tag{11.43}$$

Полагая $\varphi_\mathrm{s} \cong Z_\mathrm{d} e/a$, можно получить следующую асимптотику поведения электростатического потенциала в окрестности частицы (см. [3, 85, 86]):

$$\frac{e\varphi(r)}{kT_\mathrm{e}} \cong -\frac{1 + 2z\tau}{4(1+\tau)}\frac{a^2}{r^2}, \tag{11.44}$$

справедливую на достаточно больших расстояниях от частицы при выполнении условий $r \gg a\sqrt{z\tau}$ и $r > \lambda_D \ln(\lambda_D/a)$. Первое из них соответствует малости угла θ_*, а второе — малости энергии кулоновского взаимодействия (11.41) по сравнению с (11.44). Отметим, что зависимость $\varphi(r) \propto r^{-2}$ на больших расстояниях от поглощающего тела хорошо известна в теории электрических зондов (см. например [40, 85]). В неравновесной газоразрядной плазме обычно $\tau \gg 1$, а $z \sim 1$, так что (11.44) заметно упрощается:

$$\varphi(r) = \frac{Z_d e a}{2r^2}. \tag{11.45}$$

Отметим, что формулы (11.40), (11.41), (11.44) и (11.45) описывают распределение потенциала в окрестности уединенной частицы. Вопрос об электростатическом потенциале вблизи частиц в случае больших концентраций пыли требует дальнейшего исследования.

В некоторых работах электростатический потенциал вокруг сферических частиц в изотропной плазме был рассчитан численно путем самосогласованного решения уравнений Пуассона–Власова в бесстолкновительном режиме для электронов и ионов [63, 87]. Основные результаты можно сформулировать следующим образом: на не слишком больших расстояниях от поверхности частицы малого размера ($a \ll \lambda_D$) электростатический потенциал может быть аппроксимирован с хорошей точностью потенциалом типа (11.41) с длиной экранирования λ_L, близкой к дебаевскому ионному радиусу $\lambda_L \sim \lambda_D \sim \lambda_{Di}$; для частиц большего размера (11.41) остается в силе, но с длиной экранирования, растущей с размером частицы и достигающей (а иногда и превышающей) электронный дебаевский радиус λ_{De}. На еще больших расстояниях потенциал асимптотически стремится к зависимости r^{-2}.

Выше предполагалась изотропность плазмы. Часто, особенно в лабораторных экспериментах, ионы имеют направленную скорость по отношению к покоящимся пылевым частицам. Электростатический потенциал, создаваемый стационарной частицей определяется в общем случае как (см. [88])

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{Z_d e}{2\pi^2} \int d\mathbf{k} \frac{e^{i\mathbf{kr}}}{k_i k_j \varepsilon_{ij}(0, \mathbf{k})}, \tag{11.46}$$

где $\varepsilon_{ij}(0, \mathbf{k})$ — тензор диэлектрической проницаемости плазмы, а $\mathbf{k}$ — волновой вектор. Используя ту или иную модель для $k_i k_j \varepsilon_{ij}(0, \mathbf{k})$ можно, в принципе, получить распределение $\varphi(\mathbf{r})$ (которое в данном случае анизотропно) в различных предельных случаях. Этому посвящены работы [89–95]. Распределение потенциала может быть также рассчитано с помощью численного моделирования (см. например [94, 96–98]). Качественно имеет место следующее: в направлении, противоположном потоку ионов и перпендикулярном ему, потенциал имеет вид экранированного кулоновского потенциала; по направлению

ионного потока (в пределах определенного телесного угла) потенциал имеет периодический характер с затуханием. Как показано с помощью численного моделирования форма этого потенциала (в англоязычной литературе «wake potential») чувствительна к столкновениям ионов (ион-нейтральные столкновения) и к отношению температур электронов и ионов, контролирующему затухание Ландау [99]. В типичных ситуациях эти механизмы могут уменьшать «wake» до одной осцилляции, далее он оказывается размыт. Форма «wake»-потенциала зависит от числа Маха, $M = u/c_{\mathrm{i}}$, однако сам он возникает как в дозвуковом, так и в сверхзвуковом потоке ионов. Отметим в этой связи работу [97], где приведены примеры потенциала частицы в потоке ионов, рассчитанные численно для различных условий. Рассмотрение эффектов конечного размера частиц, а также асимметрии распределения заряда по ее поверхности можно найти в работах [100, 101].

11.2.3. Основные силы, действующие на пылевые частицы в плазме. Основные силы, действующие на пылевую частицу в плазме, делятся на силы, не связанные с наличием у нее электрического заряда (гравитационная сила, сила торможения нейтралами, термофоретическая сила), и на силы, связанные с наличием у частицы электрического заряда (электростатическая сила и сила увлечения ионами). Ниже приведены выражения для этих сил для сферической частицы радиуса a и заряда Z_{d}.

Гравитационная сила. Величина гравитационной силы (силы тяжести) определяется выражением

$$F_g = m_{\mathrm{d}} g, \tag{11.47}$$

где g — ускорение свободного падения. Гравитационная сила пропорциональна объему частицы, $F_g \sim a^3$.

Сила трения со стороны нейтралов. На движущуюся частицу действует сила сопротивления со стороны окружающей среды. В случае слабоионизованной плазмы основной вклад в силу сопротивления дает нейтральная компонента. Поскольку скорость пылевых частиц, как правило, значительно меньше тепловой скорости нейтральных атомов или молекул, сила сопротивления оказывается пропорциональной скорости частиц. При этом следует различать два режима, определяемых значением числа Кнудсена: $Kn = l_{\mathrm{n}}/a$ — отношение длины свободного пробега атомов или молекул нейтрального газа к характерному размеру частиц. Режим с $Kn \ll 1$ принято называть гидродинамическим. В этом пределе сила сопротивления выражается формулой Стокса [102]:

$$F_{\mathrm{n}} = -6\pi\eta a u, \tag{11.48}$$

где η — вязкость нейтрального газа, а u — скорость движения частицы относительно газа. Знак минус означает, что сила действует в направлении, противоположном вектору относительной скорости. В обратном предельном случае, $Kn \gg 1$, который часто называют свободномолекулярным режимом, и при достаточно малых относительных скоростях частиц ($u \ll v_{T_n}$) сила сопротивления может быть записана в виде [103, 104]

$$F_n = -\frac{8\sqrt{2\pi}}{3}\gamma a^2 n_n k T_n \frac{u}{v_{T_n}}, \tag{11.49}$$

где n_n и T_n — концентрация и температура нейтралов, а γ — коэффициент порядка единицы, определяемый особенностями взаимодействия нейтралов с поверхностью частицы. Так, например, $\gamma = 1$ для случая полного поглощения или зеркального отражения нейтралов от поверхности частицы при столкновении, и $\gamma = 1 + \pi/8$ для случая полной аккомодации. В случае больших скоростей ($u \gg v_{T_n}$) сила сопротивления пропорциональна квадрату относительной скорости (см. например [105, 106])

$$F_n = -\pi a^2 n_n m_n u^2, \tag{11.50}$$

где m_n — масса нейтралов. Следует отметить, что приведенные выражения изначально были получены для случая незаряженных частиц, находящихся в нейтральном газе. Тем самым, не учитывалось поляризационное взаимодействие, связанное с наличием неоднородного электрического поля в окрестности пылевой частицы. Однако радиус поляризационного взаимодействия существенно меньше размера пылевых частиц, так что в большинстве случаев поправки пренебрежимо малы.

Обычно в пылевой плазме реализуются условия, при которых следует использовать выражение (11.49). Отметим, что часто силу торможения удобно представить в виде $F_n = -m_d \nu_{dn} u$. Частота ν_{dn} определяет при этом характерную частоту столкновений пылевых частиц с нейтральными.

Термофоретическая сила. Если в нейтральном газе имеется градиент температуры, то на пылевую частицу будет действовать сила, направленная в обратном градиенту направлении (то есть в сторону меньших температур). Это связано с тем, что передача импульса больше от нейтралов, приходящих со стороны более высоких температур. В случае полной аккомодации выражение для этой силы, носящей название термофоретической, имеет вид [107]

$$F_{th} = -\frac{4\sqrt{2\pi}}{15}\frac{a^2}{v_{T_n}}\kappa_n k \nabla T_n, \tag{11.51}$$

где κ_n — коэффициент теплопроводности газа. Простейшая оценка коэффициента теплопроводности [56] дает $\kappa_n \cong C\bar{v}/\sigma_{tr}$, C — коэффициент порядка единицы ($C = 5/6$ для атомов, $C = 7/6$ для двухатомных молекул с невозбужденными колебательными состояниями и $C = 9/6$ для двухатомных молекул с возбужденными колебательными степенями свободы), $\bar{v} = \sqrt{8kT_n/\pi m_d}$, а σ_{tr} — транспортное сечение рассеяния для атомов или молекул газа. Подставляя в (11.51) $C = 5/6$ для атомарного газа получим

$$F_{th} \cong -\frac{16}{9}\frac{a^2}{\sigma_{tr}} k\nabla T_n. \tag{11.52}$$

Эта оценка показывает, что термофоретическая сила зависит от радиуса частицы, рода газа (через σ_{tr}) и градиента температуры, но не зависит от давления газа и его температуры. Для частиц радиусом ~ 1 мкм и плотностью ~ 1 г$\cdot$см$^{-3}$ в плазме аргона термофоретическая сила сопоставима с силой тяжести при температурных градиентах $\nabla T_n \sim 10$ К $\cdot$ см$^{-1}$. Отметим, что выражение (11.51) получено для случая неограниченной системы. В случае, когда пылевая частица находится вблизи электрода (либо стенки разрядной камеры), следует учитывать поправки, связанные с аккомодацией нейтралов при столкновениях со стенкой, что приводит к некоторому изменению числового коэффициента в (11.51) [108]. Экспериментальному исследованию влияния термофорстичсской силы на повсдснис системы пылсвых частиц в газоразрядной плазме посвящены работы [109–111]. Было показано, что термофоретическая сила может быть использована для левитации частиц и управляемого воздействия на упорядоченные пылевые структуры в объсмс квазинсйтральной плазмы.

Электростатическая сила. Ilри наличии в плазме электрического поля с напряженностью E на заряженную проводящую частицу действует сила [112]

$$\mathbf{F}_e = Z_d e\mathbf{E}\left[1 + \frac{(a/\lambda_D)^2}{3\,(1 + a/\lambda_D)}\right]. \tag{11.53}$$

Можно ввести эффективную напряженность

$$\mathbf{E}_{эф} = \mathbf{E}\Big[1 + \frac{(a/\lambda_D)^2}{3\,(1 + a/\lambda_D)}\Big],$$

тогда $\mathbf{F}_e = Z_d e\mathbf{E}_{эф}$. Большая величина $E_{эф}$ по сравнению с E связана с поляризацией плазмы в окрестности пылевой частицы, индуцированной внешним электрическим полем. Поляризация плазмы приводит также к появлению у пылевой частицы дипольного момента $\mathbf{p} = a^3\mathbf{E}_{эф}$, направленного по направлению поля. Если внешнее поле

неоднородно, то на такой диполь будет действовать сила

$$\mathbf{F}_{\mathrm{dp}} = (\mathbf{p}\nabla)\,\mathbf{E}. \tag{11.54}$$

Для пылевой плазмы характерны условия, при которых $a \ll \lambda_{\mathrm{D}}$, так что электрическая сила задается выражением $\mathbf{F}_{\mathrm{e}} \approx Z_{\mathrm{d}} e\mathbf{E}$, а дипольный момент $\mathbf{p} \approx a^3\mathbf{E}$, как и для проводящей сферы в вакууме. В силу малости дипольного момента, практически всегда можно пренебречь дипольной силой $\mathbf{F}_{\mathrm{dp}}$, по сравнению с $\mathbf{F}_{\mathrm{e}}$. Отметим также работы, посвященные вычислению электростатической силы в неоднородной плазме и в присутствии ионного потока [113, 114]. В них показано, что возникает дополнительная составляющая силы, пропорциональная градиенту плотности зарядов плазмы или градиенту соответствующей длины Дебая (зависящей от скорости ионного потока) и направленная в сторону уменьшения длины Дебая. В типичных для пылевой плазмы условиях, $a \ll \lambda_{\mathrm{D}}$, она приблизительно в a/λ_{D} раз меньше силы F_{e}.

Сила ионного увлечения. При наличии средней относительной скорости между ионами (электронами) и пылевой частицей возникает сила, связанная с передачей импульса от плазменных частиц пылевой. В силу большей массы ионов эффект, связанный с ними, как правило, преобладает. Относительное движение ионов и пылевых частиц может быть связано как с наличием электрического поля, так и с (тепловым) движением пылевых частиц относительно в среднем покоящегося газа ионов. Рассматриваемую силу принято называть силой ионного увлечения («ion drag force» в англоязычной литературе). Она связана с двумя процессами: передачей импульса при неупругих столкновениях (поглощение ионов пылевой частицей) и передачей импульса в упругих столкновениях (рассеяние ионов в электрическом поле частицы).

Еще до начала активных исследований пылевой плазмы в лабораторных условиях было осознано, что сила ионного увлечения может играть существенную роль в самых различных процессах [115–117]. В настоящее время считается установленным, что ионное увлечение существенно влияет (или даже определяет) на расположение и конфигурацию пылевых структур в лабораторных плазменных установках [117], ответственно за вращение пылевых структур (кластеров) в присутствии магнитного поля [118–120], влияет на дисперсию низкочастотных волн в пылевой плазме [121], инициирует образование войда (от англ. «void» — полость) — пространства, свободного от пылевых частиц в центральной области ВЧ разряда в экспериментах в условиях микрогравитации [122–125]. Все это указывает на то, что оценки величины этой силы и ее зависимости от параметров пылевой плазмы достаточно важны. Однако, самосогласованная модель, описывающая все возможные ситуации, пока не разработана. Это связано со сложностью учета эффекта ион–нейтральных столкновений в окрестности пылевой частицы, влияния соседних пылевых частиц, с необходимостью

знания точного распределения потенциала в ее окрестности и с другими проблемами, которые нельзя отнести к полностью решенным. Скорее существуют подходы, позволяющие описать некоторые частные предельные случаи. Далее мы кратко рассмотрим такие подходы.

В настоящее время результаты имеются только для случая бесстолкновительных ионов, $l_{\mathrm{i}} \gg r_{\mathrm{int}}$, и изолированной пылевой частицы, $\Delta \gg r_{\mathrm{int}}$, где r_{int} обозначает характерный радиус взаимодействия иона с пылевой частицей, а Δ характеризует среднее расстояние между пылевыми частицами. Этот случай мы и рассмотрим ниже. В общем виде сила ионного увлечения может быть записана в виде (см. например [103])

$$\mathbf{F}_{\mathrm{I}} = m_{\mathrm{i}} n_{\mathrm{i}} \int \mathbf{v} f_{\mathrm{i}}(\mathbf{v}) \sigma_{\mathrm{i}}^{\mathrm{tr}}(v)\, v d\mathbf{v}, \tag{11.55}$$

где $f_{\mathrm{i}}(\mathbf{v})$ — функция распределения ионов по скоростям, а $\sigma_{\mathrm{i}}^{\mathrm{tr}}(v)$ — транспортное сечение (сечение передачи импульса) для столкновений ионов с пылевой частицей. В качестве функции распределения ионов по скоростям в слабоанизотропной плазме в большинстве случаев следует использовать сдвинутое максвелловское распределение (11.12). В случае дотепловых скоростей функцию распределения можно разложить как

$$f_{\mathrm{i}}(\mathbf{v}) = f_{\mathrm{i}0}(v)\left[1 + \mathbf{u}\mathbf{v}/v_{T_{\mathrm{i}}}^2\right], \tag{11.56}$$

где u обозначает относительную скорость между ионами и пылевой частицей ($u < v_{T_{\mathrm{i}}}$), а $f_{\mathrm{i}0}(v)$ — изотропная максвелловская функция для ионов (11.5). Таким образом, для расчета силы необходимо определить сечение передачи импульса при столкновениях ионов с пылевой частицей $\sigma_{\mathrm{i}}^{\mathrm{tr}}(v)$. Рассмотрим сначала случай точечной частицы.

В случае точечной частицы транспортное сечение определяется как [126]

$$\sigma_{\mathrm{i}}^{\mathrm{tr}}(v) = \int_0^\infty [1 - \cos\chi(\rho, v)]\, 2\pi\rho\, d\rho. \tag{11.57}$$

Здесь ρ — прицельный параметр, $\chi(\rho, v) = |\pi - 2\varphi_0(\rho, v)|$ — угол рассеяния, где

$$\varphi_0 = \int_{r_0}^\infty \frac{\rho\, dr}{r^2\sqrt{1 - U_{\mathrm{эф}}(r, \rho, v)}}, \tag{11.58}$$

а эффективный потенциал $U_{\mathrm{эф}}$ определяется выражением (11.18). Транспортное сечение для столкновений ионов с массивной точечной частицей заряда Z_{d} может быть получено двумя способами: самосогласованным расчетом распределения потенциала в окрестности малой частицы ($a \ll \lambda_{\mathrm{D}}$) и последующим интегрированием выражений

(11.57)–(11.58), либо заданием потенциала взаимодействия $U(r)$ *apriori* с последующим интегрированием тех же выражений.

Результаты различных расчетов транспортного сечения представлены на рис. 11.8. Зависимость сечения от скорости удобно выразить через безразмерный параметр рассеяния β, введенный в п. 11.2.1. В рассматриваемом случае его можно представить в виде $\beta(v) = \dfrac{|Z_\mathrm{d}|\,e^2}{m_\mathrm{i} v^2 \lambda_\mathrm{D}}$ (здесь v обозначает относительную скорость, по которой затем проводится усреднение). Самосогласованное определение сечения с предварительным численным расчетом распределения потенциала в окрестности пылевой частицы приведено в работе [49]. Численный расчет сечения для притягивающего кулоновского экранированного потенциала взаимодействия произведен в работах [48, 127]. Как видно из рис. 11.8 эти численные результаты находятся в хорошем согласии друг с другом. Это связано с тем, что как показано в [87], в случае $a \ll \lambda_\mathrm{D}$ рассчитанный потенциал с хорошей точностью аппроксимируется кулоновским экранированным потенциалом вплоть до расстояний от поверхности частицы, существенно превышающих длину экранирования.

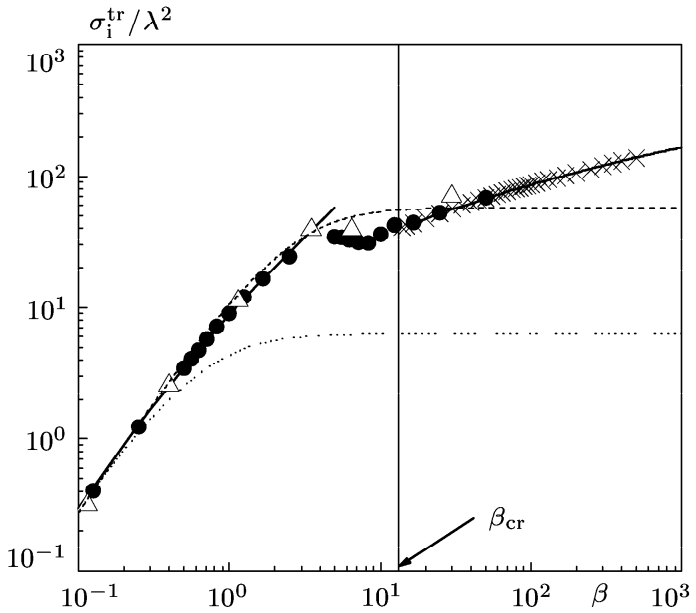


Рис. 11.8. Зависимость транспортного сечения рассеяния ионов на точечной частице $\sigma_\mathrm{i}^\mathrm{tr}$, нормированного на квадрат длины экранирования λ_D^2, как функция параметра рассеяния β. Результаты численных расчетов обозначены символами: (•) [127]; (Δ) [49], (×) [48]. Пунктир соответствует стандартной теории кулоновского рассеяния (11.59). Штрихованная линия — аппроксимация, предложенная в работе [49]. Аналитическим выражениям, предложенным в работах [125] ($\beta < 5$) и [48] ($\beta > \beta_\mathrm{cr}$), соответствуют сплошные линии. Сплошная вертикальная линия отмечает $\beta = \beta_\mathrm{cr} \simeq 13{,}2$

Стандартная теория кулоновских столкновений заряженных частиц в плазме дает следующее выражение для транспортного сечения:

$$\sigma_{\mathrm{i}}^{\mathrm{tr}}/\lambda_{\mathrm{D}}^2 = 4\pi\beta^2\Lambda_{\mathrm{C}}, \tag{11.59}$$

где $\Lambda_{\mathrm{C}} = \frac{1}{2}\ln\left(1+1/\beta^2\right)$ представляет собой кулоновский логарифм [103]. Из рис. 11.8 видно, что стандартная теория кулоновских столкновений существенно занижает транспортное сечение начиная с $\beta \sim 1$ (то есть для достаточно медленных ионов). Это неудивительно, поскольку рассматриваемый подход может быть обоснован только при $\beta \ll 1$. Действительно, в этом случае взаимодействие может быть условно названо «слабым» в том смысле, что его радиус — кулоновский радиус $r_{\mathrm{C}} = |Z_{\mathrm{d}}|\, e^2/mv^2$, мал по сравнению с длиной экранирования λ_{D}. Отношение вклада в передачу импульса за счет столкновений с $r_{\mathrm{C}} < \rho < \lambda_{\mathrm{D}}$ к вкладу за счет столкновений с $\rho < r_{\mathrm{C}}$ примерно равно величине кулоновского логарифма $\Lambda_{\mathrm{C}} \approx \ln(1/\beta) \gg 1$. Относительный вклад столкновений с $\rho > \lambda_{\mathrm{D}}$ мал ($\sim \Lambda_{\mathrm{C}}^{-1}$) в силу экспоненциального убывания потенциала [128]. Следовательно, передача импульса в основном связана с рассеянием в кулоновском потенциале (при $r \ll \lambda_{\mathrm{D}}$ экранировкой можно пренебречь) и с логарифмической точностью правильно определяет транспортное сечение для случая $\beta \ll 1$. Отметим также, что в основном рассеяние происходит на малые углы (рассеяние на большие углы происходит только при $\rho < r_{\mathrm{C}}$).

В обычной электронно-ионной плазме условие $\beta \ll 1$, как правило, выполнено с большим запасом (за исключением случая сильнонеидеальной плазмы, когда само представление о парных столкновениях теряет смысл). Так, например, для рассеяния электронов на ионах в случае слабой анизотропии ($u \ll v_{T_{\mathrm{e}}}$) можно сделать следующую оценку: $\beta\left(v_{T_{\mathrm{e}}}\right) = e^2/T_{\mathrm{e}}\lambda_{\mathrm{D}} \sim N_{\mathrm{D}}^{-1} \ll 1$, где N_{D} — число электронов в дебаевской сфере. Для столкновений ионов с пылевой частицей в силу ее большого заряда ($|Z_{\mathrm{d}}| \gg 1$) параметр рассеяния β не обязательно мал. Для типичных размеров частиц (~ 1 мкм) параметр рассеяния β оказывается ~ 10. В этом случае радиус взаимодействия может превышать длину экранирования, а основной вклад в сечение давать рассеяние на большие углы, т. е. теория кулоновского рассеяния становится неприменимой (см. рис. 11.8). Следовательно и расчеты силы ионного увлечения, использующие выражение (11.59) [106, 116, 117, 115] не всегда справедливы.

В работе [49], основываясь на результатах численного расчета, а также учитывая функциональную форму (11.59), было предложено следующее аналитическое выражение:

$$\sigma_{\mathrm{i}}^{\mathrm{tr}}/\lambda_{\mathrm{D}}^2 = C_1\beta^2\ln\left(1+C_2/\beta^2\right), \tag{11.60}$$

с константами $C_1 \cong 3{,}748$ и $C_2 \cong 15{,}33$, определенными аппроксимацией результатов расчета. Согласно рис. 11.8 эта аппроксимация

существенно ближе к численным результатам, по сравнению со стандартным подходом (11.59). Однако она не имеет физического основания и, как следствие, имеет неправильное асимптотическое поведение в области достаточно больших β ($\beta > 10$).

Более последовательный вывод аналитических выражений для транспортного сечения для случая притягивающего кулоновского экранированного потенциала произведен в работах [48, 125]. Необходимо, прежде всего, отметить, что при переходе через $\beta = \beta_{\rm cr} \cong 13{,}2$ происходит качественное изменение поведения траекторий ионов в окрестности пылевой частицы. Это связано с возникновением потенциального барьера для ионов, движущихся к частице, что уже обсуждалось в п. 11.2.1. Поэтому, для описания рассеяния при $\beta < \beta_{\rm cr}$ и $\beta > \beta_{\rm cr}$ требуются различные физические подходы.

Случай $\beta < \beta_{\rm cr}$ рассмотрен в работе [125]. В ней показано, что при расчете сечения следует учитывать вклад ионов с $\rho > \lambda_{\rm D}$, которые, несмотря на большой прицельный параметр, могут приближаться к пылевой частице на расстояние, существенно меньшее длины экранирования, и иметь большие углы рассеяния. Учет ионов с $\rho > \lambda_{\rm D}$, но приближающихся к поверхности ближе, чем длина экранирования ($r_0 \leqslant \lambda_{\rm D}$), приводит к модификации стандартного кулоновского логарифма:

$$\tilde{\Lambda}_{\rm C} = \ln\left(\frac{1+\beta}{\beta + a/\lambda_{\rm D}}\right). \tag{11.61}$$

Для точечной частицы $\tilde{\Lambda}_{\rm C} = \ln(1 + 1/\beta)$. Видно, что $\tilde{\Lambda}_{\rm C}$ совпадает с $\Lambda_{\rm C}$ при $\beta \ll 1$ (то есть данный подход переходит в стандартную теорию кулоновского рассеяния). Однако при $\beta \tilde{>} 1$ наблюдаются заметные отличия. Рисунок 11.8 показывает, что данный подход очень хорошо описывает результаты численных расчетов вплоть до $\beta \approx 5$.

Случай $\beta > \beta_{\rm cr}$ рассмотрен в работе [48]. В ней было получено следующее аналитическое выражение для сечения:

$$\sigma_{\rm i}^{\rm tr} = A\pi\rho_*^2(\beta) + B\lambda_{\rm D}^2\left(1 + 2\ln^{-1}\beta\right), \tag{11.62}$$

где $A \cong 0{,}81$, $B \cong 6{,}4$, а $\rho_*(\beta) \approx \lambda_{\rm D}(\ln\beta + 1 - 1/2\ln\beta)$. Выражение (11.62) хорошо описывает все численные результаты для $\beta > \beta_{\rm cr}$ (см. рис. 11.8).

Учтем теперь конечный размер пылевых частиц. В отличие от случая точечной частицы, когда рассеяние описывается единственным параметром β, здесь появляется второй параметр $a/\lambda_{\rm D}$. Физика передачи импульса изменяется следующим образом: часть ионов с $\rho < \rho_{\rm c}$ испытывает неупругие столкновения с частицей (поглощение); ионы с $\rho > \rho_{\rm c}$ рассеиваются в электрическом поле частицы. Таким образом, транспортное сечение оказывается суммой сечений поглощения и рассеяния, $\sigma_{\rm i}^{\rm tr} = \sigma_{\rm i}^{\rm c} + \sigma_{\rm i}^{\rm s}$. В предположении, что при столкновении ионы передают частице только свой начальный импульс (то

есть отвлекаясь от процессов, происходящих на поверхности частицы), поглощение формально соответствует углу рассеяния $\chi = \pi/2$. Тогда $\sigma_{\mathrm{i}}^{\mathrm{c}} = \int_0^{\rho_{\mathrm{c}}} 2\pi\rho\, d\rho = \pi\rho_{\mathrm{c}}^2$. Сечение рассеяния $\sigma_{\mathrm{i}}^{\mathrm{s}}$ определяется выражением (11.57) с заменой нижнего предела интегрирования на ρ_{c}. В случае, когда справедливо приближение OML, прицельный параметр, соответствующий поглощению $\rho_{\mathrm{c}} = \rho_{\mathrm{c}}^{\mathrm{OML}}$, определяется выражением (11.19), а сечение поглощения — выражением (11.3). В случае $\rho_{\mathrm{c}}^{\mathrm{OML}} > \rho_*$ приближение OML перестает быть справедливым. При этом для $a < \lambda_{\mathrm{D}}$ имеем $\rho_{\mathrm{c}} = \rho_*$ и $\sigma_{\mathrm{i}}^{\mathrm{c}} = \pi\rho_*^2$.

При $\beta < \beta_{\mathrm{cr}}$ влияние конечного размера частицы на транспортное сечение пренебрежимо мало. Как показано в [125] сечение рассеяния более чем на порядок превосходит сечение поглощения в этом случае. Изменение же сечения рассеяния за счет конечного размера частицы ощутимо лишь в области малых β, таких, что $\beta < a/\lambda_{\mathrm{D}}$ [в этом случае $\tilde{\Lambda}_{\mathrm{C}} \approx \ln(\lambda_{\mathrm{D}}/a)$ вместо $\tilde{\Lambda}_{\mathrm{C}} \approx \ln(1/\beta)$, справедливого при $a/\lambda_{\mathrm{D}} \to 0$]. Это проиллюстрировано на рис. 11.9*а*, где показана зависимость $\sigma_{\mathrm{i}}^{\mathrm{tr}}$ от β для различных значений a/λ_{D}. Однако в пылевой плазме, как правило, $\beta\,(v_{T_{\mathrm{i}}}) \sim z\tau a/\lambda_{\mathrm{D}} \gg a/\lambda_{\mathrm{D}}$ (напомним, что $z \sim 1$, а $\tau \gg \gg 1$). Тем самым, ситуация $\beta < a/\lambda_{\mathrm{D}}$ обычно не представляет практического интереса. Это означает, что при $\beta < \beta_{\mathrm{cr}}$ передача импульса связана в первую очередь с упругим рассеянием, и конечным размером пылевой частицы можно пренебречь.

При $\beta > \beta_{\mathrm{cr}}$ ситуация меняется. Поглощение не вносит существенного вклада в передачу импульса только для достаточно малых частиц, $2\beta\,(a/\lambda_{\mathrm{D}}) \ll \ln^2\beta$ (т. е., когда $\rho_{\mathrm{c}}^{\mathrm{OML}} \ll \rho_*$). Для больших частиц поглощение играет существенную роль. Оно может уменьшать или увеличивать транспортное сечение по сравнению со случаем точечной частицы (11.62), как показано на рис. 11.9*б*. При больших β ($\rho_{\mathrm{c}} = \rho_*$) вклад упругого рассеяния становится малым (передача импульса связана, практически, исключительно с поглощением ионов), и $\sigma_{\mathrm{i}}^{\mathrm{tr}} \approx \pi\rho_*^2$. Отметим, однако, что даже в этом случае результаты из (11.62) имеют погрешность до $\sim 30\%$.

Зная зависимость транспортного сечения от β (то есть от скорости) можно рассчитать силу ионного увлечения (например, численно) интегрированием (11.55). Для $\beta\,(v_{T_{\mathrm{i}}}) < 5$ можно использовать следующее выражение [125]:

$$F_{\mathrm{I}} = -\frac{8\sqrt{2\pi}}{3} a^2 n_{\mathrm{i}} m_{\mathrm{i}} v_{T_{\mathrm{i}}} u \left[1 + \frac{1}{2} z\tau + \frac{1}{4} z^2\tau^2\Pi\right], \qquad (11.63)$$

где Π — модифицированный кулоновский логарифм, проинтегрированный по функции распределения ионов по скоростям,

$$\Pi = 2\int_0^\infty e^{-x} \ln\left[\frac{2\lambda_D/a + z\tau}{2x + z\tau}\right] dx.$$

Последнее слагаемое в скобках (11.63) соответствует упругому рассеянию и, как обсуждалось выше, является преобладающим.

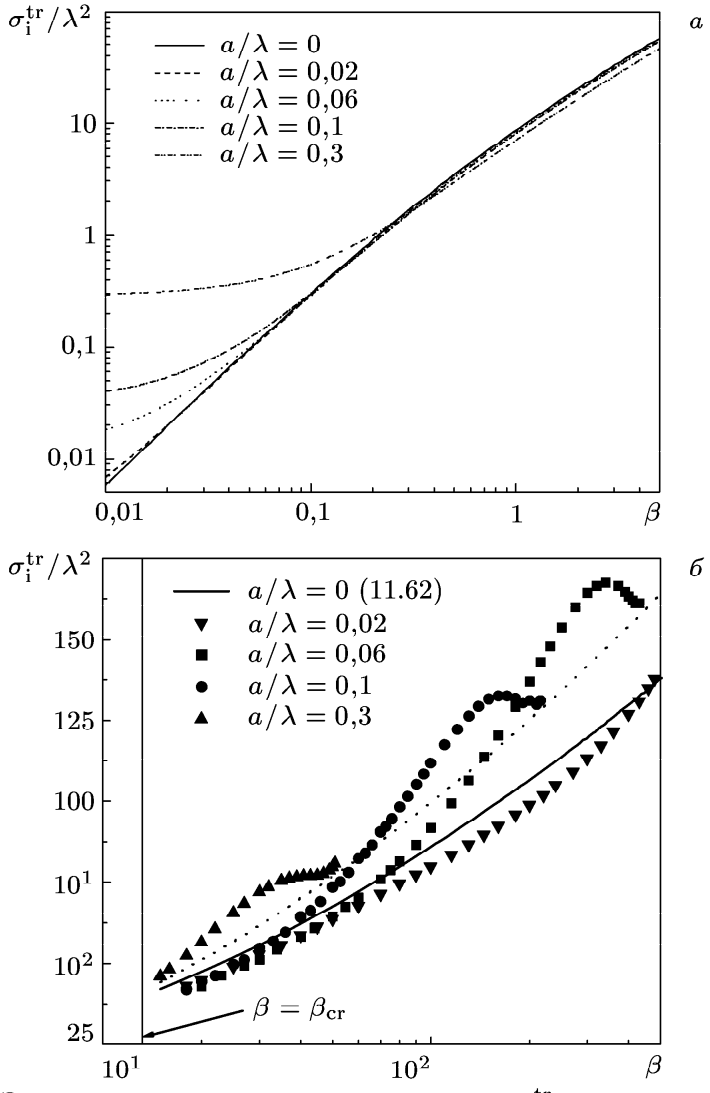


Рис. 11.9. Зависимость транспортного сечения σ_i^{tr}, нормированного на квадрат длины экранирования λ_D^2, как функция параметра рассеяния β, для различных значений отношения a/λ_D. (*а*) — аналитические результаты для $\beta < 5$ в соответствии с выражениями, предложенными в [125]; (*б*) — численные результаты работы [48] для случая $\beta > \beta_{cr}$

Для $\beta\left(v_{T_\mathrm{i}}\right) > \beta_{\mathrm{cr}}$ оценочное выражение предложено в [48]:

$$F_\mathrm{I} \sim -\pi \rho_*^2\left(v_{T_\mathrm{i}}\right) n_\mathrm{i} m_\mathrm{i} v_{T_\mathrm{i}} u. \tag{11.64}$$

Обратим внимание, что в этом случае $F_\mathrm{I} \propto T_\mathrm{i}^{3/2} m_\mathrm{i}^{1/2}$, а зависимость F_I от таких параметров, как a, n_i, τ, содержится под знаком логарифма.

В заключение кратко остановимся на случае сильноанизотропной плазмы, $u \gg v_{T_\mathrm{i}}$. Такая ситуация достаточно часто реализуется в лабораторных экспериментах с достаточно большими частицами, для которых сила тяжести может быть компенсирована только сильным электрическим полем. В этом случае ионы фактически являются моноэнергетичными, и интегрирование в (11.55) может быть заменено простой подстановкой $v = u$ в подынтегральное выражение. Поскольку $u \gg v_{T_\mathrm{i}}$, а длина экранирования определяется скорее электронами, чем ионами в этом случае ($\lambda_{\mathrm{De}} \gg \lambda_{\mathrm{Di}}$), величина параметра β значительно уменьшается по сравнению с изотропной плазмой. Поэтому сечение (11.59) с модифицированным кулоновским логарифмом (11.61) вполне может быть применено для оценки силы ионного увлечения. В пределе очень большой относительной скорости имеет значение только геометрический размер частицы, при этом [106]

$$F_\mathrm{I} = -\pi a^2 m_\mathrm{i} n_\mathrm{i} u^2. \tag{11.65}$$

11.2.4. Взаимодействие между пылевыми частицами в плазме. Потенциал взаимодействия между пылевыми частицами отличается от кулоновского взаимодействия между заряженными частицами в вакууме. Как показано ниже он определяется, вообще говоря, не только электростатическим взаимодействием между частицами. Последнее определено, если известно распределение электростатического потенциала $\varphi(r)$ в плазме, окружающей пробную частицу. Абсолютную величину электростатической силы, действующей на некоторую частицу заряда Z_d, находящуюся на расстоянии r от пробной, можно представить в этом случае в виде $F_{\mathrm{de}} = -\dfrac{dU_{\mathrm{el}}(r)}{dr}$, где

$$U_{\mathrm{el}}(r) = Z_\mathrm{d} e \varphi(r). \tag{11.66}$$

Таким образом, необходимо знать распределение потенциала $\varphi(r)$ в плазме. Как было показано в п. 11.2.2, потенциал уединенной сферической частицы в изотропной плазме на малых расстояниях, $r \ll \lambda_\mathrm{D}$, является чисто кулоновским; при $r \sim \lambda_\mathrm{D}$ важную роль играет экранировка, и следует использовать потенциал Дебая–Хюккеля (11.41); наконец, на расстояниях, больших нескольких дебаевских длин, потенциал выходит на степенную асимптотику (11.44). Таким образом, вплоть до расстояний, существенно превышающих λ_D, разумно использовать

потенциал взаимодействия типа экранированного кулоновского:

$$U_{\rm el}(r) = \frac{Z_{\rm d}^2 e^2}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_{\rm D}}\right). \tag{11.67}$$

Для больших расстояний ($r > \lambda_{\rm D} \ln(\lambda_D/a) \cong (3-5)\lambda_{\rm D}$) имеет место дальнодействующее отталкивание, связанное с анизотропией распределения плазмы по скоростям в окрестности поглощающей частицы. Согласно (11.45) и (11.66) потенциал взаимодействия в этой области можно представить в виде

$$U_{\rm el} \approx \frac{Z_{\rm d}^2 e^2 a}{2r^2}. \tag{11.68}$$

Оценка (11.68) справедлива для расстояний, не превышающих длину свободного пробега для ионов.

Следствием открытости плазменно–пылевых систем, обусловленной постоянным обменом энергией и веществом между пылевыми частицами и окружающей плазмой, является существование различных дополнительных механизмов притяжения и отталкивания между пылевыми частицами. Так постоянный поток плазмы (электронов и ионов) на поверхность пылевой частицы приводит к увлечению соседних частиц этим потоком. Это может приводить к возникновению эффективной силы притяжения между частицами, которую принято называть «теневой силой (эффектом)». Величина этой силы определяется в основном ионным компонентом, в силу большей массы ионов [в англоязычной литературе для нее принято обозначение «*ion shadowing force* (*effect*)»]. Данный механизм взаимодействия был впервые рассмотрен Игнатовым [129] и Цытовичем с соавторами [3, 130], а позднее — в работах [86, 97]. Отметим, что теневая сила представляет собой не что иное, как силу ионного увлечения в потоке ионов, направленном на поверхность пробной частицы. Строго говоря, сила ионного затемнения не является парной, так как взаимодействие между несколькими частицами (больше двух) зависит от их взаимного расположения.

Дополнительное притяжение либо отталкивание может быть обусловлено не только ионами, но и нейтралами в том случае, если попадая на поверхность частицы они покидают ее с температурой, отличной от температуры нейтрального компонента. Это может иметь место, если температура поверхности частицы $T_{\rm s}$ отлична от температуры нейтралов $T_{\rm n}$, и имеет место полная либо частичная аккомодация. Температура поверхности частицы определяется балансом различных процессов, таких как радиационное охлаждение, обмен энергией с нейтралами, выделение энергии при поверхностной рекомбинации электронов и ионов [131]. В случае $T_{\rm s} \neq T_{\rm n}$ существуют потоки энергии и импульса между газом и частицей. В результате для двух частиц,

расположенных достаточно близко друг к другу, анизотропия в потоке импульса будет приводить к возникновению теневого эффекта, связанного в данном случае с нейтральным компонентом. Этот эффект впервые был рассмотрен в работе [132].

Зависимость потенциала взаимодействия от расстояния одинакова для теневого эффекта, связанного с ионами и нейтралами, $U_{\mathrm{ns}}(r)$, $U_{\mathrm{is}}(r) \propto 1/r$. Поэтому на достаточно больших расстояниях этот тип взаимодействия будет доминировать над дальнодействующим отталкиванием (11.68). В случае, если имеет место притяжение, оказывается возможным существование так называемых «пылевых молекул» — связанных состояний из двух или нескольких пылевых частиц. Теоретическое рассмотрение условий формирования пылевых молекул можно найти в [3, 86]. Однако для условий изотропной плазмы, которая рассмотрена выше, формирование молекул пока не получило экспериментального подтверждения. Это в первую очередь связано с тем, что для существенного теневого эффекта необходимы относительно большие частицы. В лабораторных экспериментах такие частицы могут быть подвешены только в приэлектродной области разряда (за счет компенсации силы гравитации сильным электрическим полем), где эффекты, связанные с анизотропией плазмы, выходят на первый план. Здесь ионы, движущиеся к электроду с надтепловой скоростью, практически не дают вклад в экранировку. Кроме того, как уже указывалось в п. 11.2.2, происходит фокусировка ионов за пылевой частицей (формируется, так называемый, «wake»). Это приводит к различию между взаимодействием в плоскости перпендикулярной потоку ионов и параллельной ему. По направлению потока электростатический потенциал имеет затухающую осциллирующую структуру, в которой возможно притяжение между частицами.

Экспериментальное определение потенциала взаимодействия. Определение потенциала взаимодействия представляет собой достаточно тонкую экспериментальную задачу. До настоящего времени было осуществлено лишь несколько экспериментов [133–136]. Изящный метод, основанный на организации упругих столкновений двух пылевых частиц, был предложен в [133, 134]. Другой метод использовал манипуляцию частицами путем воздействия на них лазерным излучением [135, 136]. Рассмотрим их последовательно.

Принципиальная схема метода столкновений приведена на рис. 11.10. В эксперименте [134] использовались частицы радиусом $a \approx 4{,}5$ мкм и плазма аргона при давлении $p = 2{,}7$ Па. Частицы вводились в ВЧ разряд через отверстие в верхнем электроде и зависали над нижним электродом благодаря балансу электростатической силы и силы тяжести. Удержание в горизонтальной плоскости обеспечивалось кольцом на нижнем электроде, создающим параболический потенциал. Управление частицами и организация упругих

столкновений между ними производились с помощью введенного в камеру горизонтально установленного электрического зонда. Во время столкновения траектории частиц определялись внешним удерживающим потенциалом, а также потенциалом взаимодействия, который является функцией расстояния между ними. Анализ видеозаписи столкновительных траекторий пылевых частиц позволил определить координаты и скорости обеих частиц как функцию времени, а затем из анализа уравнений движения и потенциал межчастичного взаимодействия.

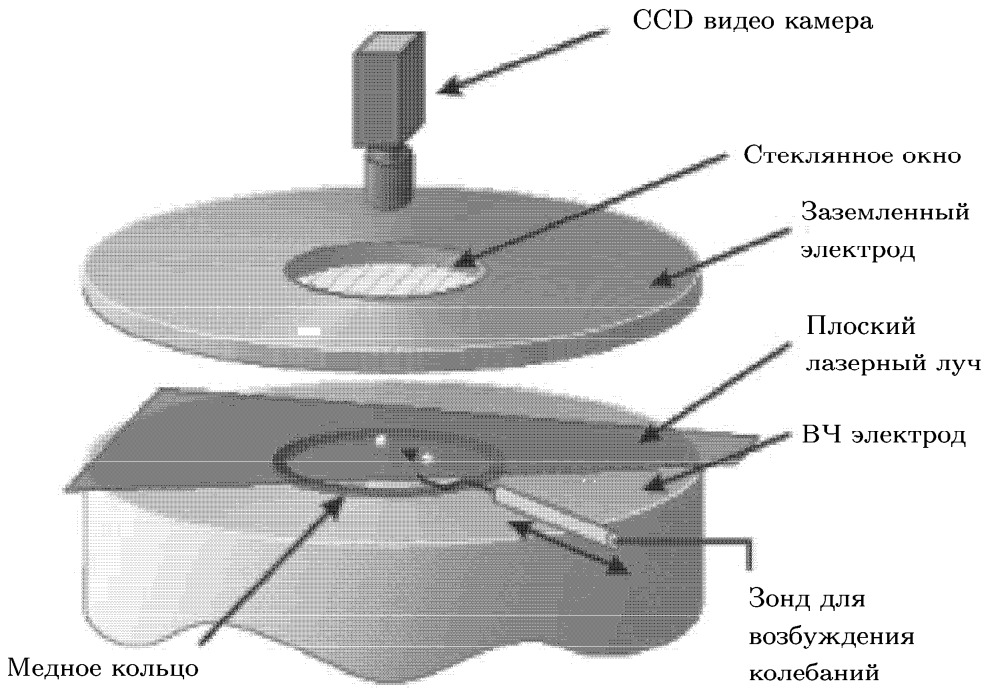


Рис. 11.10. Схема экспериментальной установки для определения потенциала взаимодействия между пылевыми частицами методом столкновений [136]

Применение данного метода [134, 137] показало, что для малых мощностей и давлений потенциал взаимодействия между пылевыми частицами в горизонтальной плоскости совпадает в пределах экспериментальной ошибки с экранированным кулоновским потенциалом типа (11.41). Иллюстрация этому представлена на рис. 11.11. Роль других механизмов взаимодействия оказывается в данных условиях несущественной, хотя это не отрицает принципиальной возможности их существования [86]. Измерения позволяют также определить эффективный заряд частиц и длину экранирования, поскольку именно эти два параметра определяют форму экранированного кулоновского потенциала.

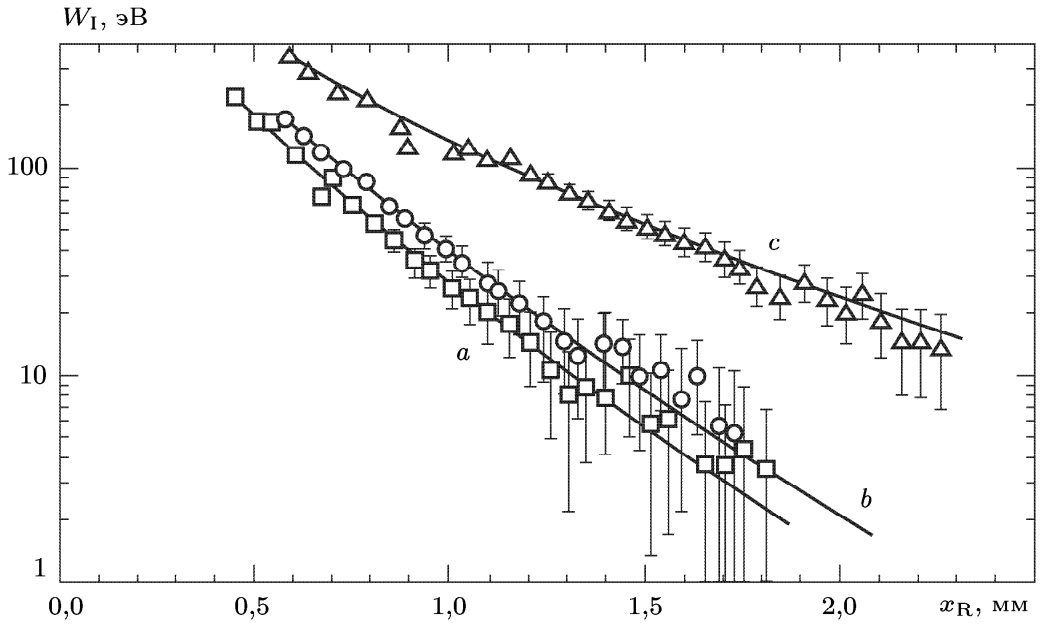


Рис. 11.11. Потенциальная энергия взаимодействия W_I между частицами во время столкновения в зависимости от расстояния между ними x_R [134]. Измерения производились при $p = 2{,}7$ Па и разных пиковых напряжения на электроде U_p. Символы — экспериментальные результаты; сплошные кривые — их аппроксимация экранированным кулоновским потенциалом, $U(r) = Q_{эф}^2 \exp(-r/\lambda)/r$ для слсдующих значсний эффсктивного заряда $Q_{эф}$ и длины экранирования λ (T_e — температура электронов, измеренная в эксперименте): (a) $|Q_{эф}| = 13\,900e$, $\lambda = 0{,}34$ мм, $kT_e = 2{,}0$ эВ, $U_p = 233$ В; (b) $|Q_{эф}| = 16\,500e$, $\lambda = 0{,}40$ мм, $kT_e = 2{,}2$ эВ, $U_p = 145$ В; (c) $|Q_{эф}| = 1680e$, $\lambda = 0{,}90$ мм, $kT_e = 2{,}8$ эВ, $U_p = 64$ В. Отметим, что определенная в эксперименте длина экранирования гораздо ближе к дебаевскому радиусу для электронов, чем для ионов. Это находится в качественном согласии с представлениями о том, что ионы имеют скорость близкую к ионно–звуковой скорости ($c_i = \sqrt{kT_e/m_i}$) в приэлектродном (бесстолкновительном) слое и не могут участвовать в экранировании потенциала частицы

Другой метод был предложен для изучения взаимодействия между частицами в направлении ионного потока [135]. Он основан на манипуляции пылевыми частицами с помощью лазерного излучения. Его модификация для пары частиц описана в работе [136], которую мы и рассмотрим подробнее. Суть эксперимента заключена в следующем: две частицы, одна из которых была сферой радиусом $a \approx 1{,}7$ мкм, а другая кластером из двух слипшихся частиц того же размера, вводились в камеру ВЧ разряда в гелии при давлении $p \sim 50$–200 Па. Из-за разного отношения заряда к массе они зависали на разной высоте в области анизотропной плазмы над нижним электродом (более массивная частица располагалась ближе к электроду). Благодаря наличию неоднородного вертикального электрического поля их вертикальные позиции (определяемые балансом между силой тяжести и электростатической

силой) были фиксированы. В то же время частицы могли свободно перемещаться в горизонтальном направлении. Первое из наблюдений состояло в следующем. При достаточно низких давлениях частицы стремятся сформировать связанное состояние, при котором нижняя частица находится строго под верхней. Отметим, что такого рода структура частиц (образование вертикальных цепочек) наблюдается и во многих экспериментах с образованием многослойных кристаллов в условиях гравитации. При повышении давления это связанное состояние разрушается, и расстояние между частицами по горизонтали ограничено только небольшой удерживающей силой, связанной со специальной вогнутой формой электрода. Существование этих состояний указывает на наличие механизмов притяжения и отталкивания между частицами, сменяющих друг друга при изменении условий в плазме. Было обнаружено также, что эффект имеет гистерезис по давлению.

Далее, чтобы показать, что «связанное» состояние является следствием притяжения между частицами, а не эффектом, вызванным внешними силами, был использован метод манипуляции частицами с помощью лазерного луча. Луч лазера фокусировался либо на верхней, либо на нижней частице, вызывая ее перемещение. Было обнаружено, что когда верхняя частица подвергалась воздействию лазера, нижняя отслеживала ее перемещения, не разрушая связанного состояния. Это наблюдение свидетельствует о существовании силы притяжения нижней частицы к верхней. При воздействии лазера на нижнюю частицу реакция верхней была существенно слабее, и происходило разрушение связанного состояния. То есть взаимодействие между частицами было существенно асимметрично. Ясно, что существование притяжения связано с wake-эффектом для находящейся в потоке ионов частицы. Однако вопрос, имеет ли оно электростатическую природу или связано с передачей импульса от ионов, рассеивающихся на верхней частице [138], требует дальнейшего исследования.

Образование и рост пылевых частиц. В лабораторных условиях пылевые частицы обычно вводятся в плазму преднамеренно. Однако, в принципе, они могут также самопроизвольно образовываться в ней. Имеется несколько возможных источников зарождения пылевых частиц. Один из них — это конденсация, приводящая к появлению твердых частиц или капель. Этот процесс типичен для расширяющейся плазмы, например, для плазмы, адиабатически расширяющейся в вакуум, или плазмы, расширяющейся в канале МГД генератора [28, 29]. В химически реагирующих смесях пылевые частицы могут зарождаться в результате химических реакций [139]. Наконец, эрозия электродов и стенок разрядных камер также приводит к появлению макрочастиц в плазме [36]. Находясь в разряде, частицы могут расти. Один из возможных механизмов такого роста — это поверхностная рекомбинация ионов, приводящая к постоянному осаждению материала

на поверхности пылевой частицы. Возможно также, что происходит агломерация (слипание) пылевых частиц. В [139] подробно рассмотрен один из возможных сценариев образования и роста пылевых частиц, состоящий из четырех этапов: сначала образуются первичные кластеры; после прохождения критического размера начинается этап гетерогенной конденсации; на следующем этапе на первый план выходят процессы коагуляции и агломерации; наконец, на последнем этапе вновь становится наиболее важной конденсация мономеров на изолированных многозарядных частицах. В целом механизмы образования и роста пылевых частиц в плазме поняты не до конца и нуждаются в дальнейшем изучении. Актуальность этого вопроса во многом связана с нуждами плазменных технологий производства наночастиц, тонких пленок и обработки материалов.

§ 11.3. Неидеальность пылевой плазмы и фазовые переходы

11.3.1. Теоретические подходы

Неидеальность пылевой плазмы. Условия, которые могут реализовываться в пылевой плазме, весьма разнообразны в зависимости от соотношений между её характерными параметрами. Одной из основных характеристик системы многих взаимодействующих частиц, является параметр неидеальности, определяемый как отношение потенциальной энергии взаимодействия между соседними частицами к их средней кинетической энергии. Для кулоновского взаимодействия между заряженными пылевыми частицами

$$\tilde{\gamma}_{\mathrm{d}} = \frac{Z_{\mathrm{d}}^2 e^2}{kT_{\mathrm{d}}\Delta}, \tag{11.69}$$

где $\Delta = n_{\mathrm{d}}^{-1/3}$ характеризует среднее межчастичное расстояние. Аналогично вводится параметр неидеальности для электронов и ионов плазмы

$$\tilde{\gamma}_{\mathrm{e(i)}} = \frac{e^2 n_{\mathrm{e(i)}}^{1/3}}{kT_{\mathrm{e(i)}}} \tag{11.70}$$

(ионы считаются однократно заряженными). Отметим, что параметры $\tilde{\gamma}$ отличаются от γ, введенных в гл. 1, множителем $(3/4\pi)^{1/3}$. Помимо средних межчастичных расстояний характерными пространственными масштабами, характеризующими пылевую плазму, являются дебаевские радиусы экранирования каждой из подсистем, а также размер пылевых частиц. В условиях, типичных для экспериментов с пылевой плазмой, число электронов (ионов) в дебаевской сфере для электронов (ионов) велико, $N_{\mathrm{e(i)}}^{\mathrm{D}} = n_{\mathrm{e(i)}}\lambda_{\mathrm{De(i)}}^3 \gg 1$. Вследствие этого электронная

и ионная подсистемы оказываются идеальными, поскольку

$$\tilde{\gamma}_{\mathrm{e(i)}} \sim \left(N^{\mathrm{D}}_{\mathrm{e(i)}}\right)^{-2/3} \ll 1.$$

Качественно отличается от этой ситуация с подсистемой пылевых частиц. По-прежнему, при $N^{\mathrm{D}}_{\mathrm{d}} \gg 1$, пылевая подсистема идеальна. При этом пыль выступает как дополнительный плазменный компонент, привносящий новые характерные пространственные и временные масштабы в систему. Пылевые частицы участвуют в экранировке, внося вклад в выражение для эффективного дебаевского радиуса $\lambda_{\mathrm{D}}^{-2} = \lambda_{\mathrm{De}}^{-2} + \lambda_{\mathrm{Di}}^{-2} + \lambda_{\mathrm{Dd}}^{-2}$ (в предположении фиксированных зарядов пылевых частиц). В противоположном случае, $N^{\mathrm{D}}_{\mathrm{d}} \ll 1$, подсистема пылевых частиц не всегда неидеальна. Дело в том, что при этом экранировка определяется только электронами и ионами. Расстояние между пылевыми частицами может быть меньше радиуса Дебая для пылевого компонента, но они не обязательно взаимодействуют сильно, будучи экранированы плазмой.

Большинство существующих теорий, предложенных для описания свойств неидеальной пылевой плазмы, используют дебаевскую модель, в которой отрицательно заряженные частицы удерживаются внутри плазменного объема за счет отрицательного потенциала стенок и взаимодействуют между собой посредством изотропного экранированного кулоновского потенциала Дебая–Хюккеля,

$$U(r) = \frac{Z_{\mathrm{d}}^2 e^2}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_{\mathrm{D}}}\right), \tag{11.71}$$

где экранировка осуществляется электронами и ионами плазмы. Эта модель дает упрощенную картину происходящего в пылевой плазме и неприменима для описания некоторых экспериментов, особенно когда анизотропия плазмы играет существенную роль. Однако с ее помощью удалось получить ряд качественных результатов, подтвержденных экспериментально, и поэтому она может рассматриваться как основа для создания более реалистичных моделей для описания свойств пылевой плазмы в различных условиях.

Фазовая диаграмма дебаевских систем. Кроме пылевой плазмы, взаимодействие частиц посредством дебаевского потенциала интенсивно изучалось в различных физических системах, начиная от элементарных частиц и кончая коллоидными растворами. Поэтому неудивительно, что изучению фазовых диаграмм различными численными методами (обычно метод Монте-Карло (МК) или молекулярной динамики (МД)) было уделено значительное внимание [140–143].

В рассматриваемом случае, статические свойства системы полностью характеризуются двумя независимыми безразмерными параметрами. В качестве одного из них можно выбрать эффективную

температуру системы $\tilde{T} = kT/m_{\mathrm{d}}\omega_{\mathrm{E}}^2\Delta^2$, где ω_{E} — эйнштейновская частота колебаний кристаллической решетки. Поскольку ω_{E} зависит от структуры последней, то обычно для определенности используют её значение для ГЦК-решетки. В качестве второго обычно выбирают так называемый структурный параметр (параметр решетки)

$$\kappa = \Delta/\lambda_{\mathrm{D}}. \tag{11.72}$$

Этот выбор параметров исторически связан с теориями коллоидных растворов. С другой стороны, в физике пылевой плазмы вместо эффективной температуры принято использовать параметр неидеальности в форме $\tilde{\gamma}_{\mathrm{d}}$ (11.69). Это связано с тем, что ранние исследования кристаллизации плазмы в основном опирались на модель однокомпонентной плазмы (ОКП), являющуюся предельным случаем, $\lambda_{\mathrm{D}} \to \infty$ или $\kappa \to 0$, дебаевской модели [38, 144–146]. Приведенная температура и кулоновский параметр неидеальности связаны соотношением $\tilde{T} = \dfrac{\omega_{\mathrm{pd}}^2}{4\pi\tilde{\gamma}_{\mathrm{d}}\omega_{\mathrm{E}}^2}$, где $\omega_{\mathrm{pd}} = \sqrt{4\pi Z_{\mathrm{d}}^2 e^2 n_{\mathrm{d}}/m_{\mathrm{d}}}$ — пылевая плазменная частота. Значения отношения $\omega_{\mathrm{E}}/\omega_{\mathrm{pd}}$ для различных κ можно найти, например, в работах [141, 147]. На рис. 11.12 представлена фазовая диаграмма дебаевской системы на плоскости $(\kappa, \tilde{\gamma}_{\mathrm{d}})$, полученная различными авторами.

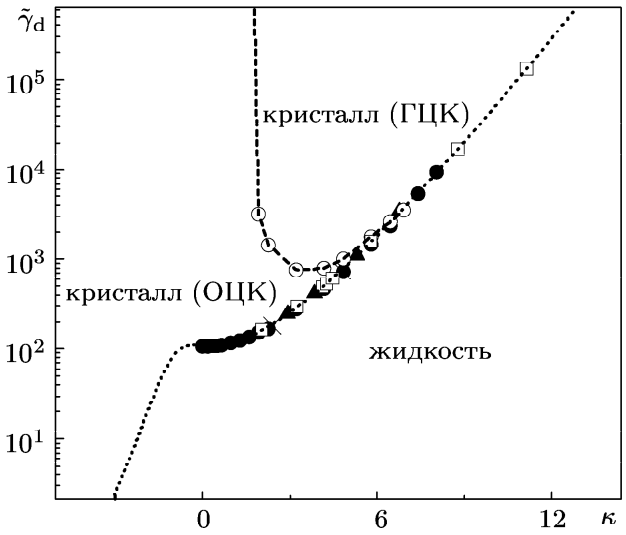


Рис. 11.12. Фазовая диаграмма дебаевских систем, полученная с помощью численного моделирования. Символы ○ — указывают границу между двумя кристаллическими фазами — ОЦК и ГЦК [143]. Остальные символы соответствуют границе жидкость–кристалл и получены в работах: ▲ — [148], □ — [142], • — [143]. Символы × соответствуют скачку константы диффузии при моделировании диссипативных дебаевских систем [157, 152]. Пунктирная линия проведена «на глаз» по численным результатам

В зависимости от параметра неидеальности и структурного параметра было обнаружено существование трёх фаз. Если обозначить через $\tilde{\gamma}_{\mathrm{M}}$ величину $\tilde{\gamma}_{\mathrm{d}}$ на линии плавления, то в области очень сильной неидеальности, $\tilde{\gamma}_{\mathrm{d}} > \tilde{\gamma}_{\mathrm{M}}$, могут существовать ГЦК- и ОЦК-кристаллические решетки, а при $\tilde{\gamma}_{\mathrm{d}} < \tilde{\gamma}_{\mathrm{M}}$ существует жидкая фаза. Объемноцентрированная фаза стабильна при малых значениях κ, а при больших значениях κ стабильна гранецентрированная фаза. «Тройная точка» лежит при $\kappa \cong 6{,}90$ и $\tilde{\gamma}_{\mathrm{d}} \cong 3{,}47 \cdot 10^3$ [143].

Большой интерес при исследовании кристаллизации пылевой плазмы представляет линия плавления (кристаллизации) $\tilde{\gamma}_{\mathrm{M}} = \tilde{\gamma}_{\mathrm{M}}(\kappa)$ [12, 141–143, 147–149]. Результаты расчета в модели ОКП ($\kappa = 0$) показывают, что кристаллизация происходит при $\tilde{\gamma}_{\mathrm{d}} = \tilde{\gamma}_{\mathrm{ОКП}} \cong 106$ (или 172, если использовать радиус Вигнера–Зейтца $(4\pi n_{\mathrm{d}}/3)^{-1/3}$ как единицу длины вместо Δ) (см. [144, 150, 151]). Соответствующая приведенная температура $\tilde{T}_{\mathrm{M}} \cong 0{,}0022$. Было предложено несколько приближений для аналитической зависимости $\tilde{\gamma}_{\mathrm{M}}$ от κ. Исходя из предела ОКП, Икези предположил [12], что экранировку можно учесть, положив $U(\Delta)/kT = \tilde{\gamma}_{\mathrm{ОКП}}$. Тогда, согласно (11.71),

$$\tilde{\gamma}_{\mathrm{M}} = \tilde{\gamma}_{\mathrm{ОКП}} \exp(\kappa). \tag{11.73}$$

С другой стороны, приведенная температура пропорциональна среднему квадрату амплитуды колебаний частиц в квазигармоническом приближении, и, в соответствии с критерием Линдемана, она должна быть приблизительно постоянной вдоль линии плавления. Так как значения эйнштейновской частоты для обеих решеток отличаются не более чем на 1% в области стабильности ОЦК-фазы, то можно предположить, что

$$\tilde{T}_{\mathrm{M}} \cong \tilde{T}_{\mathrm{ОКП}}. \tag{11.74}$$

Для лучшего согласия с результатами своих численных расчетов авторы работы [142] использовали вместо (11.74) линейную интерполяцию:

$$\tilde{T}_{\mathrm{M}} \cong \tilde{T}_{\mathrm{ОКП}}(1 + 0{,}1\kappa). \tag{11.75}$$

Наконец, в работе [149] при определении $\tilde{T}$ было предложено использовать вместо ω_{E} характерную частоту пылевых решеточных волн (DLW) (см. параграф 11.4). Использование этой нормировки в критерии Линдемана приводит к следующей зависимости $\tilde{\gamma}_{\mathrm{M}}$ от κ:

$$\tilde{\gamma}_{\mathrm{M}} = \tilde{\gamma}_{\mathrm{ОКП}} \frac{\exp(\kappa)}{1 + \kappa + \kappa^2/2}. \tag{11.76}$$

Аргументы, использованные при обосновании выражений (11.73)–(11.76), не являются достаточно строгими, и поэтому они могут рассматриваться лишь как полуэмпирические критерии плавления.

Отметим, что все четыре выражения (11.73)–(11.76) дают один и тот же (правильный) результат при $\kappa = 0$, но приводят к различной

зависимости $\tilde{\gamma}_{\mathrm{M}}$ от κ. Как показано в работе [152], широко используемое в литературе выражение (11.73) плохо согласуется с результатами численных расчетов. Выражение (11.74) несколько лучше согласуется с расчетами. Наиболее хорошее согласие обеспечивают формулы (11.75) и (11.76). Хорошее согласие выражения (11.75) с результатами расчетов неудивительно, так как оно получено в результате линейной аппроксимации данных этих расчетов. В то же время, функциональная форма уравнения (11.76) проста и приводит к наилучшему согласию с численным экспериментом в наиболее важной для пылевой плазмы области параметров, $\kappa \leqslant 5$. Поэтому удобно ввести *модифицированный параметр неидеальности*,

$$\tilde{\gamma}^{*} = \tilde{\gamma}_{\mathrm{d}} \left(1 + \kappa + \kappa^{2}/2\right) \exp\left(-\kappa\right), \tag{11.77}$$

значение которого $\tilde{\gamma}^{*}_{\mathrm{M}} \approx 106$ однозначно определяет положение кривой плавления (кристаллизации) на фазовой диаграмме.

Критерии кристаллизации. С практической точки зрения, часто возникает необходимость в простом критерии, позволяющем заключить, находится ли система в кристаллическом или жидком состоянии. Существуют различные феноменологические критерии плавления (кристаллизации) в системе взаимодействующих частиц, часть из которых удобно использовать и по отношению к пылевой плазме (при этом эти критерии обычно не зависят от точной формы межчастичного взаимодействия). Наиболее известен критерий Линдеманна [153], согласно которому плавление кристаллической структуры происходит, когда отношение среднеквадратичного смещения частицы к среднему межчастичному расстоянию достигает значения $\sim 0{,}15$ (значение этой величины может несколько варьироваться для различных физических систем, часто за счет различного определения межчастичного расстояния). Другим критерием является первый максимум жидкостного структурного фактора [154], который на линии кристаллизации достигает значения $\sim 2{,}85$. Существует также простой критерий кристаллизации в терминах парной корреляционной функции. Отношение ее минимального и максимального значений примерно равно $\sim 0{,}2$ при кристаллизации. Простой динамический критерий плавления, близкий по духу критерию Линдеманна, был предложен в [155]. Он гласит, что кристаллизация происходит, когда значение диффузионной константы уменьшается до $\sim 0{,}1$ от константы диффузии для невзаимодействующих частиц. Позднее было отмечено, что данный критерий является пока, по-видимому, единственным, применимым как к двумерным, так и к трехмерным системам [156].

Динамика дебаевских систем. Движение пылевых частиц в плазме обычно можно рассматривать как броуновское движение, но с учетом взаимодействия между частицами. Одним из основных вопросов,

следовательно, является вопрос, насколько взаимодействие влияет на динамическое поведение пылевых частиц. Динамические свойства пылевой компоненты определяются тремя безразмерными параметрами, как это следует из нормированных уравнений движения [157]. Это уже введенные выше параметр неидеальности $\tilde{\gamma}_{\mathrm{d}}$, структурный параметр κ, а также третий параметр, являющийся мерой диссипативности системы. Следуя работе [152], будем называть его *динамическим параметром* и определим как

$$\theta = \nu_{\mathrm{dn}}/\omega_{\mathrm{d}}. \tag{11.78}$$

Здесь частота ν_{dn} определяет диссипацию энергии частицы за счет трения о нейтральный газ (обычно степень ионизации плазмы в экспериментах достаточно мала, $\alpha \sim 10^{-6}$–10^{-7}, так что именно нейтральный компонент определяет диссипацию), а ω_{d} — некоторая частота, характеризующая заряженный пылевой компонент. В принципе в качестве ω_{d} можно использовать ω_{E} или ω_{pd}. Однако наиболее удобно, как следует из дальнейшего изложения, использовать для этих целей ω_{DLW}.

Фундаментальной характеристикой динамического поведения пылевого компонента является «одночастичный» коэффициент диффузии. Для диффузии в трех измерениях он определяется как

$$D(t) = \left\langle [\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(0)]^2 \right\rangle / 6t, \tag{11.79}$$

где $\mathbf{r}(t)$ — траектория частицы, а $\langle \ldots \rangle$ означает усреднение по ансамблю. Постоянную $D_{\mathrm{L}} = \lim\limits_{t\to\infty} D(t)$ принято называть константой диффузии. Предел $t \to \infty$ понимается в том смысле, что время t велико по сравнению с остальными микроскопическими временами системы $(\nu_{\mathrm{dn}}^{-1}, \omega_{\mathrm{d}}^{-1})$, но мало по сравнению с характерными временами диффузии на расстояние порядка размеры системы, или с временем, за которое могут существенно измениться параметры пылевой плазмы в эксперименте. Из-за взаимодействия между частицами величина D_{L} оказывается меньше броуновского коэффициента диффузии для тех же частиц без взаимодействия, $D_0 = kT_{\mathrm{d}}/m_{\mathrm{d}}\nu_{\mathrm{dn}}$. Здесь T_{d} — температура, характеризующая хаотическую (тепловую) скорость пылевого компонента, $v_{T_{\mathrm{d}}} = \sqrt{kT_{\mathrm{d}}/m_{\mathrm{d}}}$. В предельном случае кристаллической структуры $D_{\mathrm{L}} \to 0$, поскольку смещения частиц расположенных в узлах кристаллической решетки ограничены. Тем самым, отношение D_{L}/D_0 в диссипативной системе взаимодействующих частиц в значительной степени отражает природу и силу взаимодействия между частицами.

Диффузия в дебаевских системах исследована с помощью численного моделирования в работах [141, 147, 152, 155, 157–159]. Самодиффузия в недиссипативных системах ($\theta = 0$) рассмотрена в [141, 147, 158]. Применительно к коллоидным растворам, диссипация в которых

на много порядков больше, чем в пылевой плазме, диффузия в дебаевских системах рассматривалась в [155, 159]. При этом основное внимание уделялось субдиффузионному поведению зависящего от времени коэффициента диффузии (11.79) [159], а также значению константы диффузии вблизи границы между жидкой и кристаллической фазами [155].

Систематическое изучение диффузии в диссипативных дебаевских системах методом броуновской динамики для параметров, характерных для изотропной плазмы газовых разрядов, описано в [152, 157, 160]. В этих работах взаимодействие со средой моделировалось силой Ланжевена, состоящей из двух слагаемых: систематического трения и случайной силы. Физически трение обычно обусловлено нейтральным компонентом, а случайная составляющая связана либо с индивидуальными столкновениями атомов газа, либо может иметь иную природу: микрофлуктуации электрических полей в плазме, флуктуации зарядов частиц и т. д. Независимо от природы она в первом приближении может быть описана как δ-кореллированный гауссов белый шум, амплитуда которого определяет температуру пылевого компонента T_d. Уравнения движения с учетом межчастичного взаимодействия и взаимодействия со средой решались для трехмерной системы с периодическими граничными условиями. Коэффициент диффузии определялся соответствующим усреднением по траекториям частиц.

Основные результаты представлены на рис. 11.13, демонстрирующим поведение отношения D_L/D_0 в зависимости от модифицированного параметра неидеальности $\tilde{\gamma}^*$. С увеличением неидеальности отношение D_L/D_0 уменьшается. В некоторой точке оно испытывает скачок (уменьшается на несколько порядков в узком диапазоне $102 \leqslant \tilde{\gamma}^* \leqslant 106$). Скачок происходит при $\tilde{\gamma}^* \approx \tilde{\gamma}^*_\mathrm{M}$, тем самым являясь, судя по всему, индикатором фазового перехода первого рода (кристаллизации). Кроме того, как следует из рис. 11.13, отношение D_L/D_0 полностью определяется параметрами $\tilde{\gamma}^*$ и θ и практически не зависит отдельно от κ. Более того, если диссипация достаточно велика, $\theta > \theta_\mathrm{cr}$, то D_L/D_0 также не зависит и от θ. С другой стороны при $\theta \ll \theta_\mathrm{cr}$ численные результаты стремятся к результатам, полученным для недиссипативных систем в работе [147]. В промежуточном случае отношение D_L/D_0 зависит от θ, как указано выше. Эмпирическое выражение, описывающее эту зависимость, было предложено в работе [160] и имеет вид

$$D_\mathrm{L}/D_0 = \frac{\theta\tilde{\gamma}^* \exp\left(-3\tilde{\gamma}^*/\tilde{\gamma}^*_\mathrm{M}\right)}{6\left(1+2\pi\theta\right)}. \tag{11.80}$$

Эмпирическое выражение (11.80) демонстрирует неплохое согласие с численными расчетами при $\tilde{\gamma}^* \geqslant 30$, как следует из рис. 11.13. Кроме того, с помощью этой формулы можно сделать оценку $\theta_\mathrm{cr} \sim 1/2\pi \approx 0{,}2$. Наконец, динамический критерий плавления [155],

$D_L/D_0 \approx 0{,}1$, в жидкой фазе вблизи точки кристаллизации, оказывается справедливым для сильнодиссипативных систем, но не находит подтверждения для слабодиссипативных ($\theta \ll \theta_{cr}$).

Изложенные результаты применимы для бесконтактной диагностики плазменно–пылевых систем. Однако следует еще раз отметить, что прямое применение результатов численного моделирования трехмерных дебаевских систем для анализа результатов экспериментов в силу ряда причин (анизотропия плазмы, дальнодействующие взаимодействия, включая эффекты затемнения, эффект внешних сил и/или граничных условий, непостоянство заряда частиц и т. д.) в значительной степени ограничено условиями микрогравитации либо достаточно малым размером частиц в лабораторных условиях.

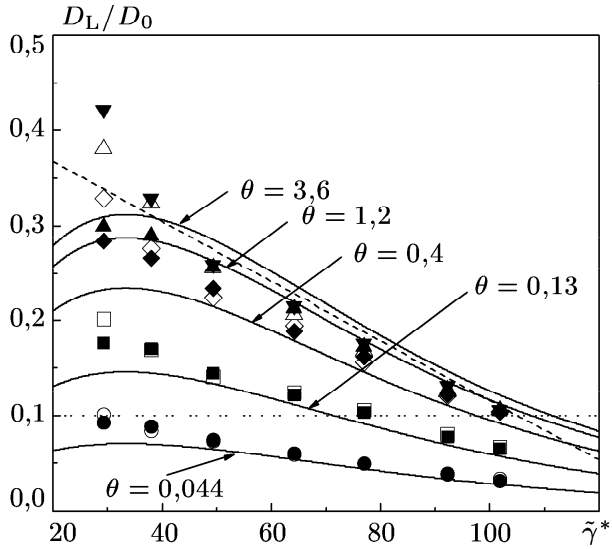


Рис. 11.13. Отношение D_L/D_0 для сильнонеидеальных дебаевских систем как функция модифицированного параметра неидеальности $\tilde{\gamma}_d^*$. Символы — результаты численного расчета для различных значений динамического параметра θ: $\theta = 0{,}044$ (кружки); $\theta = 0{,}13$ (квадраты); $\theta = 0{,}4$ (ромбы); $\theta = 1{,}2$ (треугольники); $\theta = 3{,}6$ (перевернутые треугольники, только для $\kappa = 2{,}42$). Темные символы соответствуют $\kappa = 2{,}42$, светлые — $\kappa = 4{,}84$. Расчет произведен в работах [157, 152]. Штриховая линия соответствует аппроксимации, применимой при $\theta \gg \theta_{cr}$. Сплошные линии — аналитическое выражение (11.80) для различных значений динамического параметра (указаны на рисунке). Горизонтальная пунктирная линия соответствует $D_L/D_0 = 0{,}1$

11.3.2. Экспериментальное исследование фазовых переходов в пылевой плазме

Плазменно–пылевой кристалл в радиочастотном разряде. После обнаружения в 1994 году плазменно–пылевого кристалла исследования фазовых переходов в пылевой плазме активно развиваются в де-

сятках лабораторий с использованием различных методов получения плазмы. К ним относятся: емкостной и индукционный высокочастотные разряды, а также тлеющий разряд постоянного тока; термическая плазма продуктов сгорания различных топлив; ядерно- и фотовозбуждаемая плазма. Ниже в этом разделе обсуждаются эксперименты, в которых сильная неидеальность пылевой подсистемы, приводящая к фазовым переходам в упорядоченное состояние, проявляется наиболее ярко.

Плазменно–пылевой кулоновский кристалл (или плазменный кристалл) был обнаружен впервые в высокочастотном (ВЧ) емкостном разряде низкого давления в инертном газе почти одновременно в нескольких лабораториях [13–16]. Схематическое изображение экспериментальной установки [134] представлено на рис. 11.10. Она включает нижний, силовой электрод диаметром в несколько сантиметров, и верхний заземленный электрод. Электроды размещаются в вакуумной камере. Радиочастотный генератор ($f = 13{,}56$ МГц) подсоединяется к нижнему электроду через блок связи и соединительную емкость. Пылевые частицы микронного размера размещаются в контейнере и вводятся в плазму через металлическую сетку. Расстояние между электродами составляет несколько сантиметров. Визуализация пылевых частиц осуществляется с помощью подсветки в горизонтальной или вертикальной плоскостях зондирующим лазерным лучом, который с помощью линзы формируется в плоский лазерный «нож» с толщиной перетяжки около 100 микрон. Частицы, вводимые в плазму и приобретающие в ней большой отрицательный заряд, зависают в области слоя положительного пространственного заряда у нижнего электрода, который вследствие асимметрии электродов и эффекта самосмещения действует в среднем за период приложенного радиочастотного напряжения как катод. Для удержания облака пылевых частиц в горизонтальном направлении на нижнем электроде обычно устанавливается металлическое кольцо диаметром несколько сантиметров и высотой несколько миллиметров. Иногда вместо кольца используют специальный электрод с углублением (достаточно большого радиуса кривизны). Рассеянный частицами свет наблюдается с помощью ПЗС-камеры и записывается на видеомагнитофон.

Пылевые частицы не слишком большого размера обычно левитируют в приэлектродном слое (нижнего электрода) вследствие равновесия между основными силами, к которым относятся электростатическая сила (направленная вверх для отрицательно заряженной частицы), сила тяжести (направленная вниз), и сила увлечения направленным потоком ионов (также направленная вниз — по направлению среднего по времени электрического поля). При определенных условиях частицы образуют хорошо упорядоченную структуру, состоящую из нескольких сравнительно протяженных горизонтальных слоев. Число частиц в такой структуре может составлять $\sim 10^3$–10^5, а число

слоев в вертикальном направлении обычно лежит в пределах от одного (нескольких), до нескольких десятков [161]. На рис. 11.1 в качестве примера приведено видеоизображение горизонтального сечения структуры частиц (фрагмент одного слоя), представляющих собой монодисперсные сферы из полимера ($\rho = 1{,}5$ г $\cdot$ см$^{-3}$) диаметром $\sim 6{,}9$ мкм [17]. Представленная структура хорошо упорядочена и имеет гексагональную решетку. В то же время в разных горизонтальных слоях частицы, как правило, располагаются строго друг под другом, образуя кубическую решетку между плоскостями. Такое расположение может быть следствием фокусировки потока ионов в пространстве за верхними частицами («wake» эффект, см. п. 11.2.2).

Таким образом, в лабораторных экспериментах в ВЧ разряде в наземных условиях не удается получить реальные трехмерные системы Плазменно–пылевые кристаллы в этих условиях имеют существенно двумерный или, точнее, так называемый 2,5-мерный характер. Это напрямую связано с наличием силы тяжести. Для левитации пылевых частиц необходимо наличие сильных электрических полей. Такие поля достижимы только в приэлектродном слое — области, характеризуемой высокой анизотропией и надтепловым (а иногда и сверхзвуковым) дрейфом ионов. Внешние силы, действующие на частицы, сопоставимы по величине с силами межчастичного взаимодействия. Это приводит к тому, что системы пылевых частиц сильно сжаты, неоднородны и анизотропны в вертикальном направлении. В этих условиях сопоставление с теоретическими результатами, полученными в рамках трехмерных дебаевских систем, в большинстве случаев неправомерно.

Приведем для справки основные параметры плазмы и частиц в описываемых экспериментах. Диаметры используемых в экспериментах частиц обычно лежат в диапазоне от 1 до 30 мкм. Давления нейтрального (обычно инертного) газа лежит в диапазоне от 0,01 до 1 Торр. Концентрация плазмы в объеме разряда $n_\mathrm{e} \sim n_\mathrm{i} \sim 10^8$–$10^{10}$ см$^{-3}$. Температура электронов составляет $kT_\mathrm{e} \sim$ 1–5 эВ, а ионы принято считать находящимися в тепловом равновесии с нейтралами (обычно при комнатной температуре), $kT_\mathrm{i} \sim kT_\mathrm{n} \sim 0{,}03$ эВ. Отметим также некоторые особенности приэлектродного слоя, где обычно левитируют частицы. Приэлектродный слой является областью положительного пространственного заряда, так что концентрация ионов даже в отсутствие пылевого компонента может превышать концентрацию электронов. Скорость ионов на входе в бесстолкновительный слой удовлетворяет критерию Бома, $u \geqslant c_\mathrm{i} = \sqrt{kT_\mathrm{e}/m_\mathrm{i}}$ (c_i — ионно-звуковая скорость). Для столкновительного слоя направленная скорость может быть меньше, однако обычно она существенно выше тепловой скорости, $u \gg v_{T_\mathrm{i}}$. При этом характерным масштабом экранирования заряда пылевых частиц становится электронный дебаевский радиус λ_De, поскольку быстрые ионы практически не принимают участия в экранировке. Наконец, напомним, что потенциал взаимодействия

между частицами становится сильно анизотропным. В направлении, перпендикулярном потоку ионов, частицы по-прежнему взаимодействуют посредством экранированного кулоновского потенциала (с длиной экранировки близкой к λ_{De}), в то время как по направлению потока становятся важными эффекты, связанные с фокусировкой ионов за частицами (см. п. 11.2.4).

Структурные свойства сильнонеидеальных плазменно-пылевых систем были исследованы в работах [13–16, 161–163]. В них были обнаружены кристаллические решетки типов bcc, fcc, hcp, fco, а также сосуществование некоторых из них при определенных параметрах плазмы и пылевых частиц.

Для количественного анализа упорядоченных структур пылевых частиц, наблюдаемых в эксперименте, принято использовать три характеристики [162]: парную корреляционную функцию $g(r)$, ориентационную корреляционную функцию $g_6(r)$ и структурный фактор $S(k)$. Парная корреляционная функция $g(r)$ определяет вероятность нахождения двух частиц на расстоянии r друг от друга. Для идеального кристалла $g(r)$ представляет собой серию δ-образных пиков, расположение и амплитуда которых зависит от типа кристаллической решетки (для газообразного состояния $g\,(r) \equiv 1$). Парная корреляционная функция является мерой трансляционного порядка в системе взаимодействующих частиц. Ориентационная корреляционная функция (для двумерных систем) определяется углами между линиями, соединяющими соседние частицы, и произвольно выбранным направлением. Для идеальной гексагональной структуры $g_6\,(r) \equiv 1$, тогда как для других состояний она убывает с расстоянием. Ориентационная корреляционная функция является, очевидно, мерой ориентационного порядка в системе. Наконец, статический структурный фактор является мерой упорядоченности системы. Он определяется как $S\,(k) = (1/N)\left\langle \sum\limits_{i,j} \exp\left[i\mathbf{k}\,(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)\right] \right\rangle$, где $\mathbf{r}_i$ и $\mathbf{r}_j$ обозначают позиции i-й и j-й частиц, а $\langle \ldots \rangle$ — усреднение по ансамблю. Отметим, что структурный фактор связан с парной корреляционной функцией посредством преобразования Фурье (см., например, [144]):

$$S\,(k) = 1 + n_{\mathrm{d}} \int d\mathbf{r}\,[g\,(r) - 1] \exp\left(-i\mathbf{k}\mathbf{r}\right).$$

Применение описанных выше характеристик для анализа статических свойств сильноупорядоченной структуры пылевых частиц произведено в работе [162]. Там же выполнено сопоставление полученных количественных результатов с представлениями теории двумерного плавления (так называемая теория Костерлица–Тоулесса–Гальперина–Нельсона–Янга).

Как уже отмечалось во введении, пылевая плазма обладает целым рядом уникальных свойств, делающих ее привлекательной системой для исследования различных коллективных процессов, в том числе фазовых переходов. Так, малые времена релаксации и отклика на внешние возмущения, а также простота наблюдения позволяют не ограничиваться изучением статических структурных характеристик, а детально исследовать динамику фазовых переходов [137, 164–166]. Обычно экспериментально изучаются фазовые переходы из кристаллического в жидкостное и газообразное состояние. Плавление кристаллической решетки пылевых частиц можно инициировать либо уменьшением давления нейтрального газа, либо увеличением подаваемой в разряд мощности. Это объясняется тем, что параметры плазмы изменяются при этом таким образом, что неидеальность системы уменьшается. В первую очередь уменьшение неидеальности (по крайней мере, в экспериментах с уменьшением давления) связано со значительным ростом кинетической энергии частиц. Так, имея вначале тепловую энергию порядка температуры нейтрального газа $kT_{\mathrm{d}} \sim$ $\sim kT_{\mathrm{n}} \sim 0{,}03$ эВ в сильно упорядоченной (кристаллообразной) структуре, по мере уменьшения давления и плавления структуры температура пылевых частиц достигала ~ 5 эВ в [164] и ~ 50 эВ в [165] при наименьшем давлении. Такой «аномальный разогрев» пылевого компонента в плазме указывает на наличие некоторого источника энергии, которая эффективно перекачивается в кинетическую энергию пылевых частиц. Диссипация кинетической энергии в свою очередь происходит за счет трения о нейтральный газ. При этом с уменьшением давления диссипация уменьшается, что и приводит к разогреву частиц. В литературе было предложено несколько возможных причин аномального разогрева: случайные флуктуации зарядов пылевых частиц и приобретение энергии последними во внешнем электрическом поле [17, 68, 70–72]; разогрев, связанный с фокусировкой ионов и связанной с ней анизотропией взаимодействия между частицами из разных слоев кристалла [167]; пространственные вариации заряда пыли за счет пространственной неоднородности плазмы [168], потоковая неустойчивость жидкостной пылевой системы из-за наличия дрейфа ионов [169]. Однако точная природа разогрева до сих пор не установлена, поэтому требуются дальнейшие детальные экспериментальные исследования и их сравнение с теоретическими моделями.

Остановимся подробнее на процессе плавления плазменно–пылевого кристалла при уменьшении давления. Сосредоточимся здесь на основных результатах классического эксперимента, выполненного в [164]. В данном эксперименте исследовалось плавление «плоского» кристалла (состоящего из нескольких слоев), образованного монодисперсными частицами меламинформальдегида диаметром 6,9 мкм. Плавление инициировалось плавным уменьшением давления в плазме

криптона от $p = 42$ Па, при котором наблюдалась стабильная упорядоченная структура частиц с $T_\mathrm{d} \sim T_\mathrm{n}$, до $p = 22$ Па, при котором система теряла какую-либо упорядоченность и находилась в «газообразном» состоянии. В процессе уменьшения давления измерялась парная корреляционная функция, ориентационная корреляционная функция и кинетическая энергия пылевой системы.

Анализ этих характеристик показал, что процесс плавления в данном случае можно условно разделить на четыре этапа. Первый этап («кристаллический») характеризуется сохранением кристаллической решетки в горизонтальной плоскости и расположением пылевых частиц строго друг под другом в вертикальном направлении при медленном уменьшении давления от начального. Частицы испытывают тепловые колебания в узлах решетки ($T_\mathrm{d} \sim T_\mathrm{n}$) и весьма редкие нетепловые осцилляции большой амплитуды, в основном в окрестностях дефектов решетки. Второй этап («острова и потоки») характеризуется появлением сосуществующих областей с упорядоченной кристаллической структурой («острова») и областей, в которых пылевые частицы совершают систематическое направленное движение («потоки»). На этом этапе существенно уменьшается трансляционная и ориентационная упорядоченность, а также становятся возможными миграции отдельных пылевых частиц в вертикальном направлении между слоями. Тепловое движение по прежнему определяется комнатной температурой $v_{T_\mathrm{d}} \sim 0{,}2$ мм $\cdot$ с$^{-1}$, а направленная скорость в потоках примерно в два раза меньше тепловой. Третий этап («вибрационный») характеризуется некоторым увеличением ориентационного порядка и уменьшением областей систематического направленного движения пылевых частиц. Однако, появляются изотропные колебания пылевых частиц, амплитуда которых растет. Кинетическая энергия и вертикальные миграции частиц растут, а трансляционный порядок продолжает уменьшаться. Наконец, на четвертом этапе («беспорядок») пропадает какой-либо трансляционный или ориентационный порядок, наблюдается свободное блуждание пылевых частиц как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскости с кинетической энергией, в сотни раз превышающей температуру нейтрального газа ($kT_\mathrm{d} \sim 4{,}4$ эВ).

На рис. 11.14 приведены количественные результаты анализа корреляционных функций $g(r)$ и $g_6(r)$ в ходе плавления. Отмечены три области: «кристаллическая», «вибрационная» и «беспорядок».

В заключение еще раз отметим, что для описания рассмотренных экспериментов, строго говоря, не справедливы теоретические представления как о двумерных так и о трехмерных фазовых переходах, поскольку системы существенно 2,5-мерны. С этой точки зрения представляет интерес экспериментальное исследование плавления однослойного пылевого кристалла, а также эксперименты по фазовым переходам в трехмерных системах в условиях микрогравитации.

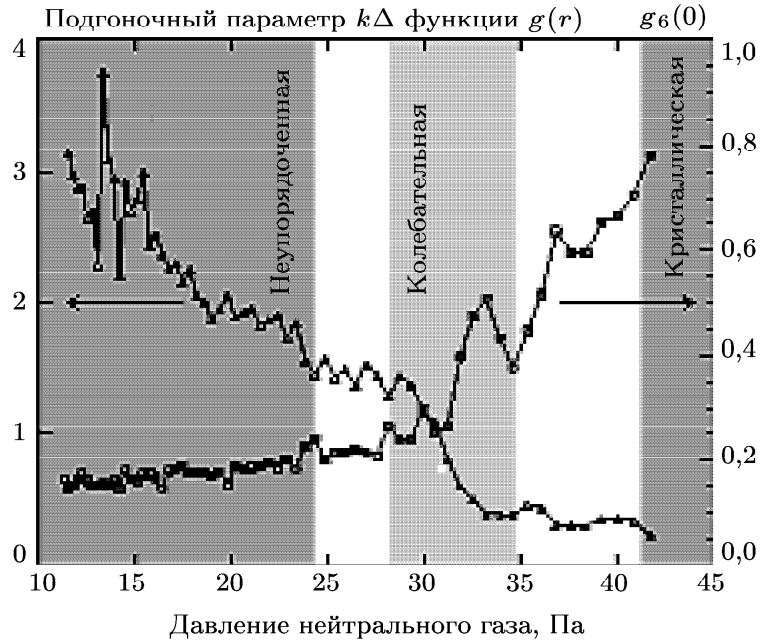


Рис. 11.14. Изменение трансляционного (Δ) и ориентационного ($\square$) порядков во время фазового перехода, в зависимости от давления нейтрального газа [164]. Отмечены следующие области: при давлении $p \sim 42$ мбар — «кристаллическая» фаза, при $p \sim 0{,}32$ мбар — «вибрационная» фаза, при $p \sim 0{,}24$ мбар — «беспорядочная» фаза. Промежуточной фазе «острова и потоки» соответствует давление $\sim 0{,}36$ мбар

Упорядоченные структуры пылевых частиц в разряде постоянного тока. Для формирования упорядоченных плазменно-пылевых структур используется также газовый разряд постоянного тока [21, 63, 80, 170]. Принципиальная схема установки представлена на рис. 11.15. Разряд создается в вертикально установленной цилиндрической трубке. Вводимые в разряд частицы могут левитировать в областях баланса внешних сил, где они освещаются лазерным излучением и регистрируются с помощью видеокамеры. Обычные условия в разряде — давление газа от долей Торр до нескольких Торр, и разрядный ток от долей мА до нескольких мА. Структуры обычно наблюдаются в стоячих стратах положительного столба тлеющего разряда, хотя могут также находиться в двойном электрическом слое, формируемом в сужении при переходе от узкой катодной части положительного столба к широкой части анодного столба, в специально организованной многоэлектродной системе, имеющей три и более электродов с различными потенциалами, и т. д. То есть там, где имеется достаточно сильное электрическое поле для левитации частиц. В этих областях многие особенности, рассмотренные выше в контексте ВЧ разряда (неизотропность, ионный поток), также имеют место.

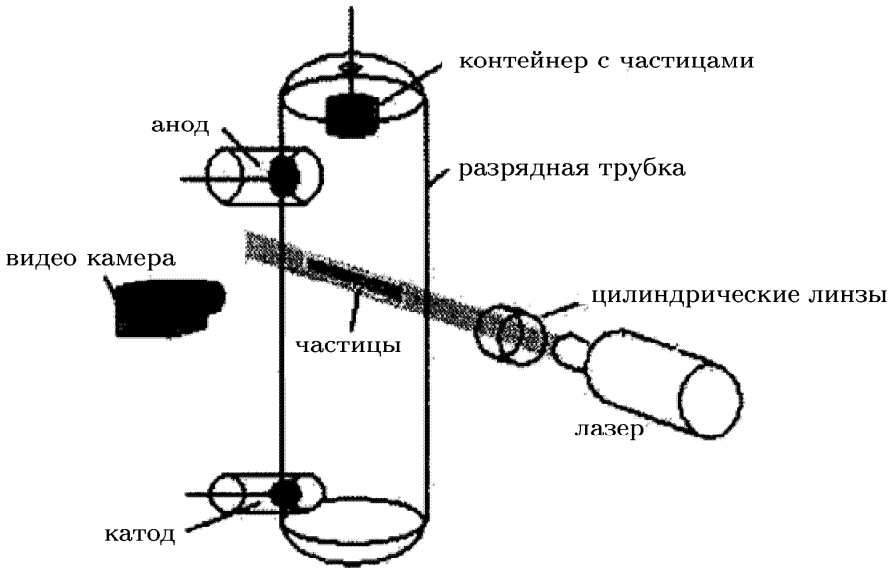
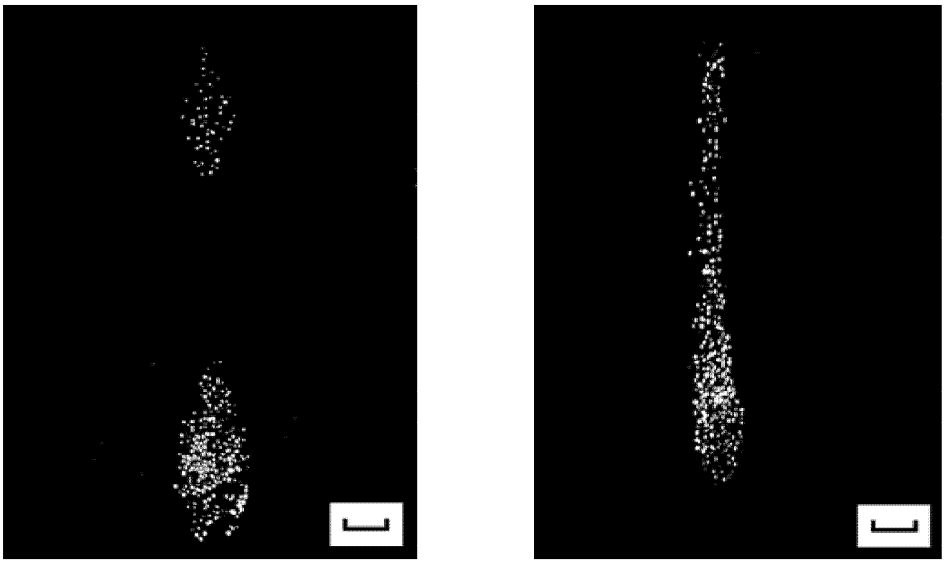


Рис. 11.15. Принципиальная схема эксперимента по изучению формирования упорядоченных структур в газовом разряде постоянного тока

Большинство экспериментов были проведены в стоячих стратах тлеющего разряда. В положительном столбе разряда низкого давления потеря энергии электронов в упругих столкновениях мала, и функция распределения электронов формируется под действием электрического поля и неупругих столкновений, что может приводить к появлению страт — пространственной периодичности параметров плазмы с характерным масштабом порядка нескольких сантиметров [171–173]. Концентрация электронов, их распределение по энергиям, а также электрическое поле сильно неоднородны по длине страты. Электрическое поле относительно велико в голове страты (в максимуме около 10–15 $\text{В} \cdot \text{см}^{-1}$) – области, занимающей 25–30% длины страты, и мало (около 1 $\text{В} \cdot \text{см}^{-1}$) — вне этой области. Максимальное значение концентрации электронов сдвинуто относительно максимальной напряженности поля в сторону анода. Распределение электронов по энергиям имеет бимодальный характер, причем в голове страты преобладает второй максимум, центр которого лежит вблизи потенциала возбуждения атомов буферного газа. За счет высокого плавающего потенциала стенок разрядной трубки страты имеют существенно двумерный характер: разность потенциалов (центр–стенка) в голове страты достигает 20–30 В. Таким образом, в голове каждой страты имеется электростатическая ловушка, которая в случае вертикальной ориентации способна удержать частицы, имеющие достаточно большой заряд и небольшую массу, от падения на расположенный внизу катод, а сильное радиальное поле препятствует их выпадению на стенки разрядной трубки.

Процесс формирования структуры обычно выглядит следующим образом: после инжекции частиц в плазму положительного столба разряда заряженные частицы проскакивают положение равновесия, а затем в течении нескольких секунд «всплывают» и выстраиваются в структуру, сохраняющуюся достаточно долго (все время наблюдения) при неизменных параметрах разряда. Наблюдается одновременное существование упорядоченных структур в нескольких соседних стратах. На рис. 11.16*а* приведена фотография двух пылевых структур, формируемых полыми тонкостенными микросферами из боросиликатного стекла диаметром 50–63 мкм в двух соседних стратах. На рис. 11.16*б* показано их слияние в одно достаточно протяженное образование при изменении условий разряда [63]. Этот рисунок свидетельствует о возможности формирования гораздо более протяженных в вертикальном направлении структур, по сравнению с ВЧ разрядом. Фактически в [63] были впервые получены трехмерные квазикристаллические пылевые структуры.



а *б*

Рис. 11.16. Видеоизображение структур образованных заряженными микросферами из боросиликатного стекла (*а*) — в двух соседних стратах (давление около 0,5 Торр, разрядный ток 0,5 мА); (*б*) — после их слияния (давление около 0,4 Торр, разрядный ток 0,4 мА). Указанный на рис. масштаб соответствует 3 мм

Здесь так же, как и в плазменно-пылевых кристаллах радиочастотного разряда, наблюдается переход из квазикристаллического состояния в жидкость и газ. Это происходит при понижении давления или увеличении разрядного тока. Например (см. [63]), для структуры частиц Al_2O_3 диаметром 3–5 микрон, при давлении 0,3 торр и токе 0,4 мА (по оценкам, концентрация электронов $n_e = 10^8$ см$^{-3}$, электронная

температура $kT_e \sim 4$ эВ), функция распределения обнаруживает дальний порядок с четырьмя хорошо выраженными максимумами. При увеличении тока примерно на порядок до 3,9 мА ($n_e = 8 \cdot 10^8$ см$^{-3}$) происходит «плавление» плазменного кристалла, и обнаруживается лишь ближний порядок. Следует отметить, что при этом фазовом переходе межчастичное расстояние, равное 250 мкм, остается практически неизменным.

Как и для плазменных кристаллов в радиочастотной плазме, в разряде постоянного тока, наблюдался эффект «аномального разогрева» пылевых частиц. При определенных условиях кинетическая энергия пылевых частиц достигала величины порядка 50 эВ [170]. Такой рост энергии обусловливает плавление пылевых кристаллов, наблюдаемое при изменении параметров плазмы.

В случае малых частиц увеличение их числа при определенных параметрах разряда приводит к формированию структур, где сосуществуют различные области (рис. 11.2): область сильного упорядочения («плазменные кристаллы»), области с конвективным и колебательным движением частиц («плазменно-пылевая жидкость»). При этом, как правило, в нижней части структуры наблюдаются колебательные движения частиц в вертикальном направлении (волны плотности частиц), с частотой 25–30 Гц и длиной волны около 1 мм, при среднем расстоянии между частицами 200 мкм. Самовозбуждаемые колебания такого рода могут соответствовать неустойчивости пылезвуковых колебаний (возможные причины рассмотрены в п. 11.4). Практически во всей центральной части существует плазменный кристалл с четким цепочечным упорядочением. На периферии верхней части структуры имеются области с конвективным движением частиц, которое ослабевает к центру структуры. Такая сложная картина связана со своеобразным распределением сил, действующих на пылевые частицы, и распределением параметров плазмы по страте.

Интересный эффект наблюдался в работе [174]. Было обнаружено, что упорядоченные пылевые структуры изменяют не только электрические поля в страте, где они левитируют, но влияют также и на свойства окружающей плазмы. При прохождении тока через пылевой кристалл, при определенных условиях, над кристаллом образовывались светящиеся плазменные струи, направленные к аноду. Авторы работы [174] полагают, что двигаясь вдоль каналов, образованных ближайшими параллельными цепочками заряженных пылевых частиц, электроны испытывали скользящие столкновения и зеркальные отражения и запирались в этих каналах. «Каналированные электроны» ускорялись, проходя через кристалл, подобно тому, как это происходит в твердом теле [175], что и приводило к дополнительному возмущению плазмы в форме светящихся нитей над кристаллом.

Упорядоченные структуры в термической плазме. Термическая плазма представляет собой низкотемпературную плазму, характеризующуюся равенством температур электронного, ионного и нейтрального компонентов. Присутствие в такой плазме жидких или твердых частиц малого размера может значительно изменять ее электрофизические свойства. Эффекты, связанные с присутствием частиц, наблюдались еще в ранних экспериментах при исследовании плазмы углеводородного пламени (см., например, [29]).

Экспериментальное изучение формирования упорядоченных структур пылевых частиц в термической плазме проводилось в практически ламинарном слабоионизованном потоке при температуре плазмы 1700–2200 K и атмосферном давлении [18, 176–178]. Источник плазмы формировал достаточно протяженный и однородный объем (около 30 $см^3$) квазинейтральной термической плазмы, в который вводились частицы CeO_2. Основными компонентами плазмы наряду с частицами были электроны и однократно заряженные ионы Na^+. Концентрация электронов лежала в диапазоне 10^9–10^{12} $см^{-3}$. Пылевые частицы заряжались потоками электронов и ионов, а также путем термоэлектронной эмиссии. Благодаря доминированию последнего механизма заряд пылевых частиц был положительным и составлял 10^2–10^3 элементарных зарядов. Здесь, в отличие от газовых разрядов в лабораторных условиях, пылевая система была изотропной и достаточно однородной, так как действие силы тяжести не играло существенной роли.

Сравнительно большие объемы плазмы и её однородность позволили провести измерения свойств газа и частиц различными методами, как зондовыми (рис. 11.17), так и оптическими (рис. 11.18), и, тем самым, получить данные о параметрах плазмы, характеризующих ее состояние.

Концентрации положительных ионов щелочных металлов и электронов измерялись различными зондовыми методами. Температура газа и концентрация атомов щелочных металлов измерялись традиционными методами: обобщенным методом обращения и методом полного поглощения. Для определения среднего (заутеровского) диаметра D_{32} и концентрации макрочастиц n_d в струе плазмы применялся метод апертурной прозрачности. Пространственные структуры макрочастиц анализировались с помощью измерений парной корреляционной функции $g(r)$, определяемой с использованием лазерного времяпролетного счетчика. Измерительный объем счетчика формировался путем фокусировки пучка аргонового лазера ($\lambda = 0{,}488$ мкм) в заданной области плазменной струи (рис. 11.18). Импульсы рассеяния от отдельных частиц преобразовывались фотоприемником (ФП) в электрические сигналы. Результаты обработки полученных сигналов использовались для расчета парной корреляционной функции $g(r)$.

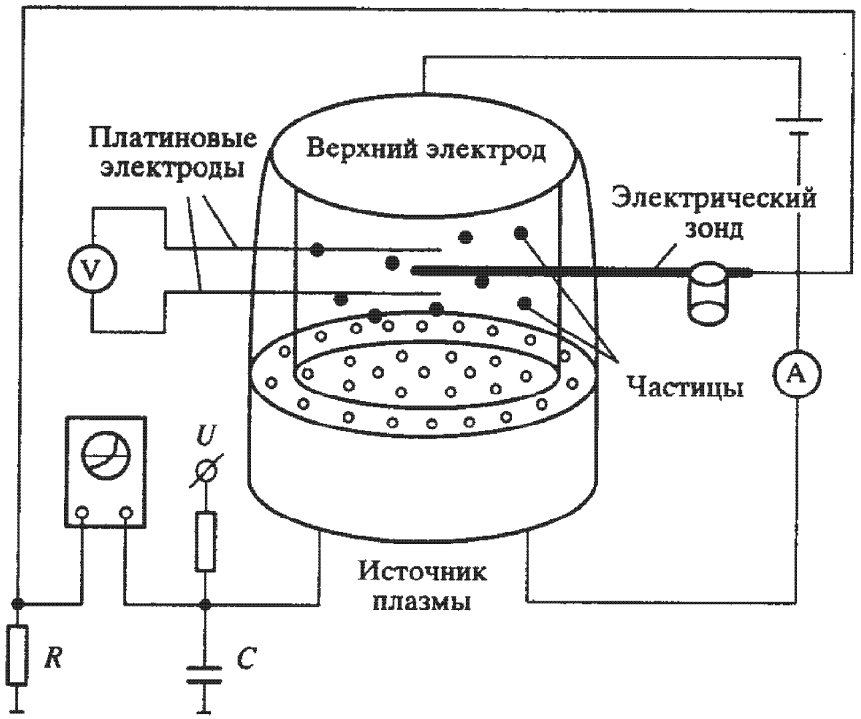


Рис. 11.17. Источник термической плазмы и средства зондовой диагностики

Измерения пространственных структур макрочастиц сравнивались с результатами, полученными для аэрозольной струи при комнатной температуре. В последнем случае во внутренний факел горелки подавался только воздух с частицами CeO_2. Такая система моделирует плазму со случайным (хаотическим) пространственным расположением макрочастиц («газообразная» плазма).

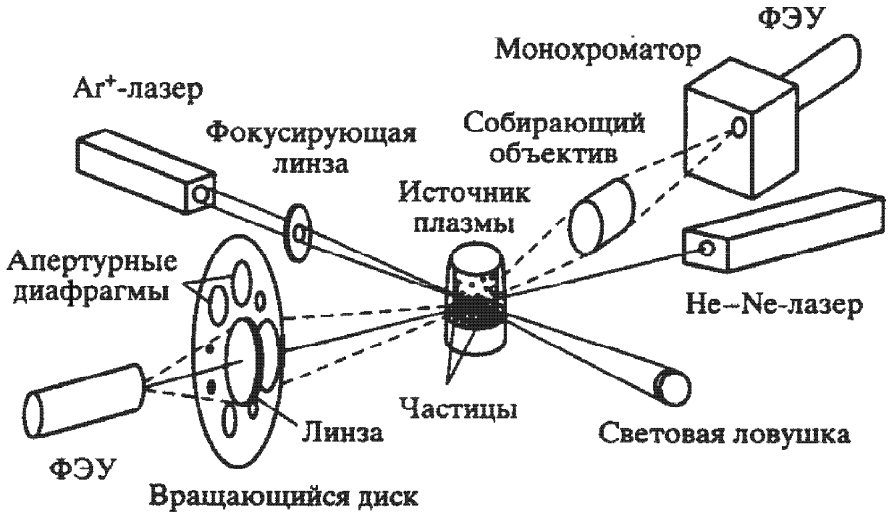


Рис. 11.18. Схема оптических измерений размеров, концентрации и пространственных структур макрочастиц в термической плазме

На рис. 11.19 показаны типичные парные корреляционные функции $g(r)$ для частиц CeO_2 диаметра $D_{32} \approx 1{,}8$ мкм в аэрозольной струе при комнатной температуре ($T_g \cong 300$ K) и в плазме ($T_g = 2170$ K и $T_g = 1700$ K). Хорошо видно, что корреляционные функции $g(r)$ для плазмы при температуре $T_g = 2170$ K и концентрации частиц $n_d = 2{,}0 \cdot 10^6$ см$^{-3}$ (рис. 11.19*б*) и для аэрозольной струи (рис. 11.19*а*) практически не отличаются, что указывает на существование слабоупорядоченной «газообразной» структуры. При более низкой температуре плазмы, $T_g = 1700$ K, и концентрации частиц $n_d = 5{,}0 \cdot 10^7$ см$^{-3}$ парная корреляционная функция $g(r)$, как видно из рис. 11.19*в*, обнаруживает ближний порядок, характерный для структур типа жидкости. В этих условиях, как показали диагностические измерения, концентрация ионов ($n_i \sim 10^9$ см$^{-3}$) примерно на порядок ниже концентрации электронов ($n_e \sim 5 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$). Заряд частиц, полученный из условия квазинейтральности $Z_d n_d = n_e$, положителен и составляет порядка 10^3 элементарных зарядов, с точностью до коэффициента 2. Тем самым, отношение среднего расстояния между частицами к электронному радиусу Дебая составляет $\kappa \sim 2$, а модифицированный параметр неидеальности лежит в пределах $\tilde{\gamma}^* \sim 50$–200. Эти значения близки к условиям кристаллизации, полученным в рамках изотропной трехмерной дебаевской модели (см. п. 11.3.1). Относительно слабая упорядоченность структуры, диагностируемой в эксперименте, объясняется существенной нестационарностью системы: за промежуток времени от ввода пылевых частиц в плазму до момента измерения парной корреляционной функции процесс формирования не успевает полностью завершиться. Об этом свидетельствуют расчеты динамики формирования упорядоченных структур пылевых частиц в условиях эксперимента методом молекулярной динамики [179, 180].

В работе [181] были выполнены эксперименты по определению параметров плазмы с конденсированной дисперсной фазой (КДФ) продуктов сгорания твердых синтетических топлив различного состава. В большинстве экспериментов параметр неидеальности γ был мал по сравнению с 1, и упорядоченные структуры частиц КДФ не наблюдались. Основным препятствием образованию упорядоченных структур являлось наличие заметного количества примесей щелочных металлов в образцах топлива, что увеличивало степень ионизации плазмы и, как следствие, уменьшало дебаевский радиус экранирования. Упорядоченное расположение частиц КДФ удалось наблюдать лишь для топлива с малым содержанием щелочных добавок, частицы которого были покрыты алюминием. В этом случае параметр неидеальности достигал значений 10–30, что соответствовало структуре «плазменной жидкости». Анализ экспериментальных корреляционных функций подтвердил наличие ближнего порядка при достаточно больших концентрациях частиц.

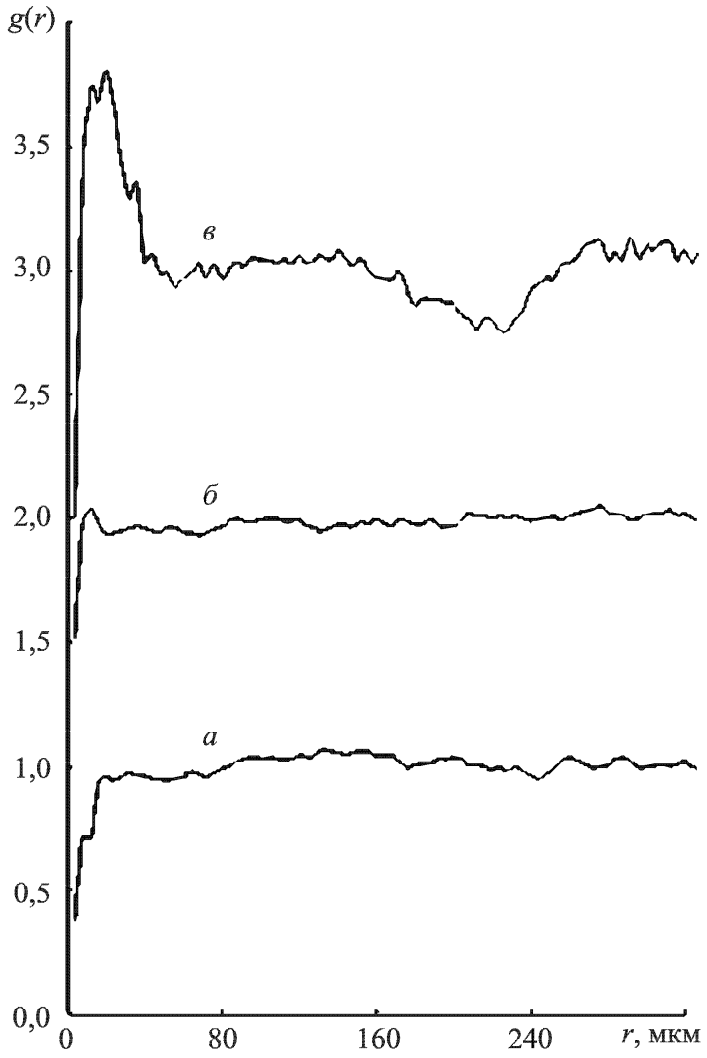


Рис. 11.19. Бинарная корреляционная функция $g(r)$ для частиц CeO_2 в воздушной струе, при температуре газа $T_g \approx 300$ K ($а$), и в плазме ($Z_d \sim 10^3$) при $T_g \approx 1170$ K ($б$) и $T_g \approx 1700$ K ($в$)

Упорядоченные структуры в ядерно-возбуждаемой плазме. Ядерно-возбуждаемая плазма формируется при прохождении через вещество продуктов ядерных реакций, которые создают в своем треке электрон-ионные пары, а также возбужденные атомы и молекулы. Ядерно-возбуждаемая плазма инертных газов по своим физическим характеристикам значительно отличается как от термической плазмы, так и от плазмы газового разряда. При относительно невысоких интенсивностях радиоактивных источников, применяемых в лабораторных условиях, такая плазма имеет ярко выраженную трековую структуру. Треки в пространстве и во времени распределены случайным образом.

Экспериментальные исследования проводились в плоско-параллельной ионизационной камере, помещенной в герметичную прозрачную кювету [182]. В качестве ионизаторов использовались β-частицы (продукты распада ^{141}Ce) или α-частицы и осколки деления (продукты распада ^{252}Cf) [182, 183]. Энергии продуктов реакций, их пробеги в воздухе и в материале пылевых частиц, а также число вторичных электронов при попадании продуктов в пылевую частицу приведены в табл. 11.1.

Таблица 11.1. Основные характеристики ионизаторов

Ионизатор	Средняя начальная энергия	Полный пробег в твердом веществе (CeO_2)	Полный пробег в воздухе ($p = 1$ атм), см	Число электронов на одну первичную частицу
бета-частица	138 кэВ	58 мкм	5,6	≈ 5
средний осколок деления	90 МэВ	5,5 мкм	2,3	≈ 250
альфа-частица	6 МэВ	20 мкм	4,7	≈ 10

В плазме атмосферного воздуха при напряженности внешнего электрического поля менее 20 В/см левитирующие пылевые частицы образовывали структуры жидкостного типа — парная функция распределения имела один максимум. При более высоких напряженностях электрического поля пылевые частицы двигались по замкнутым траекториям, образующим в объеме экспериментальной цилиндрической камеры тор с осью, совпадающей с осью цилиндра.

В инертном газе возникали плотные пылевые структуры с резкими границами, пылевые частицы образовывали структуры жидкостного типа (рис. 11.20*а*). В неоднородном электрическом поле пылевые частицы собирались во вращающуюся структуру, в которой с течением времени происходила агломерация мелких частиц в более крупные фрагменты (рис. 11.20*б*) [184].

В опытах использовались цинковые частицы и окись церия. Размер пылевых частиц оценивался по скорости падения частиц после снятия внешнего электрического поля и составлял 1,4 мкм. Значение электрического заряда оценивалось из условий равновесия левитирующих частиц и медленно движущихся частиц. Заряды частиц в зависимости от радиуса лежали в интервале от 400 до 1000 элементарных зарядов.

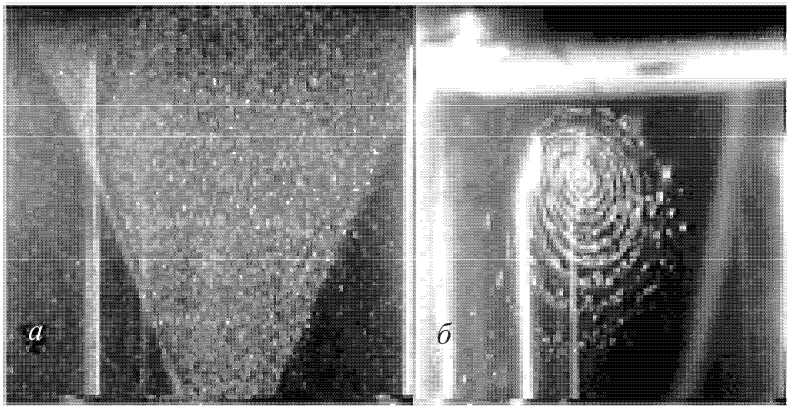


Рис. 11.20. Пылевая структура из микронных цинковых частиц в ядерно-возбужденной плазме, полученная в неоне при давлении 0,75 атм и напряженности внешнего электрического поля 30 $В \cdot см^{-1}$ (*а*); вращающаяся пылевая структура из микронных частиц цинка, полученная в неоне, заметна агломерация пылевых частиц (*б*)

Для расчета заряда сферической пылевой частицы в ядерно-возбуждаемой плазме ввиду ее пространственно-временной неоднородности приходилось применять нетрадиционные подходы. Процесс зарядки пылевых частиц рассматривается после того, как трековая плазма распалась на два облака: электронов и ионов. Эти облака разделяются в пространстве и дрейфуют к противоположным электродам. Если облако электронов или ионов по пути к соответствующему электроду встречает пылевую частицу, то эта частица получает из облака часть заряда. Статистическое рассмотрение этих процессов во времени является основой математической модели расчета заряда пылинки. Ток электронов на частицу определялся сечением поглощения электронов в бесстолкновительном приближении. Для тока ионов было использовано диффузионное приближение. В процессе моделирования сначала разыгрывались момент рождения и направление вылета ионизирующей частицы из источника, а также ее тип (альфа-частица или осколок деления) [24]. Расчет показал, что заряд частицы флуктуирует во времени. Наряду с процессом увеличения абсолютной величины заряда за счет взаимодействия пылинки с электронами, присутствуют более редкие события взаимодействия с ионами, сильно уменьшающими заряд по абсолютной величине. Вклад альфа-частиц приводит к сложной зависимости заряда от времени. Характерное время изменения заряда лежит в интервале 10^{-3}–10^{-2} с. Ввиду малости этого времени пылевая частица взаимодействует с внешним полем, как бы имея средний заряд. Средний по времени заряд, рассчитанный в рамках такой модели, в большинстве случаев лежит близко к значениям, найденным для уравновешенных частиц из баланса гравитационной и электрической сил. Флуктуации, сравнимые по величине с величиной

заряда, могут являться одной из причин, препятствующих образованию сильноупорядоченных структур пылевых частиц.

При попадании пылевой частицы в трековую область каскадные электроны, имеющие среднюю энергию $\sim$ 100 эВ, могли бы приводить к величинам зарядов, достаточным для кристаллизации пылевой подсистемы. Для изучения процесса формирования заряда была разработана численная модель, основанная на системе уравнений для решения двумерной задачи пространственно–временной эволюции трека. Система включает в себя кинетическое уравнение для электронов, уравнение непрерывности для тяжелых компонентов (ионы, атомы и т. д.), уравнение Пуассона, а также уравнения, описывающие цепочки плазмохимических реакций. Из расчета следует, что из одиночного трека пылинка захватывает не более 10 электронов. Следовательно, для сообщения частице большого по величине заряда требуется воздействие на нее многих треков.

Для того, чтобы скорость зарядки в трековых областях преобладала над скоростью зарядки от дрейфовых потоков, необходимо иметь поле ионизирующего излучения с величиной потока порядка 10^{13} см$^{-2} \cdot$ с$^{-1}$. Такой поток может быть получен в пучке ускорителя заряженных частиц. К настоящему времени были проведены эксперименты с использованием непрерывного пучка круглого сечения с апертурой 15 мм, током до 1 мкА и энергией протонов 2 МэВ. При отсутствии внешнего электрического поля наблюдалась стратификация пылевого компонента в неоне, т. е. образовывались области незаполненные пылевыми частицами.

11.3.3. Пылевые кластеры в плазме. Пылевыми кластерами в плазме принято называть упорядоченную систему из конечного числа пылевых частиц, взаимодействующих посредством парного отталкивающего дебаевского потенциала и удерживаемых внешними силами (например, электростатической природы). Такие системы иногда также называют кулоновскими кластерами или кластерами Юкавы. Отличие пылевых кластеров от пылевых кристаллов носит условный характер: обе системы состоят из конечного числа частиц. Пылевыми кластерами принято называть системы с числом частиц $N \lesssim 10^2$–10^3, а для больших образований использовать термин «кристалл». Похожие системы возникают, например, в однозарядной плазме в ловушках Пеннинга или Пауля [185, 38], в которых вакуумная камера заполняется ионами (см. гл. 10), а также в коллоидных растворах [186]. Отличие между различными системами связано как с видом межчастичного взаимодействия, так и с формой удерживающего потенциала.

Исторически кластеры, состоящие из отталкивающихся друг от друга частиц во внешнем удерживающем потенциале, исследовались сначала с помощью численного моделирования (в основном методами Монте-Карло и молекулярной динамики). Имея ввиду возможность

применения результатов расчетов к пылевым кластерам, отметим работы [187–192]. Большинство расчетов проводилось для двумерных кластеров во внешнем гармоническом (параболическом) потенциале. Это связано с тем, что именно такая конфигурация обычно реализуется в наземных экспериментах с пылевой плазмой в газовых разрядах (см. п. 11.3.2). Расчеты показывают, что для достаточно малого числа частиц они формируют «оболочечную структуру» с числом частиц в оболочках N_i (i — номер оболочки, $\sum N_i = N$). При нулевой температуре существует единственная равновесная конфигурация (N_1, N_2, N_3, ...) для заданного числа частиц N. Такие конфигурации формируют аналог периодической системы Менделеева, структура которой зависит от вида потенциала взаимодействия, удерживающего потенциала и их относительной силы. При конечной температуре могут также реализовываться «метастабильные состояния», энергия которых близка к энергии «основного состояния».

Впервые пылевые кластеры были экспериментально исследованы в работе [193] в приэлектродном слое ВЧ разряда. В этом эксперименте горизонтальное удержание частиц (5 мкм в диаметре) обеспечивалось наличием цилиндра (диаметром 3 см и высотой 1,5 см) расположенного на нижнем электроде. Были исследованы кластеры с числом частиц от нескольких до 791. На рис. 11.21 представлены фотоизображения типичных кластеров из небольшого числа частиц наблюдавшихся в эксперименте. Рис. 11.22 показывает найденную оболочечную структуру для пылевых кластеров. При большем числе частиц внутренние частицы формировали квазиоднородную гексагональную решетку, в то время как вблизи границы располагалось несколько круговых оболочек. Среднее межчастичное расстояние увеличивалось примерно на 10% от центра к периферии.

В работах [194, 120] было осуществлено вращение пылевых кластеров вокруг их оси симметрии. В первой из них вращение кластеров возбуждалось световым давлением лазерного луча, причем это могло быть вращение кластера как единого целого, так и вращение отдельных его оболочек друг относительно друга. Во второй из цитированных работ вращение кластера возбуждалось магнитным полем, параллельным оси симметрии кластера. Магнитное поле искривляло траектории ионов, столкновения которых с пылевыми частицами и приводило к вращению кластеров.

В работе [195] были исследованы колебания в пылевых кластерах, состоящих из 3, 4 и 7 частиц. Там же обсуждается применение этих результатов для диагностики пылевой плазмы (определение заряда частиц и длины экранирования плазмы). В этой связи отметим также работу [196], в которой рассмотрены условия устойчивости и получены аналитические выражения для частот основных мод (для произвольного потенциала межчастичного взаимодействия) для простейших кластеров, состоящих из 2, 3 и 4 частиц.

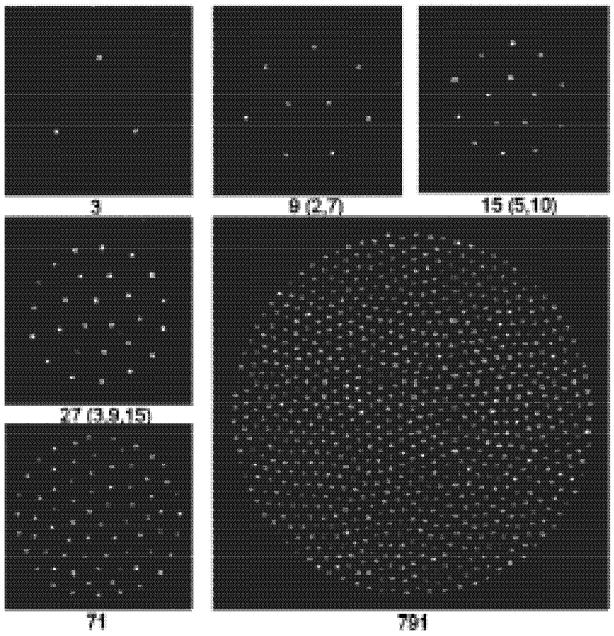


Рис. 11.21. Видеоизображение типичной структуры пылевых кластеров, состоящих из различного числа частиц, обнаруженной в эксперименте [193]. Различные изображения имеют разный масштаб. Типичное межчастичное расстояние лежит в пределах от 0,3 до 0,7 мм

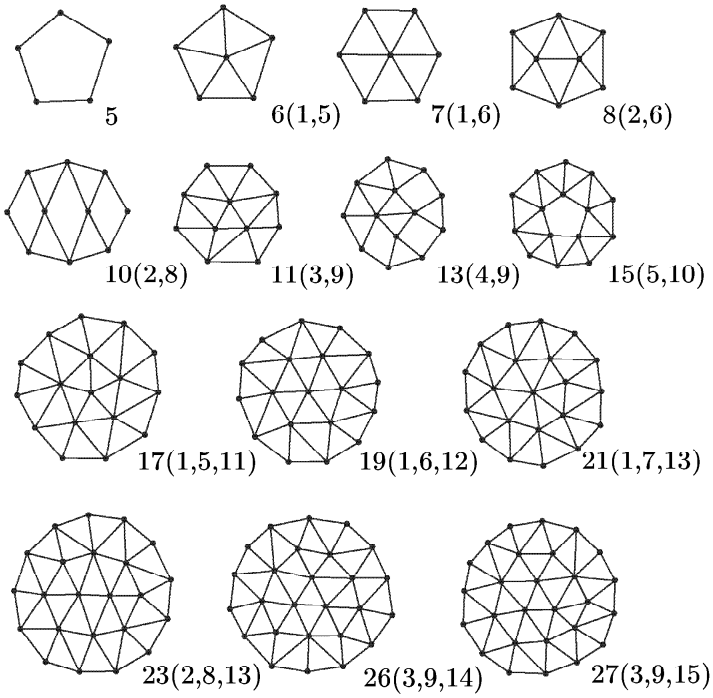


Рис. 11.22. Типичные конфигурации некоторых пылевых кластеров, состоящих из различного числа частиц, обнаруженные в эксперименте [193]

§ 11.4. Колебания, волны и неустойчивости в пылевой плазме

Данный раздел посвящен волновым процессам в пылевой плазме. При выборе материала приоритет в основном отдавался тем явлениям, для которых существуют как теоретические, так и экспериментальные результаты, и которые используются для диагностики лабораторной пылевой плазмы. Поэтому основу изложения составляют линейные колебания в пылевой плазме без магнитного поля (хотя существует также обширная литература по теории нелинейных волн и волн в магнитном поле). Основное внимание уделяется эффектам, качественно связанным с наличием пылевого компонента. Часто они не имеют аналога в обычной многокомпонентной плазме. Вначале рассматривается вопрос об осцилляциях уединенной частицы в приэлектродных слоях газовых разрядов. Затем дается введение в теорию линейных волн в пылевой плазме и рассматриваются некоторые механизмы их неустойчивости и затухания. В заключение раздела обсуждаются некоторые экспериментальные результаты, в том числе генерация волн как средство диагностики пылевой плазмы.

11.4.1. Колебания одиночных частиц в приэлектродном слое газового разряда. Во многих лабораторных экспериментах отрицательно заряженные частицы могут левитировать только в областях достаточно сильного электрического поля, где сила тяжести может быть скомпенсирована электростатической силой. Такой областью зачастую является, например, приэлектродный слой ВЧ разряда, где усредненное за период электрическое поле направлено по направлению силы тяжести [из-за большой массы пылевые частицы, как, впрочем, и ионы не реагируют на ВЧ поле ($f \sim 14$ МГц)]. Это относится и к прикатодному слою разряда постоянного тока. Электрическое поле в этих областях растет практически линейно по направлению к электроду [197] до достаточно большого значения на его поверхности. Изменение заряда частиц связано с ускорением ионов под действием электрического поля и увеличением отношения $n_\mathrm{i}/n_\mathrm{e} > 1$ по мере приближения к электроду (см. рис. 11.5). Обычно заряд сначала несколько уменьшается (увеличивается по абсолютной величине), достигает минимума, а затем увеличивается и даже может становиться положительным в непосредственной близости от электрода. Пример численного расчета зависимости поверхностного потенциала на частице от расстояния до электрода при некоторых параметрах плазмы можно найти в работе [106] для бесстолкновительных и столкновительных приэлектродных слоев в ВЧ разряде и разряде постоянного тока. Для не слишком тяжелых частиц обычно существует устойчивое положение равновесия частицы в приэлектродном слое. Сопоставим ему вертикальную координату $z = 0$.

Из условия баланса сил следует, что

$$m_{\mathrm{d}} g + Z_{\mathrm{d}0} E_0 = 0, \tag{11.81}$$

где $Z_{\mathrm{d}0} = Z_{\mathrm{d}}(0)$ и $E_0 = E(0)$. Для малых смещений частицы относительно положения равновесия (линейных колебаний) потенциальная энергия может быть представлена в виде $W(z) \approx \frac{1}{2} m_{\mathrm{d}} \Omega_{\mathrm{v}}^2 z^2$, где

$$\Omega_{\mathrm{v}}^2 = -\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{Z_{\mathrm{d}}(z) E(z)}{m_{\mathrm{d}}}\right]_{z=0} \tag{11.82}$$

представляет собой частоту вертикальных осцилляций. Как видно из (11.82), она зависит от производной электростатической силы в положении равновесия и массы частицы. В силу относительно большой массы пылевых частиц значение Ω_{v} обычно не слишком велико и лежит в диапазоне 1–100 c^{-1}. Поэтому низкочастотное воздействие на частицу можно использовать для определения резонансной частоты вертикальных колебаний. Последняя выражается через параметры плазмы и частиц.

В качестве простейшего примера рассмотрим гармоническое воздействие на частицу. Уравнение малых колебаний имеет вид

$$\ddot{z} + \nu_{\mathrm{dn}} \dot{z} + \Omega_{\mathrm{v}}^2 z = F_{\mathrm{ex}}(t)/m_{\mathrm{d}}, \tag{11.83}$$

где в данном случае $F_{\mathrm{ex}} = f_0 \cos \omega t$, а f_0 обозначает амплитуду внешней силы. Это уравнение вынужденных колебаний при наличии трения (см. например [126]). Для установившихся колебаний его решение имеет вид $z(t) = A(\omega) \cos(\omega t + \delta)$, где

$$A(\omega) = \frac{f_0}{m_{\mathrm{d}} \sqrt{\left(\Omega_{\mathrm{v}}^2 - \omega^2\right)^2 + \nu_{\mathrm{dn}}^2 \omega^2}} \tag{11.84}$$

есть амплитуда вынужденных колебаний, а δ — сдвиг фаз, $\operatorname{tg} \delta = \frac{\nu_{\mathrm{dn}} \omega}{\omega^2 - \Omega_{\mathrm{v}}^2}$. Амплитуда возрастает при приближении ω к Ω_{v} и максимальна при $\omega = \sqrt{\Omega_{\mathrm{v}}^2 - \nu_{\mathrm{dn}}^2/2}$ (при $\nu_{\mathrm{dn}} \ll \Omega_{\mathrm{v}}$ это значение (ω) отличается от Ω_{v} лишь на величину второго порядка малости). Таким образом, изменяя частоту воздействия ω и измеряя амплитуду осцилляций (11.84) можно определить частоту Ω_{v}, а также ν_{dn}. Такие измерения были впервые осуществлены в работе [198] и позднее использованы для определения заряда пылевых частиц другими авторами [199–201]. Возбуждение происходит либо за счет подачи дополнительного низкочастотного напряжения на электрод (в модифицированном варианте малый зонд, помещенный в плазму вблизи левитирующей частицы), либо за счет воздействия на частицу излучением лазера [201]. Возбуждающая сила не всегда гармоническая, однако, это практически не сказывается на основных свойствах осцилляций. Экспериментальные результаты представлены на рис. 11.23.

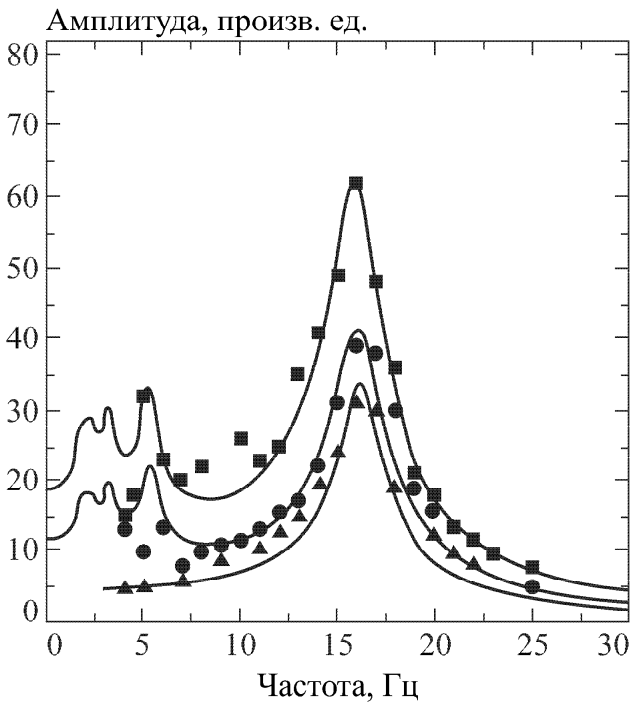


Рис. 11.23. Зависимость амплитуды вынужденных колебаний пылевой частицы в приэлектродном слое ВЧ разряда от частоты [199]. Символы соответствуют экспериментальным результатам, кривые — теория. Использовались различные методы возбуждения колебаний: подача низкочастотного синусоидального напряжения на электрод (▲), подача ступенчатого напряжения на электрод (●), возбуждение, создаваемое механическим прерывателем лазерного излучения, сфокусированного на частице, аналогичное ступенчатой возбуждающей силе (■). Всем методам возбуждения соответствует одна и та же резонансная частота ~ 17 Гц, по значению которой можно оценить заряд частицы

Основная сложность оценки заряда частицы из результатов эксперимента состоит в определении связи между Ω_{v} и Z_{d}. Часто предполагают, что зависимость заряда частицы от вертикальной координаты существенно слабее, чем зависимость напряженности электрического поля, то есть в первом приближении можно предположить $Z_{\mathrm{d}} \approx Z_{\mathrm{d0}} = \mathrm{const}$. Тогда $\Omega_{\mathrm{v}}^2 \approx -Z_{\mathrm{d0}} E'(0)/m_{\mathrm{d}}$. Как уже отмечалось, значение производной E' часто практически постоянно на длине слоя и связано с концентрациями электронов и ионов посредством уравнения Пуассона: $E'(z) = 4\pi e [n_{\mathrm{i}}(z) - n_{\mathrm{e}}(z)]$. Концентрации же n_{i} и n_{e} определяются экстраполяцией результатов зондовых измерений в объеме плазмы в область приэлектродного слоя с помощью различных теоретических моделей (зондовые измерения в слое не практикуются в силу сложности их интерпретации). В связи с этим точность описанного метода не слишком велика. Однако он широко применяется ввиду своей простоты и отсутствия методов существенно превосходящих его по точности.

При увеличении амплитуды возбуждающей силы колебания могут становиться существенно нелинейными. Эксперименты и их теоретическая трактовка описаны в работах [203, 204]. Численная модель, учитывающая зависимость заряда частиц, электрического поля и амплитуды внешней силы от вертикальной координаты, а также расположение источника возбуждения относительно частицы и баланс внешних сил в области приэлектродного слоя, описана в работе [205]. Характерной особенностью нелинейных колебаний является гистерезис зависимости их амплитуды от частоты. Отметим также, что возбуждение нелинейных колебаний, в принципе, позволяет исследовать распределение поля и/или заряда пылевых частиц по длине приэлектродного слоя.

Вертикальные осцилляции частиц в приэлектродных слоях газовых разрядов могут быть связаны не только с действием внешней возбуждающей силы, но и возникать самопроизвольно в результате эффектов, специфичных для пылевой плазмы. Так в экспериментах наблюдался резкий рост амплитуды вертикальных колебаний [206, 207] при определенных условиях (например, понижении давления) в приэлектродном слое разряда постоянного тока и ВЧ разряда. Различные аспекты теории вертикальных колебаний рассмотрены в работах [68, 70, 74, 208]. При дальнейшем изложении мы опускаем рассмотрение простейшего эффекта, связанного с броуновским движением частицы, вызванным случайным характером столкновений с атомами нейтрального газа. Этот эффект имеет место всегда и аддитивен с остальными, а его величина (амплитуда колебаний) обычно невелика с практической точки зрения.

Один из эффектов, приводящих к вертикальным осцилляциям, связан со случайными вариациями заряда частиц, обусловленными стохастической природой процесса зарядки, и рассмотрен в работах [68, 70, 71]. Для его описания нужно правую часть (11.83) представить в виде $F_{\mathrm{ex}} = eE_0\delta Z_{\mathrm{d}}$, где δZ_{d} — случайное отклонение заряда от его среднего значения, являющееся случайной функцией времени. Амплитуда осцилляций также будет случайной функцией времени. Однако, используя свойства случайных вариаций заряда [выражения (11.34)–(11.37)], можно найти ее среднеквадратичное значение. Легко показать, что для характерных условий ($\Omega_{\mathrm{ch}} \gg \Omega_{\mathrm{v}} \gg \nu_{\mathrm{dn}}$), средний квадрат амплитуды осцилляций, связанных со случайными вариациями заряда оценивается как

$$\left\langle \Delta z^2 \right\rangle \approx \frac{g^2\gamma^2}{|Z_{\mathrm{d}}|\,\Omega_{\mathrm{ch}}\Omega_{\mathrm{v}}^2\nu_{\mathrm{dn}}} \tag{11.85}$$

и возрастает с уменьшением давления нейтрального газа. Отметим также, что поскольку $\Omega_{\mathrm{ch}} \propto a$, $\nu_{\mathrm{dn}} \propto a^{-1}$, $|Z_{\mathrm{d}}| \propto a$, и в первом приближении $\Omega_{\mathrm{v}} \propto |Z_{\mathrm{d}}|/m_{\mathrm{d}} \propto a^{-2}$, то $\left\langle \Delta z^2 \right\rangle \propto a^3$, т. е. средний квадрат амплитуды осцилляций частицы пропорционален ее массе.

Другой эффект, также связанный с непостоянством заряда пылевых частиц, обусловлен конечным временем зарядки. Он был предложен для описания экспериментальных наблюдений в работе [206]. Экспериментальные наблюдения состояли в следующем: при уменьшении давления (и/или плотности плазмы) ниже некоторого критического значения (граница по давлению соответствует $p \sim 3$ мТорр) наблюдалось самопроизвольное возбуждение осцилляций (рост амплитуды) пылевых частиц, левитирующих в приэлектродном слое разряда постоянного тока. Временной масштаб роста амплитуды составлял ~ 10 с. В конечном состоянии происходит либо насыщение — амплитуда становится постоянной (например, за счет нелинейных эффектов), либо (если амплитуда слишком велика) частица покидает плазму, достигая поверхности электрода. Такое поведение свидетельствует о наличии механизма неустойчивости вертикальных колебаний, реализующегося при понижении давления нейтрального газа. Физическая интерпретация, предложенная в [206] состоит в следующем: из-за конечного времени зарядки при колебаниях частицы заряд несколько запаздывает относительно «равновесного» значения $Z_{\mathrm{d}}^{(\mathrm{eq})}(z)$, соответствующего бесконечно медленному движению частицы. Движение частицы при этом перестает быть потенциальным. Если в положении равновесия $Z_{\mathrm{d}}'(0) < 0$, то при движении частицы в направлении поля (вниз) абсолютная величина заряда $|Z_{\mathrm{d}}(z)|$ меньше равновесного значения $|Z_{\mathrm{d}}^{(\mathrm{eq})}(z)|$. При движении частицы против поля (вверх) справедливо обратное неравенство. Тем самым частица приобретает энергию от электрического поля в среднем за период. Если приобретение энергии превышает диссипацию (за счет трения), колебания становятся неустойчивыми.

Количественная интерпретация данного механизма сформулирована в [74]. Правая часть (11.83) выглядит в данном случае как $F_{\mathrm{ex}} = eE_0\delta Z_{\mathrm{d}}$, где $\delta Z_{\mathrm{d}} = Z_{\mathrm{d}}(z,t) - Z_{\mathrm{d}}^{(\mathrm{eq})}(z)$, а $Z_{\mathrm{d}}^{(\mathrm{eq})}(z) = Z_{\mathrm{d0}} + z Z_{\mathrm{d}}'(0)$ — равновесный заряд. Динамика зарядки описывается уравнением (11.29), которое в данном случае сводится к

$$\frac{\partial \delta Z_{\mathrm{d}}}{\partial t} + \dot{z}\frac{\partial Z_{\mathrm{d}}}{\partial z} = -\Omega_{\mathrm{ch}}\delta Z_{\mathrm{d}}. \tag{11.86}$$

Полагая колебания гармоническими ($z,\ \delta Z_{\mathrm{d}} \propto e^{-i\omega t}$) из (11.83) с учетом (11.86) получаем следующее уравнение:

$$(\Omega_{\mathrm{ch}} - i\omega)\left(\omega^2 + i\nu_{\mathrm{dn}}\omega - \Omega_{\mathrm{v}}^2\right) = -i\omega\frac{eE_0}{m_{\mathrm{d}}}Z_{\mathrm{d}}'(0). \tag{11.87}$$

При выполнении условий $\Omega_{\mathrm{ch}} \gg \Omega_{\mathrm{v}} \gg \nu_{\mathrm{dn}}$ в случае слабонеустойчивых (слабозатухающих) колебаний ($|\mathrm{Re}\,\omega| \gg |\mathrm{Im}\,\omega|$) получаем

$$\mathrm{Re}\,\omega \approx \Omega_{\mathrm{v}}, \quad 2\,\mathrm{Im}\,\omega \approx -\nu_{\mathrm{dn}} - \frac{eE_0}{m_{\mathrm{d}}\Omega_{\mathrm{ch}}}Z_{\mathrm{d}}'(0). \tag{11.88}$$

Неустойчивости соответствует $\operatorname{Im}\omega > 0$. Таким образом, необходимым условием неустойчивости является $Z_{\mathrm{d}}'(0) < 0$, а достаточным условие $|Z_{\mathrm{d}}'(0)/Z_{\mathrm{d}0}| > \nu_{\mathrm{dn}}\Omega_{\mathrm{ch}}/g$ (здесь использовано условие баланса сил). Именно этот тип неустойчивости предложен в качестве объяснения увеличения амплитуды вертикальных колебаний при уменьшении давления в эксперименте [206]. Некоторые другие возможные механизмы неустойчивости предложены в экспериментальной работе [207], посвященной исследованию неустойчивости вертикальных осцилляций в приэлектродном слое ВЧ разряда.

11.4.2. Линейные волны и неустойчивости в идеальной пылевой плазме. Практически одновременно с кристаллизацией пылевой плазмы было экспериментально обнаружено существование новых низкочастотных колебаний (пылевого звука) и неустойчивостей, приводящих к самовозбуждению бегущих нелинейных волн [26, 209–211]. Это вызвало повышенный интерес к теоретическому изучению волновых процессов в пылевой плазме. Наиболее последовательный подход к этой проблеме, требующий решения кинетических уравнений для пылевой плазмы, сопряжен с целым рядом трудностей, связанных с появлением дополнительной степени свободы (заряда пылевых частиц), а также необходимостью корректного вычисления интегралов столкновений (упругих и неупругих). Попытки создания кинетической теории были предприняты в работах [212–216]. Однако в настоящее время эту задачу нельзя считать окончательно решенной. Поэтому ниже мы в основном ограничимся простейшим и наиболее наглядным гидродинамическим описанием пылевой плазмы, хотя в части, посвященной затуханию и неустойчивости колебаний, будут использованы простейшие результаты кинетической теории обычной многокомпонентной плазмы.

Основные уравнения. Сформулируем систему уравнений для описания продольных колебаний однородной идеальной плазмы в отсутствии внешних сил, действующих на пылевые частицы. Для пылевого компонента эти уравнения имеют вид

$$\frac{\partial n_{\mathrm{d}}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(n_{\mathrm{d}} v_{\mathrm{d}}\right) = 0, \tag{11.89}$$

$$\frac{\partial v_{\mathrm{d}}}{\partial t} + v_{\mathrm{d}}\frac{\partial v_{\mathrm{d}}}{\partial t} = -\frac{eZ_{\mathrm{d}}}{m_{\mathrm{d}}}\frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{m_{\mathrm{d}} n_{\mathrm{d}}}\frac{\partial p_{\mathrm{d}}}{\partial x} - \sum_{j=\mathrm{e,i,n}} \nu_{\mathrm{d}j}\left(v_{\mathrm{d}} - v_j\right), \tag{11.90}$$

где (11.89) есть уравнение непрерывности, а (11.90) — уравнение сохранения импульса. В правой части уравнения (11.90) учтена электрическая сила в поле волны, давление пылевого компонента, а также передача импульса за счет столкновений пылевых частиц с электронами,

ионами и нейтральными частицами, характеризующаяся эффективными частотами ν_{de}, ν_{di} и ν_{dn}, соответственно. Следует иметь в виду, что в отличие от ν_{dn}, частоты ν_{de} и ν_{di} характеризуют как непосредственные столкновения (поглощение) электронов и ионов с пылевой частицей, так и процессы упругого (кулоновского) рассеяния на потенциале последней. Уравнения для электронов и ионов имеют вид

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(n_\alpha v_\alpha\right) = Q_{\mathrm{I}\alpha} - Q_{\mathrm{L}\alpha}, \tag{11.91}$$

$$\frac{\partial v_\alpha}{\partial t} + v_\alpha \frac{\partial v_\alpha}{\partial x} = -\frac{e_\alpha}{m_\alpha}\frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{m_\alpha n_\alpha}\frac{\partial p_\alpha}{\partial x} - \frac{v_\alpha}{n_\alpha}\tilde{Q}_{\mathrm{L}\alpha} - \sum_{j\neq\alpha(j=\mathrm{e,i,d,n})} \nu_{\alpha j}\left(v_\alpha - v_j\right). \tag{11.92}$$

В правой части уравнения (11.91) слагаемые $Q_{\mathrm{I}\alpha}$ и $Q_{\mathrm{L}\alpha}$ описывают рождение и гибель электронов и ионов. Рождение может быть связано с ионизацией плазмы, а также (иногда) с процессами на поверхности пылевых частиц (например, термо-, фото-, вторичные электронные эмиссии). Гибель может быть обусловлена объемной рекомбинацией, уходом на стенки разрядной камеры, поглощением пылевыми частицами и т. д. В невозмущенном состоянии $Q_{\mathrm{I}\alpha 0} = Q_{\mathrm{L}\alpha 0}$. Первые два слагаемых в правой части (11.92) описывают действие электрического поля волны и давление соответствующего компонента. Третий член связан лишь с потерей импульса за счет «внешних» процессов (рекомбинация в плазме, гибель при уходе на стенки) в предположении, что частицы, возникшие взамен при ионизации, первоначально покоятся (гибель на пылевых частицах учитывается следующим слагаемым). Наконец, четвертый член описывает передачу импульса при столкновениях между различными сортами частиц, в том числе поглощение электронов и ионов пылевыми частицами. Отметим соотношение между характерными частотами, следующее из закона сохранения импульса, $n_\alpha m_\alpha \nu_{\alpha\beta} = n_\beta m_\beta \nu_{\beta\alpha}$. Здесь заряд электрона $e_{\mathrm{e}} = -e$, а иона $e_{\mathrm{i}} = +e$.

Уравнения (11.89)–(11.92) следует дополнить уравнением состояния, которое в простейшем случае записывается как

$$p_j = \mathrm{const}\cdot n_j^{\gamma_j}, \tag{11.93}$$

Показатель степени $\gamma_j = 1$ соответствует изотермическим колебаниям j-го компонента, $\gamma_j = 5/3$ — адиабатическим. В общем случае уравнение (11.93) можно рассматривать как некоторое уравнение состояния типа политропы.

Характерной особенностью колебаний в пылевой плазме является то, что заряд пылевых частиц нельзя считать фиксированным. Дело в том, что заряд пылевых частиц определяется локальными параметрами окружающей плазмы (концентрациями электронов и ионов, их скоростью, потенциалом плазмы) и при распространении колебаний

отслеживает изменение последних. Поэтому систему (11.89)–(11.93) необходимо дополнить уравнением, описывающим изменение заряда пылевых частиц при распространении колебаний. Это уравнение (11.29), которое для движущихся частиц имеет вид

$$\frac{\partial Z_{\mathrm{d}}}{\partial t} + v_{\mathrm{d}} \frac{\partial Z_{\mathrm{d}}}{\partial x} = \sum_j I_j. \tag{11.94}$$

Уравнение Пуассона

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -4\pi e \left[n_{\mathrm{i}} - n_{\mathrm{e}} + Z_{\mathrm{d}} n_{\mathrm{d}} \right] \tag{11.95}$$

замыкает систему.

Система уравнений (11.89)–(11.95) может быть использована для исследования линейных колебаний в идеальной пылевой плазме в рамках гидродинамического подхода. Как видно из выписанных уравнений, пылевая плазма характеризуется гораздо большим разнообразием процессов, чем обычная многокомпонентная плазма. Детальный анализ уравнений достаточно громоздок. Кроме того, различные предположения о природе источников рождения и гибели электронов и ионов должны быть использованы в зависимости от конкретной задачи. Некоторые теоретические результаты исследования волн в пылевой плазме и их (не)устойчивости получены в оригинальных работах [62, 121, 217–221]. Использованные в этих работах исходные уравнения наиболее близки к системе уравнений (11.89)–(11.95). Однако в них сделаны различные допущения о доминирующих процессах рождения/гибели электронов и ионов, о частотах упругих и неупругих столкновений и т. д. Ниже, не претендуя на полноту анализа, рассмотрены лишь некоторые важные частные случаи линейных колебаний в пылевой плазме, а также их неустойчивость и затухание в простейшей интерпретации.

Ионно–звуковые и пыле–звуковые колебания. Как мы уже неоднократно отмечали, наличие пылевого компонента не только изменяет зарядовый состав плазмы, но и приводит к появлению новых временных и пространственных масштабов в системе. Тем самым, следует ожидать не только видоизменения ветвей колебаний, существующих без пылевого компонента, но и появление новых. В данном разделе мы рассмотрим модификацию дисперсионного соотношения ионно–звуковых колебаний, а также появление новой ветви низкочастотных колебаний — пылевого звука. Последняя особенно важна с точки зрения экспериментальных исследований пылевой плазмы, поскольку характерная область частот $\omega \sim$ 1–100 c^{-1} легко доступна для обработки и анализа с помощью простейших методов.

Линеаризуем систему (11.89)–(11.95) в предположении малости возмущений. Для этого представим $n_j = n_{j0} + n_{j1}$, $v_j = v_{j0} + v_{j1}$

($j = \mathrm{e},\ \mathrm{i},\ \mathrm{d}$), $\phi = \phi_1$ и предположим, что возмущения имеют вид плоской волны $\exp(-i\omega t + ikx)$. Пренебрежем также для простоты всеми столкновениями, что возможно только для небольших длин волн, когда характерные длины свободного пробега больше характерного масштаба задачи (длины волны). При этом, строго говоря, мы должны считать и заряд пылевых частиц постоянным, так как его изменение связано с неупругими столкновениями с электронами и ионами плазмы, которыми мы пренебрегаем. Условие квазинейтральности невозмущенного состояния имеет вид (11.15). Уравнение Пуассона (11.95) сводится к

$$-k^2\phi_1 = -4\pi e\left[n_{\mathrm{i}1} - n_{\mathrm{e}1} + Z_{\mathrm{d}} n_{\mathrm{d}1}\right]. \tag{11.96}$$

Выражая с помощью (11.89)–(11.93) возмущения концентраций компонентов через потенциал волны ϕ_1 получаем дисперсионное соотношение

$$\varepsilon(k,\omega) = 1 + \chi_{\mathrm{e}} + \chi_{\mathrm{i}} + \chi_{\mathrm{d}} = 0, \tag{11.97}$$

где $\chi_{\mathrm{e}} = \dfrac{4\pi e n_{\mathrm{e}1}}{k^2\phi_1}$, $\chi_{\mathrm{i}} = -\dfrac{4\pi e n_{\mathrm{i}1}}{k^2\phi_1}$ и $\chi_{\mathrm{d}} = -\dfrac{4\pi Z_{\mathrm{d}} e n_{\mathrm{d}1}}{k^2\phi_1}$ (в более общем случае, учитывающем вариации заряда пылевых частиц, последнее выражение должно быть записано в виде $\chi_{\mathrm{d}} = -\dfrac{4\pi e}{k^2\phi_1}\left(Z_{\mathrm{d}0} n_{\mathrm{d}1} + Z_{\mathrm{d}1} n_{\mathrm{d}0}\right)$) — отклики соответствующих компонентов. В рассматриваемом простейшем примере получаем

$$\chi_j = -\frac{\omega_{\mathrm{p}j}^2}{\left(\omega - kv_{0j}\right)^2 - \gamma_j k^2 v_{T_j}^2}, \tag{11.98}$$

т. е., дисперсионное соотношение такое же, как и для многокомпонентной бесстолкновительной плазмы в гидродинамическом приближении. Специфика пылевой плазмы в данном приближении состоит в сильной асимметрии отношения заряда к массе для различных компонент: $e/m_{\mathrm{e}} : e/m_{\mathrm{i}} : |Z_{\mathrm{d}}|\, e/m_{\mathrm{d}} \sim 1 : 10^{-5} : 10^{-13}$. При этом с большим запасом выполнено неравенство $\omega_{\mathrm{pe}} \gg \omega_{\mathrm{pi}} \gg \omega_{\mathrm{pd}}$.

В отсутствии направленного движения компонентов ($v_{\mathrm{j}0} = 0$) и для высоких частот, $\omega \gg kv_{T_{\mathrm{e}}} \gg kv_{T_{\mathrm{i}}} \gg kv_{T_{\mathrm{d}}}$, закон дисперсии имеет вид

$$1 - \sum_{j=\mathrm{e,i,d}} \omega_{\mathrm{p}j}^2/\omega^2 = 0. \tag{11.99}$$

В силу сказанного выше наличие пыли практически не влияет на спектр высокочастотных ленгмюровских волн, $\omega \cong \omega_{\mathrm{pe}}$.

При более низких частотах $kv_{T_{\mathrm{e}}} \gg \omega \gg kv_{T_{\mathrm{i}}} \gg kv_{T_{\mathrm{d}}}$, имеем $\chi_{\mathrm{e}} \approx \dfrac{1}{k^2\lambda_{\mathrm{De}}^2}$ ($\gamma_{\mathrm{e}} = 1$) и $\chi_{\mathrm{i}} \approx -\dfrac{\omega_{\mathrm{pi}}^2}{\omega^2}$, и дисперсионное соотношение принимает вид

$$\omega^2 \cong \frac{\omega_{\mathrm{pi}}^2 k^2 \lambda_{\mathrm{De}}^2}{1 + k^2\lambda_{\mathrm{De}}^2}. \tag{11.100}$$

При $k\lambda_{De} \gg 1$ $\omega \approx \omega_{pi}$. В обратном предельном случае, $k\lambda_{De} \ll 1$, имеют место ионно–звуковые колебания $\omega \approx kC_{IA}$, скорость звука которых определяется выражением

$$C_{IA} = \left(\frac{kT_e}{m_i}\frac{n_{i0}}{n_{e0}}\right)^{1/2}. \tag{11.101}$$

Это выражение отличается от стандартного выражения для скорости ионного звука в неизотропной плазме $T_e \gg T_i$ (см., например, [88]) множителем $\sqrt{n_{i0}/n_{e0}}$. Условие существования ионного звука оказывается более мягким, поскольку при наличии отрицательно заряженного пылевого компонента $n_i/n_e > 1$. Таким образом, влияние заряженных пылевых частиц на спектр ионно–звуковых волн сводится к появлению зависимости скорости их распространения от концентрации и заряда пылевых частиц. Влияние пылевого компонента на дисперсию ионного звука было впервые рассмотрено в [222].

В области еще более низких частот $kv_{T_e} \gg kv_{T_i} \gg \omega \gg kv_{T_d}$, имеем $\chi_{e(i)} \approx \dfrac{1}{k^2\lambda_{De(i)}^2}$ ($\gamma_e = 1$, $\gamma_i = 1$), $\chi_d = -\dfrac{\omega_{pd}^2}{\omega^2}$ и закон дисперсии приобретает вид

$$\omega^2 \cong \frac{\omega_{pd}^2 k^2 \lambda_D^2}{1 + k^2\lambda_D^2}, \tag{11.102}$$

где введено обозначение $\lambda_D^{-2} = \lambda_{De}^{-2} + \lambda_{Di}^{-2}$. В пределе $k\lambda_D \gg 1$ уравнение (11.102) дает $\omega \approx \omega_{pd}$. В обратном предельном случае $\omega \approx kC_{DA}$. Эта ветвь, не существующая в отсутствии пылевых частиц, носит название пылевого звука (Dust Acoustic Wave (DAW) — в англоязычной литературе). Она была впервые рассмотрена в [223]. Скорость пылевого звука определяется выражением

$$C_{DA} = \omega_{pd}\lambda_D = \sqrt{\frac{|Z_d|\,kT_i}{m_d}}\sqrt{\frac{P\tau}{1+\tau+P\tau}}. \tag{11.103}$$

Частота пылевого звука должна удовлетворять неравенству $\omega \gg kv_{T_d}$, т. е. пылевой звук может существовать при условии $C_{DA} \gg v_{T_d}$. Последнее может выполняться даже при $T_d > T_i$ за счет большой всличины заряда Z_d (при не слишком малых значениях параметра P). Это существенно отличает пылевой звук от ионного звука в обычной электрон-ионной плазме, который может существовать, лишь когда температура легкого электронного компонента существенно превышает температуру тяжелого компонента, $T_e \gg T_i$. Напомним, что при получении дисперсионных соотношений столкновениями пренебрегалось. В этом смысле пылевой звук (11.103) иногда называют коротковолновым [3].

Затухание и неустойчивость колебаний в пылевой плазме. Рассмотрим кратко некоторые механизмы затухания и неустойчивостей электростатических колебаний в плазме, связанные с наличием пылевого компонента. Ограничимся здесь в основном низкочастотной ветвью колебаний — пылевым звуком. Если необходимо знать поведение колебаний во времени, то частоту колебаний следует представить в виде $\omega = \omega_{\mathrm{r}} + i\gamma$, где $\omega_{\mathrm{r}} = \operatorname{Re}\omega$ и $\gamma = \operatorname{Im}\omega$ — вещественная и мнимая составляющие частоты, соответственно. При этом $\gamma < 0$ в наших обозначениях соответствует затуханию колебаний, а $\gamma > 0$ их нарастанию (неустойчивости). В случае малости затухания (нарастания) колебаний имеет место следующее соотношение для декремента затухания (инкремента нарастания) [88]:

$$\gamma = -\frac{\operatorname{Im}\varepsilon(\omega, k)}{\dfrac{\partial}{\partial\omega}\operatorname{Re}\varepsilon(\omega, k)}. \tag{11.104}$$

В дальнейшем изложении мы будем широко использовать это выражение.

Одним из процессов, приводящих к диссипации энергии колебаний, являются столкновения. В слабоионизованной плазме доминируют столкновения с нейтральными частицами. Учет столкновений с последними модифицирует дисперсионное соотношение (11.102) следующим образом:

$$\omega(\omega + i\nu_{\mathrm{dn}}) \cong \frac{\omega_{\mathrm{pd}}^2 k^2 \lambda_{\mathrm{D}}^2}{1 + k^2\lambda_{\mathrm{D}}^2}. \tag{11.105}$$

Декремент затухания в данном случае ($\omega \gg \nu_{\mathrm{dn}}$) определяется как

$$\gamma = -\nu_{\mathrm{dn}}/2. \tag{11.106}$$

Другим процессом, приводящим к затуханию колебаний, как и в обычной электрон-ионной плазме, является механизм затухания Ландау, который следует из кинетического подхода к описанию колебаний. Использование простейшего подхода, состоящего в решении уравнений Власова для электронов, ионов и пылевых частиц с фиксированным зарядом, без учета каких бы то ни было столкновений, позволяет получить для отклика соответствующих компонентов

$$\chi_j = \frac{1}{k^2\lambda_{\mathrm{D}j}^2}\left[1 + F\left(\frac{\omega}{\sqrt{2}kv_{T_j}}\right)\right], \tag{11.107}$$

где $F(x)$ — так называемая дисперсионная функция плазмы, имеющая ассимптотики (см., например, [103])

$$F(x) = \begin{cases} -1 - 1/2x^2 - 3/4x^4 + i\sqrt{\pi}x\exp\left(-x^2\right), & x \gg 1, \\ -2x^2 + i\sqrt{\pi}x, & x \ll 1. \end{cases} \tag{11.108}$$

Для пылезвуковых колебаний ($kv_{T_\mathrm{d}} \ll \omega \ll kv_{T_\mathrm{i}},\ kv_{T_\mathrm{e}}$) из (11.107) и (11.108) следует, что $\chi_{\mathrm{e(i)}} \approx \dfrac{1}{k^2\lambda^2_{\mathrm{De(i)}}}\left[1 + i\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\dfrac{\omega}{kv_{T_{\mathrm{e(i)}}}}\right]$ и $\chi_\mathrm{d} \approx -\dfrac{\omega^2_{\mathrm{pd}}}{\omega^2}\left[1 - i\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\left(\dfrac{\omega}{kv_{T_\mathrm{d}}}\right)^3 \exp\left(-\dfrac{\omega^2}{2k^2v^2_{T_\mathrm{d}}}\right)\right]$. Дисперсионное соотношение определяется подстановкой этих выражений в (11.97). Рассмотрим вклад в затухание колебаний, вносимый различными компонентами. Декремент затухания на пылевых частицах равен

$$\gamma = -\omega\sqrt{\frac{\pi}{8}}\left(\frac{\omega}{kv_{T_\mathrm{d}}}\right)^3 \exp\left(-\frac{\omega^2}{2k^2v^2_{T_\mathrm{d}}}\right). \tag{11.109}$$

Условие малости затухания сводится к требованию большого значения показателя экспоненты, $\omega^2/2k^2v^2_{T_\mathrm{d}} \gg 1$, которое практически совпадает с условием $C_{\mathrm{DA}} \gg v_{T_\mathrm{d}}$ и, как следовало ожидать, определяет пределы применимости гидродинамического описания пылезвуковых колебаний. Декремент затухания пылевого звука на ионах,

$$\gamma = -\omega\sqrt{\frac{\pi}{8}}\left(\frac{\omega_{\mathrm{pi}}}{\omega_{\mathrm{pd}}}\right)^2\left(\frac{C_{\mathrm{DA}}}{v_{T_\mathrm{i}}}\right)^3, \tag{11.110}$$

обычно мал, поскольку $|\gamma/\omega_\mathrm{r}| \sim \sqrt{\dfrac{|Z_\mathrm{d}|\,m_\mathrm{i}}{m_\mathrm{d}}\dfrac{P}{P+1}}$, при $\tau \gg 1$, а $|Z_\mathrm{d}|\,m_\mathrm{i}/m_\mathrm{d} \ll 1$. Вкладом в затухание электронов практически всегда можно пренебречь, поскольку $\operatorname{Im}\chi_\mathrm{e}/\operatorname{Im}\chi_\mathrm{i} = \sqrt{\mu}\tau^{-3/2}n_\mathrm{e}/n_\mathrm{i} \ll 1$.

Рассмотрим теперь специфичный для пылевой плазмы эффект, связанный с вариациями заряда пылевых частиц. Выше отмечалось, что заряд пылевых частиц выступает как дополнительная степень свободы пылевого компонента, и его возмущения следует учитывать при описании колебаний в системе. Для определенности рассмотрим плазму, где заряд пылевых частиц связан исключительно с поглощением электронов и ионов, которое может быть описано в рамках приближения OML. Полагая $n_{\mathrm{e(i)}} = n_{\mathrm{e(i)0}} + n_{\mathrm{e(i)1}}$, $Z_\mathrm{d} = Z_{\mathrm{d0}} + Z_{\mathrm{d1}}$ и $v_{\mathrm{j0}} = 0$ ($j = \mathrm{i}, \mathrm{e}, \mathrm{d}$) (изотропная плазма), из уравнения (11.94), с учетом выражений для электронного и ионного потоков ((11.7) и (11.8)), получим следующее уравнение для возмущений заряда пылевых частиц:

$$\frac{\partial Z_{\mathrm{d1}}}{\partial t} + \Omega_{\mathrm{ch}}Z_{\mathrm{d1}} = I_{\mathrm{e0}}\left(\frac{n_{\mathrm{i1}}}{n_{\mathrm{i0}}} - \frac{n_{\mathrm{e1}}}{n_{\mathrm{e0}}}\right). \tag{11.111}$$

Оно также применимо при $v_{j0} \ll v_{T_j}$ ($j = \mathrm{e},\ \mathrm{i}$), поскольку, как отмечено в п. 2.2, возмущения потоков в этом случае имеют второй порядок малости по параметру v_{j0}/v_{T_j} и, следовательно, по возмущению скорости. Здесь $I_{\mathrm{e0}} = I_{\mathrm{i0}}$ есть поток электронов (или ионов) на поверхность пылевой частицы в невозмущенном состоянии, а частота перезарядки определяется выражением (11.32). Для низкочастотных

колебаний типа пылевого звука имеем $n_{\mathrm{i}1}/n_{\mathrm{i}0} = -e\phi_1/kT_{\mathrm{i}}$, $n_{\mathrm{e}1}/n_{\mathrm{e}0} = e\phi_1/kT_{\mathrm{e}}$, так что линеаризация (11.111) дает

$$Z_{\mathrm{d}1} = -i\frac{I_{\mathrm{e}0}\,(1+T_{\mathrm{e}}/T_{\mathrm{i}})}{\omega + i\Omega_{\mathrm{ch}}}\frac{e\phi_1}{kT_{\mathrm{e}}}, \tag{11.112}$$

а дисперсионное соотношение с учетом вариаций заряда приобретает вид

$$1 + \frac{1}{k^2\lambda_{\mathrm{D}}^2} - \frac{\omega_{\mathrm{pd}}^2}{\omega^2} + \frac{\Phi}{k^2\lambda_{\mathrm{De}}^2} = 0, \tag{11.113}$$

где последнее слагаемое связано с вариациями заряда, а $\Phi = i\dfrac{I_{\mathrm{e}0}\,(1+T_{\mathrm{e}}/T_{\mathrm{i}})}{\omega + i\Omega_{\mathrm{ch}}}\dfrac{n_{\mathrm{d}0}}{n_{\mathrm{e}0}}$. Обычно имеет место случай $\Omega_{\mathrm{ch}} \gg \omega$, поэтому рассматриваемый эффект дает основной вклад в действительную часть дисперсионного соотношения. В этом случае выражение для Φ упрощается, $\Phi = \dfrac{P\,(1+\tau)\,(1+z\tau)}{z\,(1+\tau+z\tau)}$, а дисперсионное соотношение (11.113) можно переписать в виде

$$1 + \frac{1}{k^2\lambda_{\mathrm{D}}^2}\left[1 + \frac{P\,(1+\tau)\,(1+z\tau)}{z\,(1+\tau+z\tau)\,(1+\tau+P\tau)}\right] - \frac{\omega_{\mathrm{pd}}^2}{\omega^2} = 0. \tag{11.114}$$

Как следует из последнего выражения, вариации зарядов несколько уменьшают фазовую скорость пылевого звука, однако при типичных параметрах пылевой плазмы эффект не слишком велик. Вариации зарядов также дают вклад и в мнимую часть дисперсионного соотношения. Из (11.113) и выражения для Φ следует, что они приводят к затуханию колебаний. Декремент затухания выписан, например, в работе [26]. Однако следует иметь в виду два обстоятельства. Во-первых, для самосогласованного определения мнимой части частоты γ нужно учесть, по крайней мере, те столкновения, которые приводят к зарядке пылевых частиц. Следует удержать соответствующие члены в уравнениях непрерывности и сохранения импульса для электронов и ионов и в уравнении сохранения импульса для пылевого компонента (кроме того, в уравнениях непрерывности для электронов и ионов должны быть учтены процессы, компенсирующие потери последних на пылевых частицах в невозмущенном состоянии). Мы не будем здесь останавливаться на подробном анализе результатов, а отметим лишь некоторые оригинальные работы, в которых при тех или иных предположениях рассмотрен эффект вариаций зарядов на распространение различных типов колебаний в пылевой плазме [3, 26, 62, 219, 221, 224–232]. Во-вторых, в большинстве лабораторных установок основным эффектом, влияющим на мнимую часть дисперсионного соотношения, являются столкновения пылевых частиц (ионов для высокочастотных мод типа ионного звука) с нейтральной компонентой.

Важным примером неустойчивости колебаний в пылевой плазме является потоковая неустойчивость, возникающая за счет движения

ионов относительно покоящегося в среднем пылевого компонента. Такая ситуация характерна для большинства экспериментальных условий в пылевой плазме, хотя скорость ионного дрейфа u_0 может существенно различаться в зависимости от конкретных условий (от $u_0 \ll v_{T_\mathrm{i}}$ в объеме квазинейтральной плазмы до $u_0 \sim C_\mathrm{AI} \gg v_{T_\mathrm{i}}$ в бесстолкновительном приэлектродном слое положительного пространственного заряда). Электроны также могут обладать направленной скоростью, однако их движением, как правило, можно пренебречь. Анализу этого вида неустойчивости посвящены работы [211, 233–237].

Рассмотрим некоторые из полученных результатов для низкочастотных колебаний, $kv_{T_\mathrm{d}} \ll \omega \ll kv_{T_\mathrm{e}}$. В рамках простейшего кинетического подхода для бесстолкновительной плазмы $\chi_\mathrm{e} = 1/k^2\lambda_\mathrm{De}^2$ и $\chi_\mathrm{d} = -\omega_\mathrm{pd}^2/\omega^2$. Отклик ионов рассчитывается с помощью (11.107) с учетом замены $\omega \to \omega - ku_0$. В пределе $|\omega - ku_0| \ll kv_{T_\mathrm{i}}$ имеем

$$\chi_\mathrm{i} = \frac{1}{k^2\lambda_\mathrm{Di}^2}\left[1 + i\sqrt{\pi/2}\frac{\omega - ku_0}{kv_{T_\mathrm{i}}}\right]. \tag{11.115}$$

Из дисперсионного соотношения (11.97) следует, что колебания неустойчивы при $u_0 > \omega/k$. Инкремент неустойчивости рассматриваемых пылезвуковых колебаний записывается в виде (при $u_0 \gg \omega/k$)

$$\gamma = \omega_\mathrm{pd}\sqrt{\frac{\pi}{8}}\frac{u_0}{v_{T_\mathrm{i}}}\left(\frac{\lambda_\mathrm{D}}{\lambda_\mathrm{Di}}\right)^2 \frac{k\lambda_\mathrm{D}}{\left(1 + k^2\lambda_\mathrm{D}^2\right)^{3/2}}. \tag{11.116}$$

Как функция волнового числа k он достигает максимума при $k\lambda_\mathrm{D} = 1/\sqrt{2}$. При этом $\omega_\mathrm{r} = \omega_\mathrm{pd}/\sqrt{3}$ и $\gamma_\mathrm{max} = \frac{\omega_\mathrm{pd}}{3}\sqrt{\frac{\pi}{6}}\left(\frac{\lambda_\mathrm{D}}{\lambda_\mathrm{Di}}\right)^2\frac{u_0}{v_{T_\mathrm{i}}}$ определяют частотные характеристики наиболее неустойчивой моды [26]. Отметим, что использованное условие $|\omega - ku_0| \ll kv_{T_\mathrm{i}}$ предполагает дотепловой дрейф ионов $u_0 \ll v_{T_\mathrm{i}}$, что не противоречит условию неустойчивости пылевого звука $u_0 > C_\mathrm{DA}$, поскольку $C_\mathrm{DA} \sim v_{T_\mathrm{i}}\sqrt{\frac{|Z_\mathrm{d}|\, m_\mathrm{i}}{m_\mathrm{d}}} \ll v_{T_\mathrm{i}}$.

В случае надтеплового потока ионов $u_0 \gg v_{T_\mathrm{i}}$, пренебрегая экспоненциально малым слагаемым, получаем из (11.107) и (11.108) $\chi_\mathrm{i} \approx -\frac{\omega_\mathrm{pi}^2}{(\omega - ku_0)^2}$ (такое же выражение для отклика ионов следует в данном случае и из (11.98)). Для низкочастотных ($\omega \ll ku_0$) длинноволновых ($k\lambda_\mathrm{De} \ll 1$) колебаний дисперсионное уравнение (11.97) допускает неустойчивые решения. Так при скорости потока ионов, близкой к ионно-звуковой скорости $u_0 \sim \omega_\mathrm{pi}\lambda_\mathrm{De} = C_\mathrm{IA}$, частота колебаний

$$\omega \approx \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\omega_\mathrm{pd}}{2\omega_\mathrm{pi}}\right)^{2/3} ku_0. \tag{11.117}$$

При меньших (но надтепловых) скоростях имеется два чисто мнимых решения, одно из которых неустойчиво:

$$\omega \approx \pm i \left(\frac{\omega_{\mathrm{pd}}}{\omega_{\mathrm{pi}}} \right) k u_0. \tag{11.118}$$

При учете ион-нейтральных столкновений разумно исходить из гидродинамического приближения. Оно дает для отклика ионов

$$\chi_{\mathrm{i}} = - \frac{\omega_{\mathrm{pi}}^2}{(\omega - k u_0)(\omega - k u_0 + i \nu_{\mathrm{in}}) - k^2 v_{T_{\mathrm{i}}}^2}. \tag{11.119}$$

Для $(\omega - k u_0)^2$, $\nu_{\mathrm{in}} |\omega - k u_0| \ll k^2 v_{T_{\mathrm{i}}}^2$ отклик ионов принимает вид [235] $\chi_{\mathrm{i}} = \dfrac{1}{k^2 \lambda_{\mathrm{Di}}^2} \left[1 + i \nu_{\mathrm{in}} \dfrac{\omega - k u_0}{k^2 v_{T_{\mathrm{i}}}^2} \right]$. Условием неустойчивости по-прежнему является $u_0 > \omega / k$, а инкремент неустойчивости (при $u_0 \gg \omega / k$) определяется выражением

$$\gamma = \frac{1}{2} \omega_{\mathrm{pd}} \left(\frac{\lambda_{\mathrm{D}}}{\lambda_{\mathrm{Di}}} \right)^3 \left(\frac{\nu_{\mathrm{in}}}{\omega_{\mathrm{pi}}} \right) \left(1 + k^2 \lambda_{\mathrm{D}}^2 \right)^{-3/2} \frac{u_0}{v_{T_{\mathrm{i}}}} \tag{11.120}$$

и принимает максимальное значение при $k \lambda_{\mathrm{D}} \ll 1$. Случай $u_0 \gg v_{T_{\mathrm{i}}}$ с учетом ион-нейтральных и пыль-нейтральных столкновений (последние всегда стабилизируют рассматриваемые неустойчивости, а их учет производится аналогично (11.105)), рассмотрен в работе [169]. Здесь показано, что низкочастотные колебания могут быть неустойчивыми в зависимости от соотношения между $\nu_{\mathrm{in}} / \omega_{\mathrm{pi}}$ и $\nu_{\mathrm{dn}} / \omega_{\mathrm{pd}}$ при заданной скорости u_0. Авторами [169] сделано предположение, что данная неустойчивость может быть причиной «разогрева» пылевого компонента, наблюдающегося в экспериментах при понижении давления нейтрального газа.

11.4.3. Волны в неидеальной пылевой плазме. Как уже отмечалось, в пылевой плазме относительно легко реализуется ситуация, когда пылевой компонент находится в (сильно)неидеальном состоянии. При этом взаимодействие и корреляции между пылевыми частицами могут оказывать существенное влияние на спектр колебаний. Были предложены различные теоретические подходы для описания колебаний в неидеальной пылевой плазме. Рассмотрим основные из них.

В области $1 \ll \tilde{\gamma} \ll \tilde{\gamma}_{\mathrm{M}}$ система пылевых частиц находится в «жидкообразном» состоянии, и свойства колебаний близки к колебаниям в вязкой жидкости. Для теоретического описания таких колебаний в ряде работ использовался метод «обобщенной гидродинамики» [238–240]. В других работах был использован кинетический подход, учитывающий корреляции между пылевыми частицами [241, 242]. В работах [243, 244] для получения дисперсионного соотношения использован анализ, основанный на приближении квазилокализованного

заряда (quasilokalized charge approximation), первоначально разработанном для описания систем с дальнодействующим кулоновским взаимодействием [245]. Критерием применимости различных теоретических моделей может служить численное моделирование пылевой плазмы. Обычно используется метод молекулярной динамики в рамках дебаевской модели [246, 247].

Отметим основные свойства колебаний неидеальной плазмы, воспроизводимые в большинстве моделей. Во-первых, помимо продольных колебаний может существует также поперечная мода. Последняя имеет дисперсию звукового типа, $\omega \sim k$ (групповая скорость постоянна), и может существовать при не слишком больших длинах волн, $k > k_{\rm cr}$ [247, 239, 248]. Продольные колебания имеют звуковую дисперсию в длинноволновом пределе ($k\Delta \ll 1$). Однако для достаточно коротких волн звуковой характер дисперсии нарушается, а групповая скорость даже может менять знак ($\partial\omega/\partial k < 0$). То есть зависимость $\omega(k)$ имеет максимум $\omega_{\max}$, значение которого может быть существенно меньше $\omega_{\rm pd}$ и, как правило, уменьшается с увеличением $\kappa = \Delta/\lambda_{\rm D}$. Пример дисперсионного соотношения приведен на рис. 11.24, где представлены результаты численного моделирования и их сравнение с различными теоретическими моделями [247]. Отметим, что эффект столкновений пылевых частицу с нейтральными может уменьшать влияние неидеальности системы. При $\nu_{\rm dn}/\omega_{\rm pd} \sim 1$ различие между сильно- и слабонеидеальной пылевой плазмой практически исчезает [243, 239].

При еще более сильном взаимодействии между частицами, $\tilde{\gamma} > \tilde{\gamma}_{\rm M}$, последние формируют кристаллическую структуру, и спектр колебаний аналогичен спектру колебаний в твердом теле. Могут существовать одна продольная и две поперечные моды. Их принято называть решсточными волнами в пылевом кристалле (Dust Lattice Waves (DLW)). Для описания колебаний в пылевом кристалле, как правило, используют экранированный кулоновский потенциал взаимодействия между частицами. Электроны и ионы учитываются в этой модели косвенно: они обуславливают экранирование кулоновского взаимодействия. Простейшая одномерная модель (эквидистантная цепочка частиц) для продольных колебаний была рассмотрена в работе [249]. Для линейных колебаний (смещение частиц из положения равновесия мало по сравнению со средним расстоянием между ними) дисперсионное соотношение имеет вид

$$\omega^2 = (2/\pi)\,\omega_{\rm pd}^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\kappa n)}{n^3}\left(1 + \kappa n + \kappa^2 n^2/2\right)\sin^2(nk\Delta/2), \tag{11.121}$$

где суммирование производится по всем частицам цепочки. В пределе больших значений κ ($\Delta \gg \lambda_{\rm D}$) суммирование можно ограничить

первыми членами. При этом

$$\omega \cong \sqrt{2/\pi}\omega_{\mathrm{pd}} \left(1 + \kappa + \kappa^2/2\right)^{1/2} \exp\left(-\kappa/2\right) \sin\left(k\Delta/2\right). \qquad (11.122)$$

При $k\Delta \ll 1$ имеет место звуковая дисперсия, $\omega = C_{\mathrm{DL}}k$. Соотношение (11.122) играет важную роль в физике пылевой плазмы, поскольку колебания одномерной цепочки сильновзаимодействующих пылевых частиц могут быть относительно легко реализованы экспериментально. Кроме того, выражение (11.122) удобно для простейших оценок характерной частоты колебаний в сильноупорядоченных плазменно-пылевых структурах (см. § 11.3). Учет столкновений пылевых частиц с нейтральным компонентом как обычно сводится к замене в левой части (11.121) ω^2 на $\omega\left(\omega + i\nu_{\mathrm{dn}}\right)$.

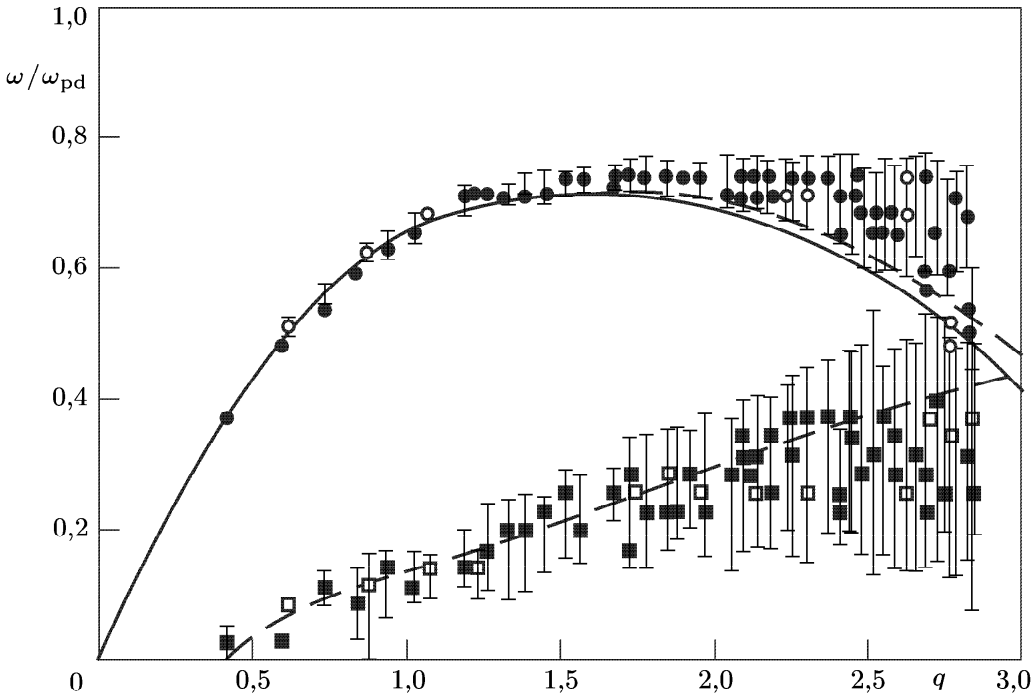


Рис. 11.24. Дисперсия продольных и поперечных волн в неидеальной дебаевской системе при $\tilde{\gamma}_{\mathrm{d}} \approx 130$ и $\kappa \approx 1{,}6$ [247]. Частота нормирована на плазменно-пылевую частоту ω_{pd}, а длина волны на характерное расстояние между частицами, $q = ka_{\mathrm{WS}}$, где $a_{\mathrm{WS}} = (4\pi n_{\mathrm{d}}/3)^{-1/3}$ — радиус Вигнера–Зейтца. Символы соответствуют численному моделированию методом молекулярной динамики. Кружки — продольная мода, квадраты — поперечная мода (сплошные для $N = 800$ частиц, полые для $N = 250$). Кривые — сравнение результатов моделирования с теоретическими моделями. Верхняя сплошная (пунктирная) кривая соответствует дисперсионному соотношению, полученному для продольной моды в рамках приближения квазилокализованного заряда (обобщенной гидродинамики). Нижняя пунктирная кривая соответствует дисперсии поперечных колебаний в рамках обобщенной гидродинамической модели (она проведена путем подгонки параметров модели для наилучшего согласия с численными результатами)

Аналогично дисперсионные соотношения были получены для продольных колебаний двумерного плазменно-пылевого кристалла [250]. Дисперсионные соотношения для продольных и поперечных колебаний двумерной гексагональной решетки пылевых частиц и трехмерных решеток типа bcc и fcc были получены в работе [251].

Вертикальные колебания горизонтальной цепочки сильновзаимодействующих пылевых частиц (поперечные колебания) в приэлектродном слое были рассмотрены в [252]. Дисперсионное уравнение этой моды в приближении экранированного кулоновского потенциала взаимодействия между частицами имеет вид (при учете взаимодействия только между соседними частицами)

$$\omega^2 = \Omega_{\mathrm{v}}^2 - \left(\omega_{\mathrm{pd}}^2/\pi\right) e^{-\kappa} \left(1+\kappa\right) \sin^2\left(\frac{k\Delta}{2}\right). \qquad (11.123)$$

Замена характерной частоты вертикального удержания Ω_{v} на горизонтальную Ω_{h} даст дисперсионное соотношение для второй поперечной (горизонтальной) моды. Модификация дисперсионных соотношений (11.122) и (11.123) для продольных и поперечных колебаний в одномерной цепочке пылевых частиц с учетом ионной фокусировки за частицами (в потоке ионов, направленном на электрод) рассмотрена в работе [253].

11.4.4. Экспериментальное изучение волновых процессов в пылевой плазме

Пыле–звуковые колебания. Низкочастотные флуктуации плотности пылевого компонента наблюдались в экспериментах по кристаллизации пылевой плазмы [26, 209–211, 254, 255]. Эксперимент [209] проводился в высокочастотном магнетронном разряде. При давлении в несколько сотен мТорр пылевые частицы формировали сильноупорядоченную структуру. При уменьшении давления (если плотность частиц была выше некоторой критической) наблюдалось самопроизвольное возникновение флуктуаций плотности плазмы и пылевых частиц с частотой $f \sim 12$ Гц. Это явление было несколько позднее интерпретировано как первое наблюдение пылезвуковых колебаний в лабораторных условиях [256]. Кроме того, низкочастотные моды и возможные механизмы, им соответствующие (в том числе пылезвуковые колебания) в ВЧ разряде, были рассмотрены в работе [257].

Самопроизвольное возникновение низкочастотных колебаний плотности пылевого компонента было обнаружено в плазме Q-машины в работе [210]. Скорость распространения колебаний составляла $v_{\mathrm{ph}} \sim 9$ см $\cdot\, \mathrm{c}^{-1}$, длина волны $\lambda \sim 0{,}6$ см, и частота, соответственно, $f \sim 15$ Гц. Возникновение этих колебаний было интерпретировано как результат потоковой неустойчивости пылезвуковых колебаний, связанной с присутствием в плазме постоянного электрического поля

$E \sim 1$ В $\cdot$ см$^{-1}$, и, как следствие, дрейфа ионов относительно пылевого компонента.

Для экспериментального исследования пылезвуковых колебаний широко использовался разряд постоянного тока. Так в экспериментах [254, 255] использовалась установка, схематическое изображение которой представлено на рис. 11.25.

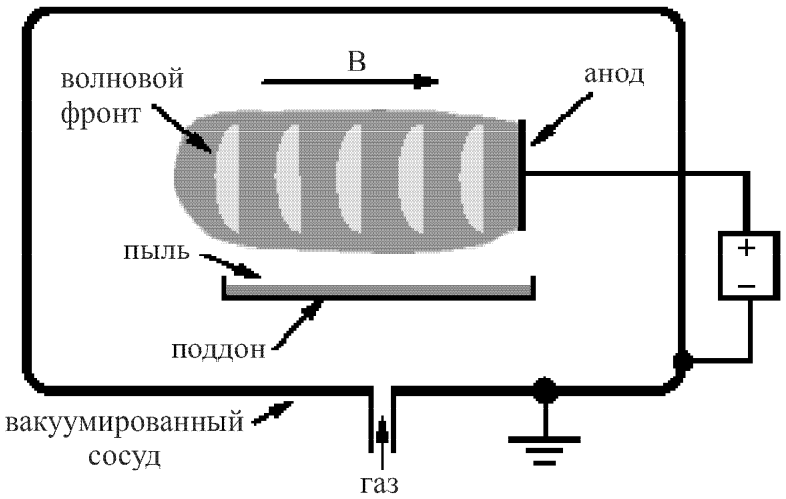


Рис. 11.25. Схематическое изображение установки, использованной для исследования пылезвуковых колебаний в плазме газового разряда постоянного тока [255]

Разряд создавался в азоте при давлении $p \sim 100$ мТорр подачей напряжения на анод (диск диаметром 3 см, расположенный в центре разрядной камеры). Продольное магнитное поле ~ 100 Гаусс использовалось для радиального удержания плазмы. При достаточно большом разрядном токе (> 1 мА) пыле-звуковые колебания возникали спонтанно, как и в более раннем эксперименте [210]. Для более детального исследования колебаний на анод подавался низкочастотный синусоидальный сигнал, частота которого варьировалась в пределах от 6 до 30 Гц. Пример наблюдаемых колебаний для трех различных частот возбуждения приведен на рис. 11.26. Считая, что частота колебаний определяется частотой внешнего возбуждения, и измеряя длину волны колебаний, определялось дисперсионное соотношение (в данном случае зависимость $k\,(\omega)$). Полученные результаты показаны на рис. 11.27. Наблюдаемые колебания представляли собой волну звукового типа со скоростью распространения $v_{\rm ph} \sim 12$ см $\cdot$ с$^{-1}$. Это значение неплохо согласуется с теоретическим из (11.103) [254]. Отсюда делается вывод о том, что наблюдаемые колебания являются пылевым звуком.

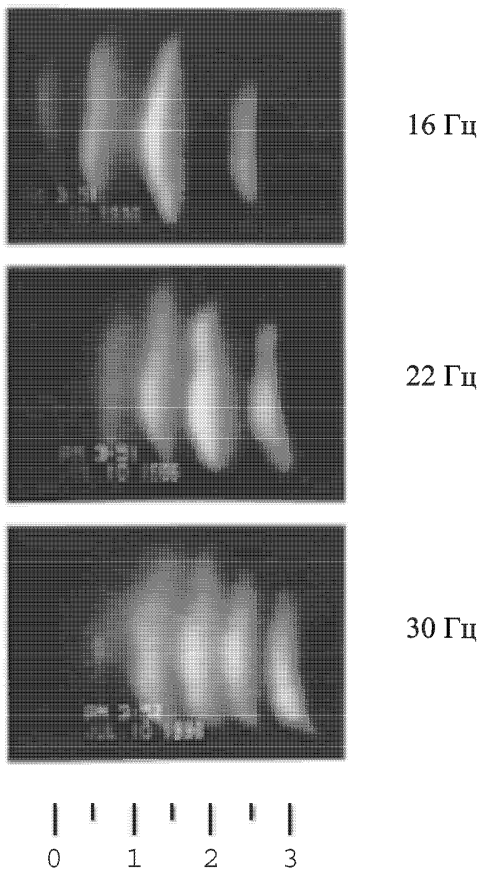


Рис. 11.26. Видеоизображение волновой структуры в пылевой плазме для трех различных частот внешнего возбуждения (указаны справа от рисунков) [254]

Спонтанное возникновение низкочастотных пылезвуковых колебаний наблюдалось также в положительном столбе тлеющего разряда постоянного тока в эксперименте [26, 211], схема которого представлена на рис. 11.15. При уменьшении давления нейтрального газа и/или разрядного тока, а также при дополнительном вбросе частиц в разряд возникала продольная волна плотности, распространяющаяся по направлению электрического поля (вниз). Типичная иллюстрация волновой структуры представлена на рис. 11.3. Характерные параметры колебаний были следующие: частота $\omega \sim 60$ с$^{-1}$, волновое число $k \sim 60$ с$^{-1}$, скорость распространения $v_{\mathrm{ph}} \sim 1$ см $\cdot$ с$^{-1}$. Как показано в [26], одного механизма потоковой неустойчивости недостаточно для возбуждения наблюдаемых колебаний, поскольку при учете эффектов затухания пылевой звук оказывается устойчивым. В этой же работе предложен новый эффект, ведущий к неустойчивости колебаний, комбинация которого с потоковой неустойчивостью позволяет описать линейную стадию самопроизвольного возникновения колебаний. Качественно он состоит в следующем: частицы левитируют в разря-

де за счет баланса электростатической силы и силы тяжести. При распространении колебаний заряд испытывает вариации, связанные с возмущением плотности электронов и ионов. При определенном соотношении между фазами возмущениями заряда и скорости пылевого компонента, последний будет получать энергию от электрического поля разряда, что приводит к раскачке колебаний. Количественные результаты, полученные в [26], находятся в неплохом согласии с экспериментальными. Сходный по сути механизм был использован для объяснения неустойчивости колебаний в ВЧ разряде индуктивного типа [258].

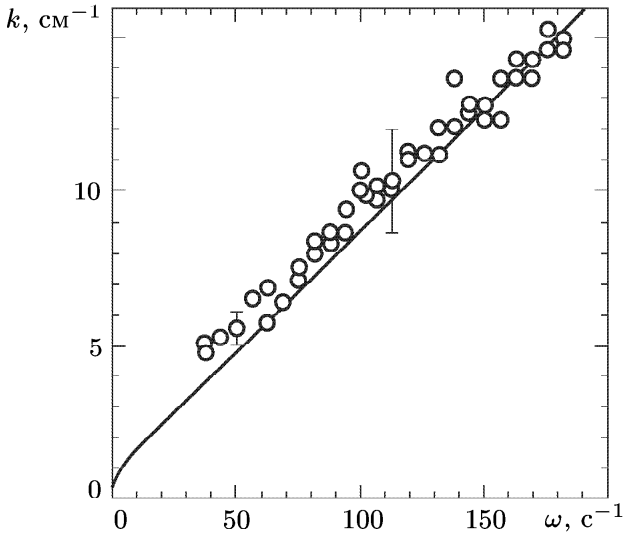


Рис. 11.27. Экспериментально измеренное дисперсионное соотношение пылезвуковых колебаний (кружки) в установке изображенной на рис. 11.25. Кривая рассчитана из теоретического выражения для дисперсии пылезвуковых колебаний с учетом столкновений пылевых частиц с нейтральными частицами (типа (11.105)). График взят из [255]

Отметим, что при анализе экспериментальных результатов часто используется теория пылевого звука в идеальной пылевой плазме, хотя в эксперименте пылевые частицы могут сильно взаимодействовать. Как уже отмечалось, это может быть оправдано в случае сильнодиссипативных систем, когда $\nu_{\mathrm{dn}} \sim \omega_{\mathrm{pd}}$ (см., например, [259]). Кроме того, возмущения плотности пылевого компонента часто имеют достаточно большую амплитуду, т. е. колебания существенно нелинейны. Тем не менее, в большинстве работ используется теория линейных колебаний, что также может быть иногда оправдано (например, при определении порога возникновения неустойчивости).

Колебания в плазменно–пылевом кристалле. Возбуждение колебаний в сильноупорядоченной структуре пылевых частиц (пылевом кристалле) часто используют как средство диагностики пылевой плазмы.

Основными параметрами, входящими в дисперсионное соотношения (в рамках дебаевской модели), являются заряд частиц Z_{d} и отношение межчастичного расстояния к длине экранирования — параметр решетки κ. Остальные параметры либо известны заранее (например, масса частиц), либо относительно легко определяются в эксперименте (например, среднее расстояние между частицами). Следовательно Z_{d} и κ могут быть оценены из сравнения экспериментальных дисперсионных соотношений с той или иной теоретической моделью.

Возбуждение колебаний одномерной цепочки частиц, сформированной в приэлектродном слое ВЧ разряда, описано в [260]. Возбуждение производилось подачей периодического потенциала на небольшой зонд, помещенный вблизи одного из концов цепочки. В модифицированном эксперименте [261] возбуждение производилось модулированным излучением лазера, сфокусированном на крайней частице. В рассматриваемом эксперименте был определен параметр решетки $\kappa \approx 1{,}6 \pm 0{,}6$ (заряд измерялся независимо методом резонанса вертикальных колебаний). Отметим здесь еще один эксперимент [262], в котором наблюдалась неустойчивость вертикальных колебаний горизонтальной цепочки пылевых частиц (поперечная мода) в приэлектродном слое разряда постоянного тока. В качестве объяснения механизма неустойчивости в этой работе предложен эффект запаздывания заряда, рассмотренный в п. 11.4.1.

Лазерное возбуждение колебаний было использовано для анализа продольной моды в двумерном пылевом кристалле [250]. Эксперименты проводились при разных давлениях. С увеличением давления оцененный из эксперимента параметр κ несколько уменьшался, однако, как и для большинства экспериментов в приэлектродном слое ВЧ разряда, он лежал в диапазоне $\kappa \sim 0{,}5$–2. Поперечные моды в двумерном пылевом кристалле, возбуждаемые лазерным излучением анализировались в [263]. Наконец, анализ возбуждаемых лазером продольных и поперечных мод в двумерном кристалле проведен в [264]. Экспериментальные результаты находятся в качественном согласии с теорией [251], что позволяет использовать их для оценки Z_{d} и κ.

Для исследования дисперсионных кривых в пылевой плазме не обязательно возбуждать колебания внешними источниками: эта информация содержится уже в случайном (тепловом) движении пылевых частиц. В работе [265] были измерены дисперсионные соотношения для продольной и поперечной мод в отсутствии внешнего возмущения. Для этого с помощью преобразования Фурье от скорости частиц рассчитывались амплитуда колебаний $V_{\mathbf{k},\omega}$ и плотность энергии $\sim V^2_{\mathbf{k},\omega}$. Последняя была сосредоточена в окрестности определенных кривых в $(\mathbf{k},\omega)$ пространстве, как следует из рис. 11.28, которые и отождествляются с дисперсионными кривыми. Отметим, что в рассматриваемом эксперименте пылевой компонент не был в тепловом равновесии с нейтральным. Распределение пылевых частиц по скоростям было близко

к максвелловскому со средней кинетической энергией, в несколько раз превосходящей температуру нейтрального компонента. Как уже обсуждалось, это свидетельствует о наличии некоторого источника (стохастической) энергии для пылевых частиц, которая диссипируется в основном за счет их столкновений с нейтральным газом.

В работе [266] исследовались уединенные волны в монослое гексагонального пылевого кристалла, сформированного из монодисперсных частиц и левитирующего в приэлектродном слое емкостного ВЧ разряда. Для возбуждения волн на тонкую металлическую нить, расположенную под кристаллом, подавался короткий импульс напряжения (−30 В, 100 мс), приводивший к созданию одномерного возмущения (сжатия), распространяющемуся перпендикулярно нити. Было обнаружено, что возбуждаемая таким образом волна обладает основными свойствами солитонов, в частности, произведение ее амплитуды на квадрат ширины остается постоянным по мере распространения волны. Предложенная в [266] теория, хорошо описывающая эксперимент, базируется на уравнении движения для одномерной цепочки пылевых частиц, учитывающем дисперсию, нелинейность и затухание.

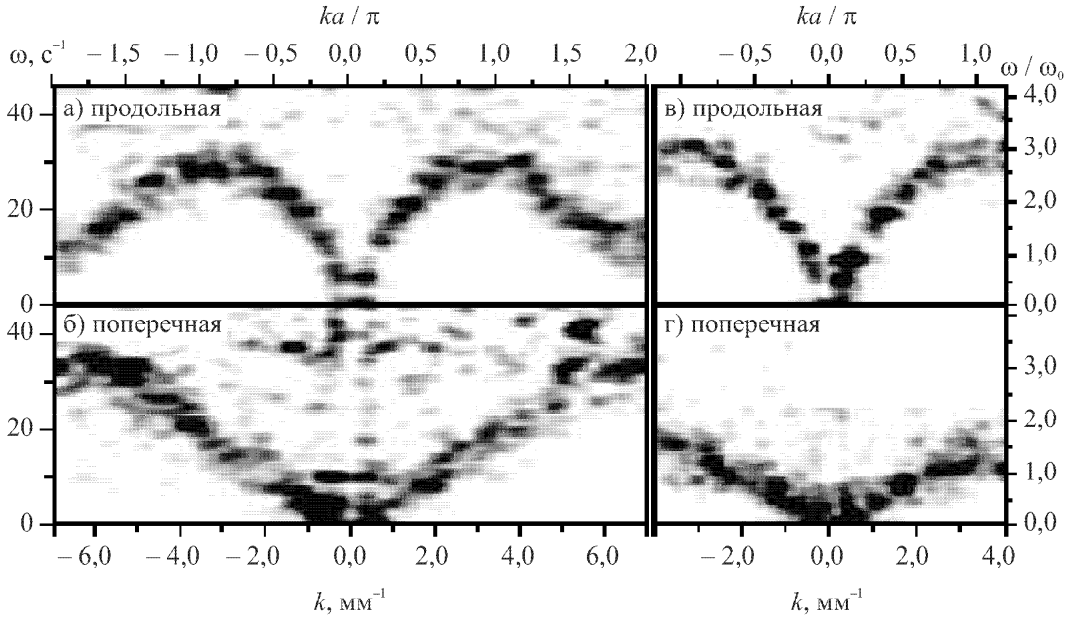


Рис. 11.28. Спектр плотности энергии флуктуаций в $(\mathbf{k}, \omega)$ пространстве в отсутствии внешнего возбуждения колебаний [265]. Более темные области отвечают большей энергии. Энергия сосредоточена в окрестности кривых, соответствующих дисперсионным кривым. Рисунки (a) и (c) — продольная мода; (b) и (d) — поперечная мода. Левая (правая) панель соответствует направлению $\mathbf{k}$, параллельному (перпендикулярному) основному вектору трансляции решетки

В заключение кратко остановимся еще на одном эффекте, связанном с волновыми процессами в пылевой плазме. Так называемые конусы Маха с углом раствора μ, определяемым отношением скорости распространения колебаний (скорости звука) в среде к (сверхзвуковой) скорости распространения возбуждения, $\sin\mu = c_s/V$, могут формироваться в пылевой плазме за счет звукового характера дисперсии и использоваться для ее диагностики [267]. В лабораторных условиях они наблюдались в экспериментах [268, 269], а их возникновение было связано с наличием быстро движущихся (сверхзвуковых) частиц под решеткой двумерного плазменно–пылевого кристалла в приэлектродном слое ВЧ разряда (причина появления таких частиц до конца не понята). В работе [270] для создания сверхзвукового объекта было использовано сфокусированное излучение лазера, перемещавшееся по пылевому кристаллу со сверхзвуковой скоростью.

§ 11.5. Новые направления исследований пылевой плазмы

В данном разделе рассмотрены некоторые новые направления лабораторных исследований пылевой плазмы. Термин «новые», конечно, условен, поскольку сама область исследования пылевой плазмы начала интенсивно развиваться относительно недавно (менее десяти лет назад). Здесь мы фокусируем внимание на следующих направлениях изучения свойств пылевой плазмы: исследования в условиях микрогравитации, внешние воздействия, использование несферических частиц и, в заключение, кратко останавливаемся на возможных применениях пылевой плазмы.

11.5.1. Исследования пылевой плазмы в условиях невесомости. Во многих случаях сила тяжести существенно ограничивает возможности лабораторных экспериментов в наземных условиях. Так она препятствует формированию протяженных трехмерных структур. Для левитирования микрочастиц обычно необходимы сильные электрические поля, существующие в приэлектродных слоях либо в стратах. Эти области характеризуются высоким уровнем анизотропии и надтепловыми потоками ионов. Внешние силы в этих условиях сопоставимы по величине с силами межчастичного взаимодействия. Тем самым, большинство плазменно-пылевых систем, исследованных в наземных условиях, были существенно двумерны, сильно-неоднородны и анизотропны в вертикальном направлении. Большую часть этих ограничений можно избежать, проводя эксперименты в условиях невесомости [14]. Такие эксперименты были проведены в последнее время в нескольких типах плазмы. Ниже мы рассматриваем кратко каждый их них.

Эксперименты в пылевой плазме, индуцированной УФ-излучением. Исследования поведения ансамбля макрочастиц, заряд которых индуцировался солнечным излучением, были проведены в условиях микрогравитации на орбитальном комплексе «Мир» [78]. Эксперимент проводился на установке (рис. 11.29), состоящей из следующих основных частей: стеклянные ампулы, содержащие частицы бронзы с монослосм цезия радиусом 25–50 мкм; источник излучсния — полупроводниковый лазер (рабочая длина волны 0,67 мкм, мощность 30 мвт); система регистрации — ПЗС-камера с объективом и видеомодуль. В начальном состоянии частицы находились на стенках ампулы, поэтому эксперимент проводился по следующей схеме: динамическое воздействие (толчок) на систему; релаксация в течение 3–4 с для уменьшения случайных скоростей, сообщенных частицам при внешнем воздействии; освещение системы солнечным излучением в течение нескольких минут с релаксацией к исходному состоянию — уходом частиц на стенки. На рис. 11.30*а–г* приведен пример последовательных состояний системы частиц в ампуле с давлением буферного газа 40 Торр. Заряд частиц определялся сопоставлением экспериментальной зависимости концентрации пыли в колбе от времени с модельными численными расчетами, либо из анализа траекторий движения частиц [78, 271]. Определенные таким образом заряды находились в диапазоне $(5–10) \cdot 10^4$ элементарных зарядов. Сильную корреляцию межчастичных расстояний экспериментально наблюдать не удалось. Полученные бинарные корреляционные функции позволяют сделать вывод о формировании в данных экспериментальных условиях неидеальных структур жидкостного типа.

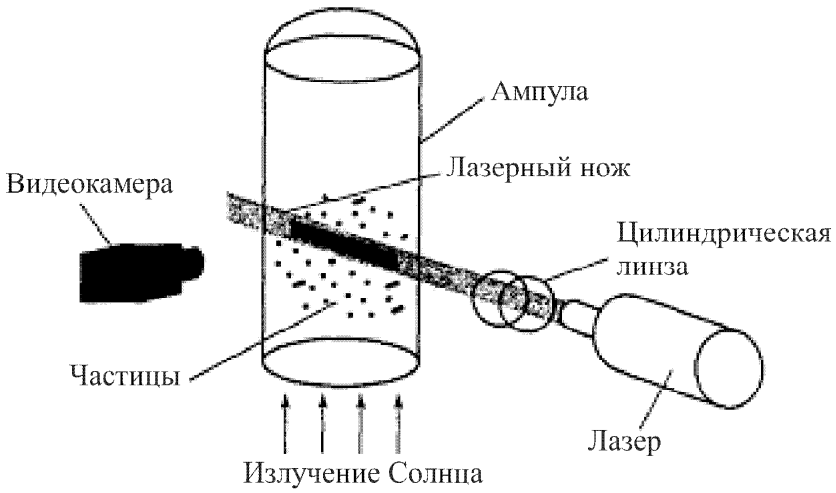


Рис. 11.29. Схема экспериментальной установки для изучения поведения заряженных солнечным излучением частиц в условиях микрогравитации

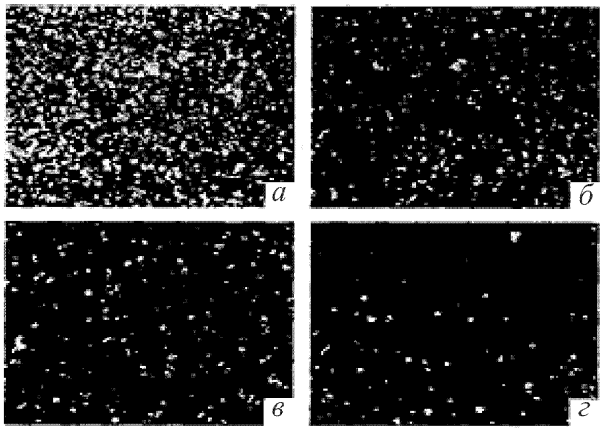


Рис. 11.30. Последовательные состояния системы частиц после динамического воздействия через 2 с (*а*), 20 с (*б*), 50 с (*в*), 110 с (*г*) в экспериментах по изучению поведения заряженных солнечным излучением частиц в условиях микрогравитации

Эксперименты в газовом разряде постоянного тока. На орбитальном комплексе «Мир» были проведены эксперименты по исследованию пылевой плазмы, создаваемой в газовом разряде постоянного тока [272]. Основным отличием от схожей установки в наземных экспериментах (см. рис. 11.15) являлось наличие двойного сеточного электрода между катодом и анодом. Во время экспериментов электрод был под плавающим потенциалом и препятствовал уходу отрицательно заряженных частиц на анод.

В экспериментах использовался разряд в неоне при давлении $p = 1$ Торр. Разрядный ток мог варьироваться от 0,1 до 1 мА. В качестве микрочастиц использовались немонодисперсные бронзовые сферы со средним радиусом $\bar{a} \approx 65$ мкм. Температура электронов и плотность плазмы были оценены как $kT_e \sim 3$–7 эВ, $n_e \sim n_i \sim 2 \cdot 10^9$ см$^{-3}$.

Эксперимент проходил по следующей схеме. Первоначально частицы находились на стенках газоразрядной камеры. Поэтому, после включения разряда с заданным разрядным током I, система подвергалась динамическому воздействию. Оказавшись в объеме плазмы частицы заряжались (как обычно для газоразрядной плазмы, благодаря поглощению электронов и ионов) и двигались в направлении анода. В окрестности сеточного электрода часть частиц захватывалась и формировала стационарную трехмерную структуру (облако), типичное изображение которой представлено на рис. 11.31. Это изображение записывалось с помощью видеокамеры. При выключении разряда частицы уходили обратно на стенки камеры. Эксперимент повторялся при новом значении разрядного тока.

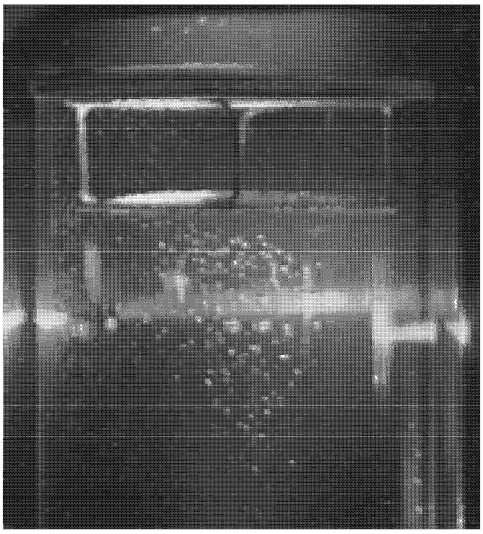


Рис. 11.31. Видеоизображение типичной структуры пылевого облака, формируемого в окрестности сеточного электрода в разряде постоянного тока в условиях микрогравитации. Характерные размеры пылевого облака — около 2 см в радиальном направлении и 0,7–1,3 см в аксиальном

Анализ видеоизображений стационарной пылевой структуры, образующейся вблизи сеточного электрода, позволил измерить статические и динамические характеристики системы. Их сопоставление с результатами численного моделирования диссипативных дебаевских пылевых систем (см. п. 11.3.1) было использовано для диагностики пылевой плазмы. Кроме того, анализ дрейфового движения частиц к сеточному электроду в начальной стадии эксперимента позволил оценить их заряд. Ниже приведем основные результаты.

Измеренные парные корреляционные функции свидетельствовали о формировании упорядоченной плазменно–пылевой структуры жидкостного типа (ближний порядок). Это согласуется с результатами оценок модифицированного параметра неидеальности $\tilde{\gamma}^*$ (уменьшавшегося от $\sim$ 75 до $\sim$ 25 при росте разрядного тока), сделанных на основе измерения коэффициента диффузии микрочастиц. Кинетическая энергия хаотического движения частиц была оценена как $kT_\mathrm{d} \sim 10^5$ эВ. Наконец, заряд частиц был оценен как $Z_\mathrm{d} \sim -2 \cdot 10^6$ элементарных зарядов, что соответствует поверхностному потенциалу ~ -40 В и существенно превышает значение, соответствующее приближению ограниченного орбитального движения. Отметим, что физика зарядки и межчастичного взаимодействия между крупными частицами ($a \geqslant \lambda_\mathrm{Di}, l_\mathrm{i}$) достаточно плохо изучена, прежде всего, потому, что в наземных условиях эксперименты с такими большими частицами невозможны. Поэтому описанные выше эксперименты в условиях невесомости представляют несомненный интерес.

Эксперименты в радиочастотном разряде. Пылевая плазма в условиях микрогравитации достаточно интенсивно исследуется с применением ВЧ разряда. Типичная схема экспериментальной установки, используемой для этих целей, представлена на рис. 11.32. Результаты первых ракетных экспериментов ($\sim$ 6 минут микрогравитации) и их качественный анализ опубликованы в работе [122].

В настоящее время активно функционирует лаборатория «Плазменный Кристалл», реализованная на борту Международной Космической Станции (МКС) в рамках совместной Российско–Германской научной программы. Ее основной задачей является изучение плазменно-пылевых кристаллов, фазовых переходов, волновых явлений, свойств поверхностей и т. д., в трехмерной изотропной пылевой плазме на кинетическом уровне. Первые из «базовых» экспериментов по исследованию поведения пылевого компонента в широком диапазоне параметров пылевой плазмы были проведены в начале марта 2001 года. В них были исследованы монодисперсные системы частиц разного размера и их смесь ($a = 1{,}7$ и $3{,}4$ мкм) в разряде аргона при различных давлениях нейтрального газа и мощностях разряда. Большая часть исследований еще не закончена или находится в стадии анализа экспериментальных результатов. Поэтому мы сначала остановимся на тех важных явлениях, которые наблюдались еще в ракетных экспериментах [122, 273], а затем кратко упомянем некоторые из результатов экспериментов на МКС, которые уже были опубликованы.

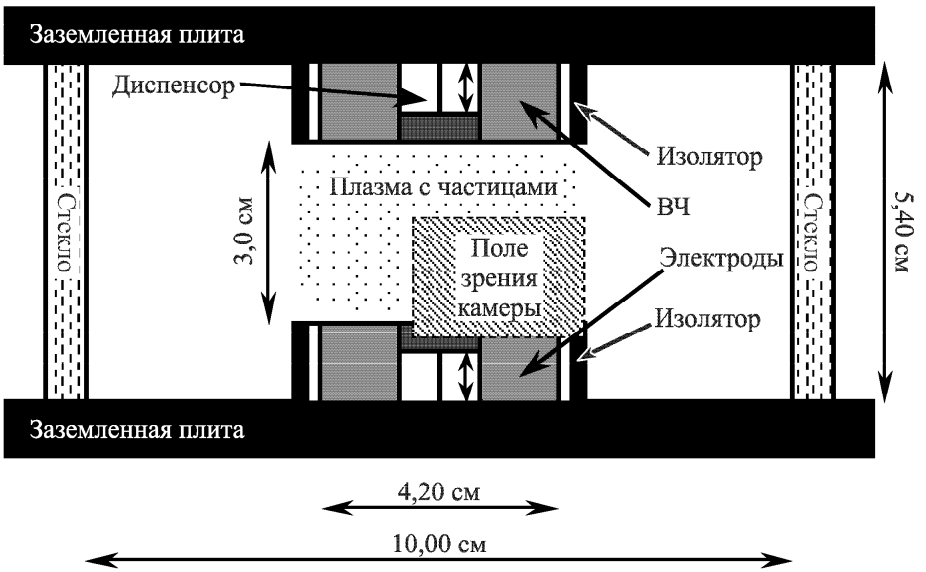


Рис. 11.32. Схема экспериментальной установки для изучения плазменно-пылевых структур в высокочастотном газовом разряде в условиях микрогравитации. Основные размеры указаны на рисунке

Типичная структура системы пылевых частиц и траектории их движения в ВЧ разряде в условиях микрогравитации показаны на рис. 11.33.

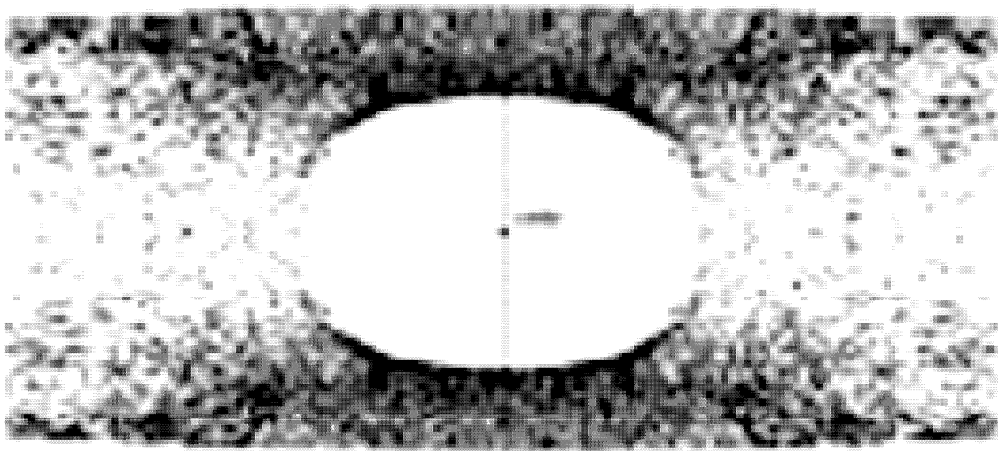


Рис. 11.33. Типичное видеоизображение структуры пылевого облака, и траекторий отдельных пылевых частиц в ВЧ разряде в условиях микрогравитации. Центральная часть разряда свободна от частиц — здесь образуется так называемый войд

Как видно из рисунка пылевой компонент не заполняет весь объем плазмы: центральная часть разряда свободна от пылевых частиц (эта область получила название войда («void» в англоязычной литературе)); также свободны от частиц области вблизи электродов и стенок разрядной камеры. Граница между пылевой плазмой и обычной электрон-ионной плазмой ярко выражена как в области войда, так и на периферии. На периферии вдали от центральной оси разряда частицы совершают конвективное движение. Вблизи оси структура стабильна и не поддерживает конвективного движения. Здесь облако частиц обладает наибольшей упорядоченностью. Частицы формируют слои, параллельные электроду вблизи внешней границы облака, но несколько теряют симметрию при приближении к внутренней области.

Одной из основных проблем, связанных со структурой пылевого облака в ВЧ разряде в условиях микрогравитации, является образование войда. Принято считать, что электрическое поле в разряде направлено от центра к периферии, так что электростатическая сила F_e, действующая на отрицательно заряженные частицы, направлена к центру. Наличие войда означает существование эффекта, который не только компенсирует действие электростатической силы, но и приводит к «выталкиванию» частиц из центральной области разряда. Было установлено, что войд формируется и при относительно малом числе пылевых частиц в разряде, т. е. не является существенно коллективным эффектом. Это может отвечать внутреннему свойству разряда — наличию некоторой силы, направленной от центра к перифе-

рии и превосходящей по величине электростатическую силу. В работе [122] было выдвинуто предположение о том, что за образование войда ответственна термофоретическая сила. Однако оно пока не нашло бесспорного подтверждения. Более того, результаты численного моделирования рассматриваемой системы [274] ставят это предположение под сомнение. В ряде других работ [123, 124, 275] было предположено, что силой ответственной за образование войда, является сила ионного увлечения F_{I}. Необходимым условием образования войда является выполнение условия $|F_{\mathrm{I}}/F_{\mathrm{e}}| > 1$, по крайней мере, в некоторой окрестности центральной области разряда. Проверка выполнения этого условия, с использованием новых результатов о силе ионного увлечения, действующей на уединенную пылевую частицу в бесстолкновительном режиме (для рассеяния иона на пылевой частице), приведена в работе [125]. Повторим ее здесь. В случае слабого электрического поля, $E \ll \ll kT_{\mathrm{i}}/el_{\mathrm{i}}$, ионы дрейфуют по полю с дотепловой скоростью (такая ситуация заведомо реализуется в некоторой окрестности центра разрядной камеры, где электрическое поле равно нулю). Скорость их дрейфа определяется как $u = \mu_{\mathrm{i}} E$, где $\mu_{\mathrm{i}} = el_{\mathrm{i}} v_{T_{\mathrm{i}}}/kT_{\mathrm{i}}$ — подвижность ионов. Используя выражения (11.53) и (11.63) для F_{e} и F_{I} и учитывая, что обе силы пропорциональны напряженности электрического поля, можно получить $|F_{\mathrm{I}}/F_{\mathrm{e}}| \cong \delta l_{\mathrm{i}}/\lambda_{\mathrm{D}}$, где δ — слабая функция параметров пылевой плазмы ($\delta \sim 0{,}5$ для характерных условий экспериментов). Таким образом, в бесстолкновительном случае (который требует, по крайней мере, выполнения условия $l_{\mathrm{i}} \gg \lambda_{\mathrm{D}}$) условие $|F_{\mathrm{I}}/F_{\mathrm{e}}| > 1$ всегда выполняется. Поэтому, в настоящее время принято считать, что образование войда обусловлено в первую очередь силой ионного увлечения.

Возвращаясь к экспериментам на борту МКС, отметим работу [276], посвящённую описанию базовых экспериментов по кристаллизации пылевого компонента. При определенных условиях в области наибольшей упорядоченности пылевого компонента (нижней центральной части пылевого облака) наблюдалось сосуществование трех типов решетки: fcc, bcc, и hcp. В то же время отсутствовало выстраивание частиц в цепочки в вертикальном направлении, характерное для экспериментов в ВЧ разряде в наземных условиях. Результаты наблюдений сравнивались с теоретическими предсказаниями в рамках дебаевской модели. В работе [277] анализировались продольные колебания, возбуждаемые в пылевом облаке подачей низкочастотного напряжения на электроды. Сопоставление экспериментально определенного дисперсионного соотношения с теорией было использовано для оценки заряда частиц. Изучению границ между нормальной плазмой электронов и ионов и пылевой плазмой, а также между двумя пылевыми плазмами (характеризуемыми разным размером микрочастиц) посвящена работа [278].

11.5.2. Внешние воздействия. Исследование различных внешних воздействий на плазменно-пылевые структуры представляет большой интерес по нескольким причинам. Во-первых, воздействия, вносящие незначительные искажения в фоновую плазму, могут быть использованы в качестве диагностических средств. Внешние воздействия могут так же использоваться для управления пространственным положением и упорядоченностью плазменно-пылевых структур. Кроме того, внешние воздействия могут быть использованы для введения в плазменно-пылевые структуры дополнительной энергии с целью изучения их поведения в экстремальных условиях.

Наиболее активно используется воздействие на частицы лазерного излучения. Как было указано выше, оно применяется для манипуляции частицами при измерении потенциала межчастичного взаимодействия (п. 11.2.4), возбуждения вращения пылевых кластеров (п. 11.3.3), возбуждения вертикальных колебаний отдельных частиц (п. 11.4.1) и низкочастотных волн в плазменно-пылевой структуре (кристалле) (п. 11.4.4), для формирования конусов Маха (п. 11.4.4). Область применения лазерного воздействия продолжает расширяться. Отметим в этой связи недавние работы: [82], в которой манипуляция частицами с помощью лазерного излучения была использована для определения их заряда в плазме газового разряда постоянного тока, а также [279], где лазерное излучение использовалось для формирования локализованного «точечного» источника и изучения эмитируемых им волн в двумерном плазменно-пылевом кристалле, сформированном в ВЧ разряде.

В качестве внешнего воздействия применяется также «электростатическое» воздействие на плазменно-пылевые структуры. Обычно дополнительное низкочастотное напряжение подается либо на электрод(ы), либо на небольшой объект (типа зонда), помещенный вблизи области нахождения пылевых частиц. Этот метод широко применяется для возбуждения волн в плазменно-пылевых структурах. Кроме того, в работе [280] он был использован для анализа дальнодействующего взаимодействия между пылевыми частицами, левитирующими вблизи границы приэлектродного слоя ВЧ разряда, и макроскопическим объектом (тонкой проволочкой). Показано, что при отрицательном потенциале на проволочке ближние частицы испытывают электростатическое отталкивание. В то же время на достаточно далеких расстояниях имеет место притяжение. В качестве механизма, объясняющего дальнодействующее притяжение, использована сила ионного увлечения. Наконец, влияние зонда, помещенного вблизи границы приэлектродного слоя ВЧ разряда, на структуру и свойства пылевого кристалла, формирующегося в этой области, проанализировано в работе [281].

Еще одним источником внешнего воздействия на пылевую плазму может служить магнитное поле. Как уже указывалось в п. 11.3.3 вертикальное магнитное поле может приводить к вращению пылевых кла-

стеров в горизонтальной плоскости. Эффект связан с тангенциальной составляющей силы ионного увлечения, возникающей за счет искривления траекторий ионов в магнитном поле, и рассмотрен подробнее в работе [118].

Наконец, может применяться «механическое» воздействие на плазменно-пылевую структуру. В качестве примера рассмотрим эксперименты по возбуждению нелинейных волн в разряде постоянного тока. Экспериментальная установка была схожа с описанной в п. 11.3.2. Основное отличие заключалось в следующем. Катод имел форму полого цилиндра. Под катодом располагался поршень, который приводился в движение постоянным магнитом. Скорость движения поршня составляла 30–40 см $\cdot$ с$^{-1}$, ход 4–5 см. На расстоянии 7 см от катода ставилась сетка, находившаяся под плавающим потенциалом. При движении поршня вниз пылевые частицы увлекались вниз, в область более сильного электрического поля, и в структуре возникала неустойчивость. Удалось получить как уединенные волны, так и появляющуюся сразу во всем объеме пылевой плазмы неустойчивость. Видеоизображение уединенной волны и профили фактора сжатия в ней в различные моменты времени представлены на рис. 11.34.

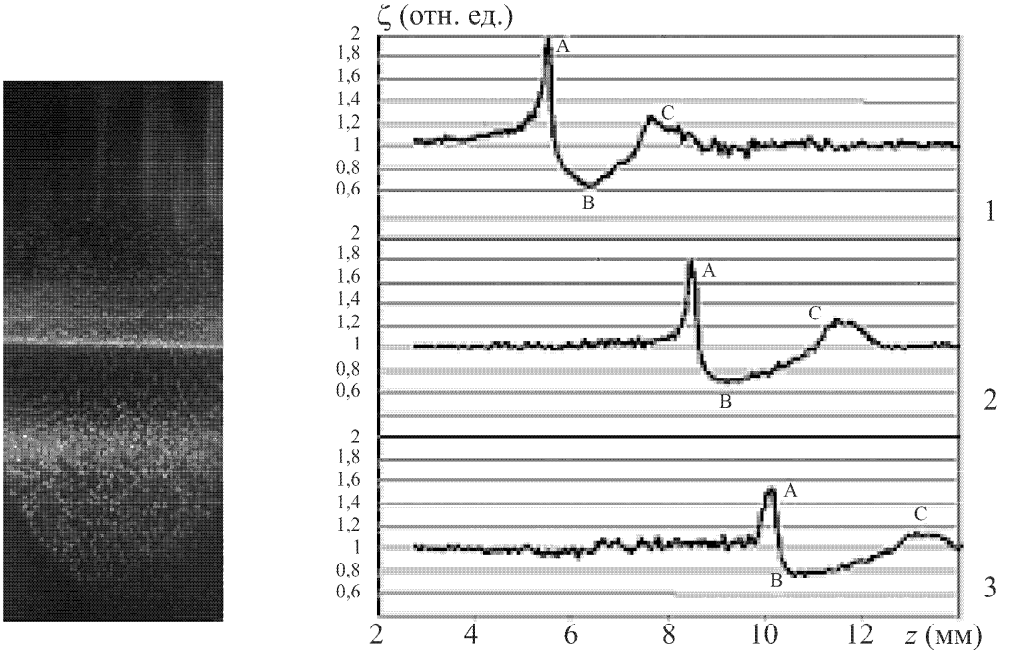


Рис. 11.34. Видеоизображение уединенной волны (*а*) и профили фактора сжатия в волне в различные моменты времени (*б*). Интервал между кривыми 1 и 2 — 120 мс, между кривыми 2 и 3 — 60 мс. Волна возбуждалась механическим воздействием в установке газового разряда постоянного тока

Как видно, возмущение состоит из двух областей сжатия, разделенных областью разрежения. Обе области сжатия движутся вниз со скоростями 1,5–3 см $\cdot$ с$^{-1}$ (порядка скорости пылевого звука), причем нижнее уплотнение всегда движется чуть быстрее. Минимум области разряжения движется вначале вместе с нижним уплотнением, а затем постепенно приобретает скорость верхнего уплотнения. Таким образом, наблюдается увеличение крутизны фронта верхнего уплотнения. В области разрежения частицы движутся вверх со скоростями до 15 см $\cdot$ с$^{-1}$, что в несколько раз превышает скорость пылевого звука. Теоретическое описание наблюдаемого явления представляет собой интересную проблему.

11.5.3. Пылевая плазма сильно асимметричных частиц. В большинстве экспериментов и теоретических работ, посвященных исследованию свойств пылевой плазмы, использовались сферические частицы. Лишь в последнее время были проведены экспериментальные и теоретические исследования поведения пылевых частиц асимметричной формы [282–287]. Отметим, что в работе [282] отношение геометрических размеров частиц $\alpha \sim 3$, а первые эксперименты с сильно асимметричными частицами ($\alpha = (40\text{–}80) \gg 1$) были выполнены в [283].

Хорошо известно, что коллоидные растворы, свойства которых имеют много общего со свойствами пылевой плазмы, демонстрируют значительно более широкий спектр возможных состояний в случае сильно асимметричных цилиндрических или дискообразных частиц. В таких растворах наряду с жидкостной, могут наблюдаться различные жидкокристаллические и кристаллические фазы с различной степенью ориентационного и позиционного упорядочения. Также хорошо известно, что использование цилиндрических зондов наряду со сферическими существенно расширяет возможности диагностики низкотемпературной плазмы. Очевидно, что использование цилиндрических частиц в дополнение к сферическим может также существенно расширить возможности *бесконтактных* методов диагностики плазмы.

В работе [283] в плазму разряда постоянного тока (экспериментальная установка аналогична описанной в п. 11.3.2) вводились нейлоновые частицы ($\rho = 1{,}1$ г $\times$ см$^{-3}$) длиной 300 мкм и диаметром 7,5 и 15 мкм, а также длиной 300 и 600 мкм и диаметром 10 мкм. Разряд зажигался в неоне или смеси неона с водородом при давлении 0,1–2 Торр. Разрядный ток менялся в пределах от 0,1 до 10 мА. В этой области параметров в разряде существовали стоячие страты, внутри которых была возможна левитация частиц. Смесь неона с водородом использовалась для достижения левитации более тяжелых частиц с большим диаметром (15 мкм) или длиной (600 мкм). В этом случае частицы формировали структуры, состоящие из 3–4 горизонтальных слоев. Более легкие частицы левитировали в чистом неоне и формировали значительно более

протяженные структуры в вертикальном направлении. На рис. 11.35 представлена часть горизонтального сечения упорядоченной структуры, левитирующей в страте газоразрядной плазмы смеси (1:1) неона с водородом при давлении 0,9 Торр и токе 3,8 мА.

Структуры, образованные микроцилиндрами, в разряде постоянного тока демонстрировали явное упорядочение. Все частицы лежали в горизонтальной плоскости и были ориентированы в одном и том же направлении. Можно было бы предположить, что их ориентация определяется цилиндрической симметрией разряда. Однако оказалось, что ориентация частиц никак не связана с симметрией разрядной трубки. Преимущественное направление также не связано с взаимодействием между частицами, так как одиночные частицы были ориентированы в том же направлении. По-видимому, преимущественная ориентация частиц связана с незначительной конструктивной асимметрией разрядной трубки. Для проверки этого предположения в разряд вводилось искусственное возмущение, с помощью которого удавалось изменить направление преимущественной ориентации.

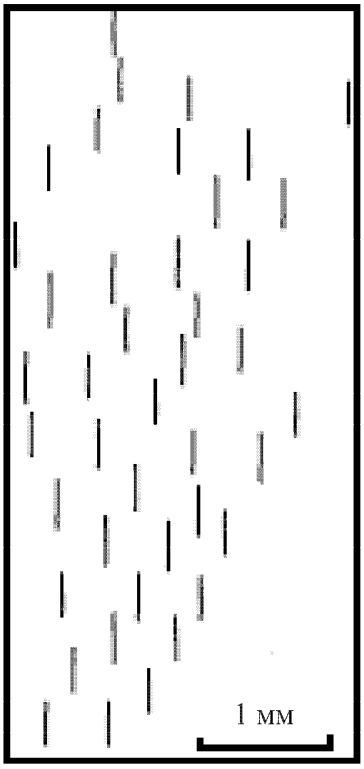
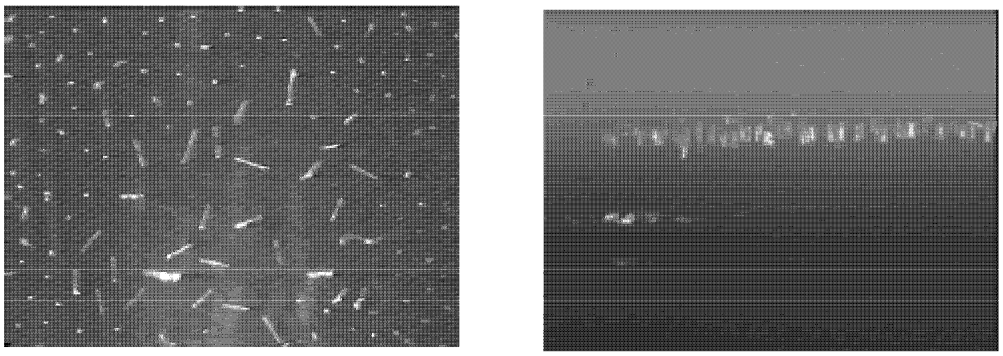


Рис. 11.35. Оцифрованное изображение части горизонтального сечения структуры цилиндрических макрочастиц длины 300 мкм и диаметра 15 мкм, левитирующих в стоячей страте разряда постоянного тока в смеси (1:1) неона с водородом при давлении 0,9 Торр и разрядном токе 3,8 мА

В более поздних экспериментах [285] использовались нейлоновые частицы диаметром 10 мкм и длиной 300 и 600 мкм, покрытые тонким слоем проводящего полимера. В разряде постоянного тока эти частицы образовывали точно такие же структуры, как и частицы без покрытия тех же размеров.

Левитация цилиндрических частиц наблюдалась также вблизи границы приэлектродного слоя высокочастотного разряда емкостного типа [284]. В этом эксперименте использовались цилиндрические частицы длиной 300 мкм и диаметром 7,5 и 15 мкм (также присутствовала немногочисленная фракция частиц диаметра 7,5 мкм большей длины (до 800 мкм)). Типичное видеоизображение образуемой ими структуры представлено на рис. 11.36.

Более длинные частицы были ориентированы горизонтально и находились в основном в центральной части области, ограниченной охранным кольцом, в то время как более короткие частицы были ориентированы вертикально, параллельно электрическому полю. Левитация и упорядочение цилиндрических частиц были возможны лишь при давлениях выше 5 Па и мощности разряда больше 20 Вт. Дальнейшее увеличение мощности не оказывало существенного влияния на левитацию частиц. Среднее расстояние между вертикально ориентированными частицами менялось от 1 до 0,3 мм. Дальнейшее увеличение концентрации частиц приводило к деградации квазикристаллической структуры и увеличению кинетической энергии частиц. Становилось невозможным увеличение концентрации, так как лишние частицы «выпадали» из структуры. Левитация частиц, покрытых проводящим полимером, была невозможна в ВЧ разряде в тех же условиях, где диэлектрические частицы тех же размеров и массы левитировали. Вместо этого проводящие частицы прилипали к электроду, сохраняя вертикальную ориентацию, а некоторые из них слипались друг с другом и образовывали многочастичные фрактальные комплексы, в состав которых входило до 10 частиц.



а *б*

Рис. 11.36. Типичное видеоизображение структуры, образуемой несферическими пылевыми частицами, левитирующими вблизи границы приэлектродного слоя ВЧ разряда. Разряд зажигался в криптоне при давлении 52 Па и мощности 80 Вт. Вид сверху (*а*), точки соответствуют вертикально ориентированным частицам; вид сбоку (*б*)

Преимущественная ориентация цилиндрических частиц определяется конкуренцией между взаимодействием неоднородного электрического поля страты или приэлектродного слоя с зарядом, наведенным дипольным и квадрупольным моментами частицы. В разряде постоянного тока заряд частиц обычно выше, чем в высокочастотном разряде. Это приводит к тому, что в первом случае частицы левитируют в области более слабого электрического поля. Следовательно, и дипольный момент, пропорциональный квадрату поля, в этом случае

может быть существенно меньшим, чем в высокочастотном разряде. Этим и может быть объяснена различная ориентация частиц одного размера: горизонтальная — в разряде постоянного тока и вертикальная — в высокочастотном разряде.

11.5.4. Криогенная пылевая плазма. Неидеальность пылевого компонента возрастает с уменьшением температуры газоразрядной плазмы. Это связано как с прямым уменьшением кинетической энергии пылевых частиц, так и с уменьшением дебаевского радиуса экранировки за счет понижения температуры ионов. Первые эксперименты с пылевой плазмой криогенных газовых разрядов при температуре жидкого азота (77 K) были выполнены в работе [288]. Использовались как тлеющий разряд постоянного тока, так и емкостной ВЧ разряд. Упорядоченные пылевые структуры в тлеющем криогенном разряде внешне мало отличались от структур, наблюдаемых при комнатной температуре. Однако было обнаружено значительно более сильное влияние термофоретических сил на динамику и стабильность пылевых структур. Эти силы пропорциональны градиенту температуры и для частиц микронного размера они могут превышать силу трения почти на порядок величины (см. п. 11.2.3). Также в разряде постоянного тока впервые удалось наблюдать очень протяженные (около 30 см) упорядоченные структуры, состоящие из длинных нитей, занимающие практически весь объем положительного столба газового разряда.

В экспериментах, выполненных в ВЧ разряде, было обнаружено, что при криогенных температурах плотность пылевых частиц в основном объеме упорядоченных структур значительно возрастает, а на периферии остается типичной для обычных тлеющих разрядов. В нижней части пылевых структур наблюдались бегущие волны плотности, вызываемые пыле-акустической неустойчивостью. Скорость пылевого звука в криогенных условиях оказалась в несколько раз выше, чем в нормальных. При понижении давления неустойчивости приводили к разделению структуры на поперечные слои с четкими границами. Авторы работы [288] объясняют образование значительно более плотных структур в криогенной плазме, прежде всего уменьшением дебаевского радиуса, что приводит к экспоненциальному уменьшению в зависимости от температуры энергии взаимодействия между пылевыми частицами и позволяет им подойти ближе друг к другу.

11.5.5. Возможные приложения пылевой плазмы. Пылевая плазма находит широкое применение в промышленности уже на протяжении многих десятилетий, в таких, например, технологиях, как осаждение аэрозольных частиц в продуктах сгорания тепловых электростанций, плазменном напылении, электростатической окраске и ряде других областей. В середине 90-х годов прошлого столетия возникло понимание, что заметная доля загрязнения поверхностей кремниевых плат

при производстве полупроводниковых элементов электроники вызывается не недостаточной очисткой производственных помещений от пыли, а является неизбежным результатом использования технологий плазменного травления и напыления. В наиболее распространенных высокочастотных плазменных установках емкостного типа все частицы заряжаются отрицательно и повисают вблизи одного из электродов, а после выключения разряда осаждаются на поверхность кремниевой подложки. Субмикронные частицы, осажденные на поверхности обрабатываемых плат, могут существенно уменьшать их рабочую поверхность, приводят к появлению дислокаций и пустот, уменьшают сцепление тонких пленок с поверхностью. Большие усилия, направленные на снижение концентрации нежелательных пылевых частиц в промышленных плазменных реакторах, привели к положительным результатам [36, 37, 289], и в настоящее время эта проблема может считаться практически решенной.

Для электрообеспечения космических аппаратов, автоматических метеостанций, противолодочных буев и других аналогичных потребителей существует потребность в малогабаритных автономных источниках тока мощностью $\sim$ 1–10 кВт с ресурсом работы порядка нескольких лет. В настоящее время в качестве таких источников используются фотоэлектрические преобразователи солнечной энергии, термоэлектрические источники с тепловыделяющими элементами из Sr^{90}, Pu^{238} или Po^{210}, и термоэмиссионные преобразователи (ТЭП), где в качестве теплового источника используется ядерный реактор на U^{235}. Все эти источники имеют ряд недостатков, в частности, очень низкий КПД. Кроме того, ядерный реактор очень сложен в изготовлении.

Недавно в работе [290] было предложено преобразование ядерной энергии в электрическую осуществлять за счет фотовольтаического эффекта в широкозонных полупроводниках на основе CVD алмаза и нитрида бора. Создание таких источников тока стало возможным в результате исследований по синтезу алмазных пленок, приведших к получению полупроводниковых структур и исследований по физике пылевой низкотемпературной плазмы.

Принцип действия источников, преобразующих энергию радиоактивных изотопов в электричество путем фотовольтаического эффекта, следующий. Под действием ионизирующего излучения специально подобранная газовая смесь возбуждается и излучает в ультрафиолетовом диапазоне. Это УФ излучение за счет фотовольтаического эффекта индуцирует ЭДС в широкозонном полупроводнике. Для этой цели лучше всего использовать полупроводники на основе алмазных структур, так как они обладают высокой радиационной стойкостью и высоким КПД (до 70%) преобразования. В качестве радиоактивного изотопа можно использовать β-активные изотопы, обладающие сравнительно большим периодом полураспада (10–30 лет), например, Sr^{90}, или аналогичные твердые изотопы, например α-активный Pu^{238}.

При использовании в фотовольтаическом преобразователе твердых изотопов необходимо получить как можно большую площадь поверхности изотопа. Наиболее привлекательной является гомогенная смесь газа с пылью изотопа, при этом отношение поверхность/объем будет максимально возможным. Возбуждение газовой смеси будет осуществляться за счет β или α-излучения радиоактивной пыли. Оценки показывают, что при размере пылинок 1–20 мкм и концентрации пыли в газе 10^5–10^9 см$^{-3}$ можно получить удельную мощность ~ 1 Вт/литр. Давление газа для эффективной конверсии энергии β или α-излучения в УФ излучение должно быть порядка 1–10 атм.

Основной физической проблемой, возникающей при создании указанной батареи, является получение гомогенной газо-пылевой среды при давлениях порядка нескольких атмосфер. Такая возможность следует из результатов, полученных в последнее время при исследовании пылевой плазмы и процессов конденсации и кристаллизации такой среды [291, 292]. В результате самосогласованных процессов в такой плазме устанавливается упорядоченное стационарное состояние. Такое состояние необходимо для транспортировки излучения из объема возбужденного газа к фотопреобразователям.

В последние годы стало очевидно, что наличие пыли в плазме не всегда приводит к нежелательным последствиям. Порошки, получаемые с помощью плазменных технологий, могут обладать интересными и полезными свойствами: очень малыми размерами (от нанометрового до микронного диапазона), монодисперсностью, высокой химической активностью. Размер, структура и состав порошка могут легко меняться в соответствии со специфическими требованиями конкретной технологии. Два основных направления могут быть выделены в прикладных исследованиях пылевой плазмы [37]. Первое из них представляет собой развитие широко распространенных технологий модификации поверхностей, с той лишь разницей, что теперь поверхность пылевых частиц является предметом обработки. С целью получения частиц, обладающих специфическими свойствами, может быть использовано напыление, поверхностная активация, травление или разделение пылевых комплексов в плазме. Вторым важным направлением в прикладных исследованиях пылевой плазмы является получение новых наноструктурных материалов, таких, например, как тонкие пленки с включением частиц нанометрового размера.

Характерный размер элементов интегральных схем микроэлектроники с каждым годом уменьшается и в ближайшей перспективе достигнет 10 нм. Кроме того, существует тенденция замены емкостного высокочастотного разряда индуктивным. В этом случае плазма характеризуется более высокой плотностью электронов и более низким приэлектродным потенциалом. В совокупности это затрудняет захват частиц и приводит к тому, что большая часть частиц упадет на поверхность кремниевой платы во время плазменной обработки.

Это означает, что решение проблемы, найденное в 90-е годы и базировавшееся, главным образом, на возможности удержания пылевых частиц разрядом в специальных ловушках, больше непригодно, и ставит серьезную проблему перед производителями интегральных схем следующего поколения, указывая на необходимость дальнейших прикладных исследований свойств пылевой плазмы.

В заключение отметим, что, несмотря на свою почти вековую историю, изучение свойств пылевой плазмы приобрело особый размах лишь в последнее десятилетие после экспериментального обнаружения кристаллизации пылевого компонента. Благодаря своим уникальным свойствам, пылевая плазма успешно используется для решения как фундаментальных, так и прикладных задач. Простота визуализации позволяет производить измерения на кинетическом уровне. При этом возможен детальный анализ термодинамических и кинетических свойств дислокаций и других дефектов пылевой кристаллической решетки, имеющей много общего с обычной кристаллической решеткой твердых тел. Большой интерес вызывает изучение легко возбуждаемых линейных и нелинейных низкочастотных колебаний и их неустойчивостей. Изучение фазовых переходов в системах симметричных и асимметричных пылевых частиц дает полезную информацию о критических явлениях и процессах самоорганизации, в частности, о возможности естественного образования плазменно-пылевых упорядоченных структур во Вселенной. Проведены первые космические эксперименты в условиях микрогравитации на станциях «Мир» и МКС, где получен ряд важных, а иногда неожиданных результатов. Понимание всех наблюдаемых эффектов невозможно без детального исследования элементарных процессов в пылевой плазме, таких как зарядка частиц, взаимодействие между ними, без рассмотрения основных сил, действующие на частицы и пр.

Среди прикладных задач одной из основных является проблема удаления пылевых частиц при производстве компьютерных микросхем методами плазменных технологий, для ее решения необходимо глубокое понимание физических процессов в газоразрядной пылевой плазме. Кроме того, уникальная возможность удержания и контроля физико-химических свойств пылевых частиц делает плазму прекрасной средой для создания порошков с заданными свойствами и их модификации.

Литература

1. *Goertz C.K.* // Rev. Geophys. 1989. Vol. 27. № 1. P. 271–292.
2. *Northrop T.G.* // Phys. Scripta. 1992. Vol. 45. P. 475–490.
3. *Цытович В.Н.* // УФН. 1997. Т. 167. № 1. С. 57–99.
4. *Bliokh P., Sinitsin V., Yaroshenko V.* // Dusty and Self-Gravitational Plasmas in Space. — Dordrecht: Kluwer Academic, 1995.
5. *Whipple E.C.* // Rep. Prog. Phys. 1981. Vol. 44. P. 1197–1250.
6. *Robinson P.A., Coakley P.* // IEEE Transactions Electr. Insulation. 1992. Vol. 27. P. 944.
7. *Цытович В.Н., Винтер Д.* // УФН. 1998. Т. 168. С. 899–907.
8. *Winter J., Gebaner G.* // J. Nucl. Mater. 1999. Vol. 269. P. 228.
9. *Winter J.* // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. № 10. P. 3862–3866.
10. *Wuerker R.F., Shelton H., Langmuir R.V.* // J. Appl. Phys. 1959. Vol. 30. № 2. P. 342–349.
11. *Paul W., Raether M.* // Z. Physik. 1995. Bd. 140. № 3. S. 262–273.
12. *Ikezi H.* // Phys. Fluids. 1986. Vol. 29. № 6. P. 1764–1766.
13. *Chu J.H., I L.* // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 72. № 25. P 4009–4012.
14. *Thomas H., Morfill G.E., Demmel V. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 73. № 5. P. 652–655.
15. *Hayashi Y., Tachibana K.* // Jpn. J. Appl. Phys. A. 1994. Vol. 33. № 6. P. L804–L806.
16. *Melzer A., Trottenberg T., Piel A.* // Phys. Lett. A. 1994. Vol. 191. № 3/4. P. 301–308.
17. *Morfill G.E., Thomas H.* // J. Vac. Sci. Technol. A. 1996. Vol. 14. № 2. P. 490–495.
18. *Фортов В.Е., Нефедов А.П., Петров О.Ф. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1996. Т. 63. № 3. С. 176–180.
19. *Fortov V.E., Nefedov A.P., Petrov O.F. et al.* // Phys. Lett. A. 1996. Vol. 219. № 1/2. P. 89–94.
20. *Нефедов А.П., Петров О.Ф., Фортов В.Е.* // УФН. 1997. Т. 167. С. 1215.
21. *Фортов В.Е., Нефедов А.П., Торчинский В.М. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1996. Т. 64. № 2. С. 86–91.
22. *Нефедов А.П., Петров О.Ф., Молотков В.И., Фортов В.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 2000. Т. 72. № 4. С. 218–226.
23. *Fortov V.E., Nefedov A.P., Vladimirov V.I. et al.* // Phys. Lett. A. 1999. Vol. 258. № 4/6. P. 305–311.
24. *Fortov V.E., Nefedov A.P., Vladimirov V.I. et al.* // Phys. Lett. A. 2001. Vol. 284. № 2/3. P. 118–123.
25. *Fortov V.E., Molotkov V.I., Nefedov A.P., Petrov O.F.* // Phys. Plasmas. 1999. Vol. 6. № 5. P. 1759–1768.

26. *Fortov V.E.*, *Khrapak A.G.*, *Khrapak S.A. et al.* // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. № 5. P. 1374–1380.
27. *Langmuir I.*, *Found G.*, *Dittmer A.F.* // Science. 1924. Vol. 60. P. 392.
28. *Жуховицкий Д.И.*, *Храпак А.Г.*, *Якубов И.Т.* // Химия плазмы / Под ред. Б.М. Смирнова. — М.: Атомиздат, 1984. Вып. 11. С. 130–170.
29. *Yakubov I.T.*, *Khrapak A.G.* // Sov. Tech. Rev. B: Therm. Phys. 1989. Vol. 2. № 4. P. 269–337.
30. *Sodha M.S.*, *Guha S.* // Adv. Plasma Phys. 1971. Vol. 4. № 1. P. 219.
31. *Soo S.L.* // Multiphase Fluid Dynamics. — Brookfield: Gower Technical, 1990.
32. *Havnes O.*, *Goertz C.K.*, *Morfill G.E. et al.* // J. Geophys. Res. 1987. Vol. 92. № . P. 2281.
33. *Pilipp W.*, *Hartquist T.W.*, *Havnes O.*, *and Morfill G.E.* // Astrophys. J. 1987. Vol. 314. P. 341–351.
34. *Selwyn G.S.*, *Haller K.L.*, *Patterson E.F.* // J. Vac. Sci. Technol. A. 1993. Vol. 11. P. 1132.
35. *Selwyn G.S.* // The Physics of Dusty Plasmas / Eds. P.K. Shukla, D.A. Mendis, and V.W. Chow. — Singapore: World Scientific, 1996. P. 177.
36. *Bouchoule A.* // Dusty Plasmas: Physics, Chemistry and Technological Impacts in Plasma Processing / Ed. A. Bouchoule. — Chichester: Wiley, 1999. P. 305.
37. *Kersten H.*, *Deutsch H.*, *Stoffels E. et al.* // Contrib. Plasma Phys. 2001. Vol. 41. № 6. P. 598–609.
38. *Dubin D.H.E.*, *O'Neil T.M.* // Rev. Mod. Phys. 1999. Vol. 71. № 1. P. 87–172.
39. *Шикин В.Б.* // УФН. 1989. Т. 158. №1. С. 127–133.
40. *Chung P.M.*, *Talbot L.*, *Touryan K.J.* // Electric Probes in Stationary and Flowing Plasmas: Theory and Application. — N.Y.: Springer, 1975.
41. *Allen J.E.* // Phys. Scr. 1992. Vol. 45. P. 497–503.
42. *Goree J.* // Plasma Sources Sci. Technol. 1994. Vol. 3. № 3. P. 400–406
43. *Uglov A.A.*, *Gnedovets A.G.* // Plasma Chemistry and Plasma Processing. 1991. Vol. 11. P. 251.
44. *Kilgore M.D.*, *Daugherty J.E.*, *Porteous R.K.*, *and Graves D.B.* // J. Vac. Sci. Technol. B. 1994. Vol. 12. № 1. P. 486–493.
45. *Lapenta G.* // Phys. Plasmas. 1999. Vol. 6. № 5. P. 1442–1447.
46. *Цытович В.Н.*, *Морфилл Г.Е.*, *Томас Х.* // Физика плазмы. 2002. Т. 28. № 8. С. 675–707.
47. *Allen J.E.*, *Annaratone B.M.*, *de Angelis U.* // J. Plasma Phys. 2000. Vol. 63. № 1. P. 299.
48. *Khrapak S.*, *Ivlev A.*, *Morfill G.*, *and Zhdanov S.* // Phys. Rev. Lett. 2003. Vol. 90. № 22. P. 225002.
49. *Kilgore M.D.*, *Daugherty J.E.*, *Porteous R.K.*, *and Graves D.B.* // J. Appl. Phys. 1993. Vol. 73. № 11. P. 7195–7202.
50. *Зобнин А.В.*, *Нефедов А.П.*, *Синельщиков В.А.*, *Фортов В.Е.* // ЖЭТФ. 2000. Т. 118. № 3. С. 554–559.
51. *Goree J.* // Phys. Rev. Lett. 1992. Vol. 69. № 2. P. 277–280.

52. *Lampe M., Gavrishchaka V., Ganguli G. and Joyce G.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86. № 23. P. 5278–5281.
53. *Su C.H., Lam S.H.* // Phys. Fluids. 1963. Vol. 6. P. 1479.
54. *Палъ А.Ф., Сивохин Д.В., Старостин А.Н. и др.* // Физика плазмы. 2002. Т. 28. № 1. С. 32–44.
55. *Смирнов Б.М.* // Аэрозоли в газе и плазме. — М.: ИВТАН, 1990.
56. *Райзер Ю.П.* // Физика газового разряда. — М.: Наука, 1987.
57. *Mendis D.A.* // Plasma Sources Sci. Technol. A. 2002. Vol. 11. № 2. P. 219–228.
58. *Khrapak S.A., Nefedov A.P., Petrov O.F., and Vaulina O.S.* // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 59. № 5. P. 6017–6022; 1999. Vol. 60. № 3. P. 3450–3451.
59. *Rosenberg M., Mendis A.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 1995. Vol. 23. № 2. P. 177–179.
60. *Rosenberg M., Mendis A., Sheehan D.P.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 1996. Vol. 24. № 6. P. 1422–1430.
61. *Rosenberg M., Mendis A., Sheehan D.P.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 1999. Vol. 27. P. 239
62. *Khrapak S.A., Morfill G.* // Phys. Plasmas. 2001. Vol. 8. № 6. С. 2629–2634.
63. *Липаев А.М., Молотков В.И., Нефедов А.П. и др.* // ЖЭТФ. 1997. Т. 112. № 6. С. 2030–2044.
64. *Cui C., Goree J.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 1994. Vol. 22. № 2. P. 151–158.
65. *Matsoukas T., Russell M.* // J. Appl. Phys. 1995. Vol. 77. № 9. P. 4285–4292.
66. *Matsoukas T., Russell M., Smith M.* // J. Vac. Sci. Technol. A. 1996. Vol. 14. № 2. P. 624–630.
67. *Matsoukas T., Russell M.* // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 55. № 1. P. 991–994.
68. *Ваулина О.С., Нефедов А.П., Петров О.Ф., Храпак С.А.* // ЖЭТФ. 1999. Т. 115. № 6. С. 2067–2079.
69. *Uhlenbeck G.E., Ornstein L.S.* // Phys. Rev. 1930. Vol. 36. № 5. P. 823–841.
70. *Vaulina O.S., Khrapak S.A., Nefedov A.P., Petrov O.F.* // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60. № 5. P. 5959–5964.
71. *Vaulina O.S. et al.* // Physica Scripta. T. 2000. Vol. 84. P. 229.
72. *Quinn R.A., Goree J.* // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 61. № 3. P. 3033–3041.
73. *Morfill G., Ivlev A.V., Jokipii J.R.* // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. № 5. P. 971–974.
74. *Ivlev A.V., Konopka U., Morfill G.* // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 62. № 2. P. 2739–2744.
75. *Khrapak S.A., Morfill G.E.* // Phys. Plasmas. 2002. Vol. 9. № 2. P. 619–623.
76. *Walch B., Horanyi M., Robertson S.* // Phys. Rev. Lett. 1995. Vol. 75. № 5. P. 838–841.
77. *Sickafoose A.A., Colwell J.E., Horanyi M., Robertson S.* // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. № 26. P. 6034–6037.
78. *Фортов В.Е., Нефедов А.П., Ваулина О.С. и др.* // ЖЭТФ. 1998. Т. 114. № 6. С. 2004–2021.
79. *Fortov V.E., Nefedov A.P., Torchinsky et al.* // Phys. Lett A. 1997. Vol. 229. № 5. P. 317–322.

80. *Нефедов А.П., Петров О.Ф., Молотков В.И., Фортов В.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 2000. Т. 72. № 4. С. 313–326.
81. *Barkan A., D'Angelo N., Merlino R.* // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 73. № 23. P. 3093–3096.
82. *Fortov V.E., Nefedov A.P., Molotkov V.I. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. № 20. P. 205002.
83. *Dubin D.H.E.* // The Physics of Dusty Plasmas / Eds P.K. Shukla, D.A. Mendis, V.W. Chow. — Singapore: World Scientific, 1996.
84. *Нефедов А.П., Петров О.Ф., Храпак С.А.* // Физика плазмы. 1998. Т. 24. С. 1109.
85. *Альперт Я.Л., Гуревич А.В., Питаевский Л.П.* // Искусственные спутники в разреженной плазме. — М.: Наука, 1964.
86. *Khrapak S.A., Ivlev A.V., Morfill G.E.* // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 64. № 4. P. 046403.
87. *Daugherty J.E., Porteous R.K., Kilgore M.D., Graves D.B.* // J. Appl. Phys. 1992. Vol. 72. № 9. P. 3934–3942.
88. *Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А.* // Основы электродинамики плазмы. — М.: Высшая школа, 1978.
89. *Nambu M., Vladimirov S.V., Shukla P.K.* // Phys. Lett. A. 1995. Vol. 203. № 1. P. 40–42.
90. *Vladimirov S.V., Nambu M.* // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 52. № 3. P. 2172–2174.
91. *Vladimirov S.V., Ishihara O.* // Phys. Plasmas. 1996. Vol. 3. № 2. P. 444–446.
92. *Ishihara O., Vladimirov S.V.* // Phys. Plasmas. 1997. Vol. 4. № 1. P. 69–74.
93. *Xie B., He K., Huang Z.* // Phys. Lett. A. 1999. Vol. 253. № 1. P. 83–87.
94. *Lemons D.S., Murillo M.S., Daughton W., Winske D.* // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. № 6. P. 2306–2313.
95. *Lapenta G.* // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 62. № 1. P. 1175–1181.
96. *Melandso F., Goree J.* // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 52. № 5. P. 5312–5326.
97. *Lampe M., Joyce G., Ganguli G.* // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. № 10. P. 3851–3861.
98. *Maiorov S.A., Vladimirov S.V., Cramer N.F.* // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 63. № 1. P. 017401.
99. *Lampe M., Joyce G., Ganguli G.* // Physica Scr. 2001. Vol. T89. № 1. P. 106–111.
100. *Hou L.-J., Wang Y.-N., Mišković Z.L.* // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 64. № 4. P. 046406.
101. *Ishihara O., Vladimirov S.V., Cramer N.F.* // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 63. № 1. P. 017401.
102. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* // Гидродинамика. — М.: Наука, 1988.
103. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* // Физическая кинетика. — М.: Наука, 1979.
104. *Epstein P.S.* // Phys. Rev. 1924. Vol. 23. № 1. P. 710–733.
105. *Draine B.T., Salpeter E.E.* // Astrophys. J. 1979. Vol. 231. № 1. P. 77.
106. *Nitter T.* // Plasma Sources Sci. Technol. 1996. Vol. 5. № 1. P. 93–111.

107. *Talbot L. et al.* // J. Fluid. Mech. 1980. Vol. 101. P. 737.
108. *Havnes O., Nitter T., Tsytovich V.N. et al.* // Plasma Sources Sci. Technol. 1994. Vol. 3. № 3. P. 448–452.
109. *Jellum G.M., Daugherty J.E., Graves D.B.* // J. Appl. Phys. 1991. Vol. 69. № 10. P. 6923–6934.
110. *Балабанов В.В., Василяк Л.М., Ветчинин С.П. и др.* // ЖЭТФ. 2001. Т. 119. № 1. С. 99–106.
111. *Rothermel H., Hagl T., Morfill G. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89. № 17. P. 175001.
112. *Daugherty J.E., Porteous R.K., Graves D.B.* // J. Appl. Phys. 1993. Vol. 73. № 4. P. 1617–1620.
113. *Hamaguchi S., Farouki R.T.* // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 49. № 5. P. 4430–4441.
114. *Hamaguchi S., Farouki R.T.* // Phys. Plasmas. 1994. Vol. 1. № 7. P. 2110–2118.
115. *Morfill G.E., Grun E.* // Planet. Space Sci. 1979. Vol. 27. P. 1269.
116. *Northrop T.G., Birmingham T.* // J. Planet. Space Sci. 1990. Vol. 38. P. 319.
117. *Barnes M.S., Keller J.H., Forster J.C. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1992. Vol. 68. № 3. P. 313–316.
118. *Konopka U., Samsonov D., Ivlev A.V. et al.* // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 61. № 2. P. 1890–1898.
119. *Kaw P.K., Nishikawa K., Sato N.* // Phys. Plasmas. 2002. Vol. 9. № 2. P. 387–390.
120. *Ishihara O., Kimura T., Hirose K.T., Sato N.* // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 66. № 4. P. 046406.
121. *D'Angelo N.* // Phys. Plasmas. 1998. Vol. 5. № 9. P. 3155–3160.
122. *Morfill G.E., Thomas H.M., Konopka U. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. № 8. P. 1598–1601.
123. *Goree J., Morfill G.E., Tsytovich V.N., Vladimirov S.V.* // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 59. № 6. P. 7055–7067.
124. *Tsytovich V.N., Vladimirov S.V., Morfill G.E., Goree J.* // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 63. № 5. P. 056609.
125. *Khrapak S.A., Ivlev A.V., Morfill G.E., Thomas H.M.* // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 66. № 4. P. 046414.
126. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* // Механика. — М.: Наука, 1988.
127. *Hahn H.-S., Mason E.A., Smith F.J.* // Phys. Fluids. 1971. Vol. 14. P. 278.
128. *Liboff R.L.* // Phys. Fluids. 1959. Vol. 2. № 1. P. 40.
129. *Игнатов А.М.* // Физика плазмы. 1996. Т. 22. С. 648.
130. *Tsytovich V.N., Khodataev Y.K., Bingham R.* // Comments Plasma Phys. Controlled Fusion. 1996. Vol. 17. № 4. P. 249–265.
131. *Daugherty J.E., Graves D.B.* // J. Vac. Sci. Technol. A. 1993. Vol. 11. № 4. P. 1126–1131.
132. *Tsytovich V.N., Khodataev Y.K., Morfill G.E. et al.* // Comments Plasma Phys. Controlled Fusion. 1998. Vol. 18. № 5. P. 281–291.
133. *Konopka U., Ratke L., Thomas H.M.* // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 79. № 7. P. 1269–1272.

134. *Konopka U., Morfill G.E., Ratke L.* // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. № 5. P. 891–894.
135. *Takahashi K., Oishi T., Shimomai K. et al.* // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 58. № 6. P. 7805–7811.
136. *Melzer A., Schweigert V.A., Piel A.* // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. № 16. P. 3194–3197.
137. *Morfill G.E., Thomas H.M., Konopka U., Zuzic M.* // Phys. Plasmas. 1999. Vol. 6. № 5. P. 1769–1780.
138. *Lapenta G.* // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 66. № 2. P. 026409
139. *Perrin J., Hollenstein C.* // Dusty Plasmas: Physics, Chemistry and Technological Impacts in Plasma Processing / Ed. A. Bouchole. — Chichester: Wiley, 1999. P. 77.
140. *Kremer K., Robbins M.O., Grest G.S.* // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 57. № 21. P. 2694–2697.
141. *Robbins M.O., Kremer K., Grest G.S.* // J. Chem. Phys. 1988. Vol. 88. № 5. P. 3286–3312.
142. *Stevens M.J., Robbins M.O.* // J. Chem. Phys. 1993. Vol. 98. № 3. P. 2319–2324.
143. *Hamaguchi S., Farouki R.T., Dubin D.H.E.* // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 56. № 4. P. 4671–4681.
144. *Ichimaru S.* // Rev. Mod. Phys. 1982. Vol. 54. № 4. P. 1017–1059.
145. *Ichimaru S.* // Statistical Plasma Physics. Vol. 1: Basic Principles. — Redwood City: Addison-Wisley, 1992.
146. *Замалин В.М., Норман Г.Э., Филинов В.С.* Метод Монте-Карло в статистической термодинамике. — М.: Наука, 1977.
147. *Ohta H., Hamaguchi S.* // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. № 11. P. 4506–4514.
148. *Meijer E.J., Frenkel D.* // J. Chem. Phys. 1991. Vol. 94. № 3. P. 2269–2271.
149. *Ваулина О.С., Храпак С.А.* // ЖЭТФ. 2000. Т. 117. № 2. С. 326–328.
150. *Dubin D.H.E.* // Phys. Rev. A. 1990. Vol. 42. № 8. P. 4972–4982.
151. *Farouki R.T., Hamaguchi S.* // Phys. Rev. E. 1993. Vol. 47. № 6. P. 4330–4336.
152. *Vaulina O., Khrapak S., Morfill G.* // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 66. № 1. P. 016404.
153. *Lindemann F.A.* // Z. Phys. 1910. Vol. 11. P. 609.
154. *Hansen J.P., Verlet L.* // Phys. Rev. 1969. Vol. 184. № 1. P. 151–161.
155. *Löwen H., Palberg T., Simon R.* // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 70. № 10. P. 1557–1560.
156. *Löwen H.* // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 53. № 1. P. 29–32.
157. *Ваулина О.С., Храпак С.А.* // ЖЭТФ. 2001. Т. 119. № 2. С. 264–272.
158. *Rosenberg R.O., Thirumalai D.* // Phys. Rev. A. 1986. Vol. 33. № 6. P. 4473–4476.
159. *Kremer K., Grest G., Robbins M.O.* // J. Phys. A. 1987. Vol. 20. № 3. P. L181–L187.
160. *Vaulina O.S., Vladimirov S.V.* // Phys. Plasmas. 2002. Vol. 9. № 3. P. 835–840.

161. *Zuzic M., Ivlev A.V., Goree J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 85. № 19. P. 4064–4067.
162. *Quinn R.A., Cui C., Goree J. et al.* // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 53. № 3. P. 2049–2052.
163. *Hayashi Y.* // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. № 23. P. 4764–4767.
164. *Thomas H.M., Morfill G.E.* // Nature. 1996. Vol. 379. P. 806.
165. *Melzer A., Homann A., Piel A.* // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 53. № 3. P. 2757–2766.
166. *Thomas H.M., Morfill G.E.* // J. Vac. Sci. Technol. A. 1996. Vol. 14. P. 501.
167. *Schweigert V.A., Schweigert I.V., Melzer A. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 80. № 24. P. 5345–5348.
168. *Жаховский В.В., Молотков В.И., Нефедов А.П. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1997. Т. 66. № 6. С. 392–397.
169. *Joyce G., Lampe M., Ganguli G.* // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88. № 9. P. 095006.
170. *Fortov V.E., Nefedov A.P., Torchinsky V.V. et al.* // Phys. Lett A. 1997. Vol. 229. № 5. P. 317–322.
171. *Голубовский Ю.Б., Нисимов С.У., Сулейменов И.Э.* // ЖТФ. 1994. Т. 64. № 1. С. 54.
172. *Голубовский Ю.Б., Нисимов С.У.* // ЖТФ. 1995. Т. 65. № 1. С. 46.
173. *Голубовский Ю.Б., Нисимов С.У.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. № 1. С. 20.
174. *Василяк Л.М., Ветчинин С.П.. Поляков Д.Н., Фортов В.Е.* // ЖЭТФ. 2002. Т. 121. № 3. С. 609–613.
175. *Томпсон М.В.* // УФН. 1969. Т. 99. С. 297.
176. *Fortov V.E., Nefedov A.P., Petrov O.F. et al.* // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 54. № 3. P. 2236–2239.
177. *Фортов В.Е., Нефедов А.П., Петров О.Ф. и др.* // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. № 2. С. 467–477.
178. *Фортов В.Е., Филинов В.С., Нефедов А.П. и др.* // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. № 3. С. 889–902.
179. *Khodataev Y.K., Khrapak S.A., Nefedov A.P., Petrov O.F.* // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 57. № 6. P. 7086–7092.
180. *Нефедов А.П., Петров О.Ф., Ходатаев Я.К., Храпак С.А.* // ЖЭТФ. 1999. Т. 115. № 3. С. 837–845.
181. *Самарян А.А., Чернышев А.В., Нефедов А.П. и др.* // ЖЭТФ. 2000. Т. 117. № 5. С. 939–946.
182. *Фортов В.Е., Владимиров В.И., Депутатова Л.В.* // ДАН. 1999. Т. 366. № 2. С. 184.
183. *Владимиров В.И., Депутатова Л.В., Молотков В.И. и др.* // Физика плазмы. 2001. Т. 27. № 1. С. 37–44.
184. *Владимиров В.И., Депутатова Л.В., Нефедов А.П. и др.* // ЖЭТФ. 2001. Т. 120. № 2. С. 353–365.
185. *Gilbert S.L., Bollinger J.J., Wineland D.J.* // Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 60. № 20. P. 2022–2025.
186. *Grier D., Murray C.* // J. Chem. Phys. 1994. Vol. 100. P. 9088.

187. *Candido L., Rino J.-P., Nelson S., Peeters F.M.* // J. Phys.: Condenced Matter. 1998. Vol. 10. № 50. P. 11627–11644.
188. *Lai Y.-J., I L.* // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60. № 4. P. 4743–4753.
189. *Totsuji H.* // Phys. Plasmas. 2001. Vol. 8. № 5. P. 1856–1862.
190. *Totsuji H., Totsuji C., Tsuruta K.* // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 64. № 6. P. 066402.
191. *Astrakharchik G.E., Belousov A.I., Lozovik Y.E.* // Phys. Lett. A. 1999. Vol. 258. № 2. P. 123–130
192. *Астрахарчик Г.Е., Белоусов А.И., Лозовик Ю.Е.* // ЖЭТФ. 1999. Т. 116. № 4. С. 1300–1312.
193. *Juan W.-T., Huang Z.-H., Hsu J.-W. et al.* // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 58. № 6. P. 6947–6950.
194. *Klindworth M., Melzer A., Piel A., Schweigert V.A.* // Phys. Rev. B. 2000. Vol. 61. № 12. P. 8404–8410.
195. *Melzer A., Klindworth M., Piel A.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. № 11. P. 115002.
196. *Amiranashvili S.G., Gusein-zade N.G., Tsytovich V.N.* // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 64. № 1. P. 016407.
197. *Tomme E.B., Law D.A., Annaratone B.M., Allen J.E.* // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 85. № 12. P. 2518–2521.
198. *Melzer A., Trottenberg T., Piel A.* // Phys. Lett. A. 1994. Vol. 191. № 3/4. P. 301–308.
199. *Homann A., Melzer A., Piel A.* // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 59. № 4. P. 9835–9838.
200. *Trottenberg T., Melzer A., Piel A.* // Plasma Sources Sci. Technol. 1995. Vol. 4. № 3. P. 450–458.
201. *Zuzic M., Thomas H.M., Morfill G.E.* // J. Vac. Sci. Technol. A. 1996. Vol. 14. № 2. P. 496–500.
202. *Piel A., Melzer A.* // Plasma Phys. Controlled Fusion. 2002. Vol. 44. № 1. P. R1–R26.
203. *Ivlev A.V., Sütterlin R., Steinberg V. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 85. № 19. P. 4060–4063.
204. *Zafiu C., Melzer A., Piel A.* // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 63. № 6. P. 066403.
205. *Wang Y.-N., Hou Lu.-J., Wang X.* // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89. № 15. P. 155001.
206. *Nunomura S., Misawa T., Ohno N., Takamura S.* // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. № 10. P. 1970–1973.
207. *Samarian A.A., James B.W., Vladimirov S.V., Cramer N.F.* // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 64. № 2. P. 025402.
208. *Sorasio G., Resendes D.P., Shukla P.K.* // Phys. Lett. A. 2002. Vol. 293. № 1/2. P. 67–73.
209. *Chu J.H., Du J.-B., I L.* // J. Phys. D. 1994. Vol. 27. № 2. P. 296–300.
210. *Barkan A., Merlino R.L., D'Angelo N.* // Phys. Plasmas. 1995. Vol. 2. № 10. P. 3563–3565.
211. *Молотков В.И., Нефедов А.П., Торчинский В.М. и др.* // ЖЭТФ. 1999. Т. 116. № 3. С. 902–907.

212. *Tsytovich V.N.*, *de Angelis U.* // Phys. Plasmas. 1999. Vol. 6. № 4. P. 1093–1106.
213. *Tsytovich V.N.*, *de Angelis U.* // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. № 2. P. 554–563.
214. *Tsytovich V.N.*, *de Angelis U.* // Phys. Plasmas. 2001. Vol. 8. № 4. P. 1141–1153.
215. *Tsytovich V.N.*, *de Angelis U.* // Phys. Plasmas. 1999. Vol. 9. № 6. P. 2497–2506.
216. *Tsytovich V.N.*, *de Angelis U.*, *Bingham R.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. № 18. P. 185003.
217. *D'Angelo N.* // Phys. Plasmas. 1997. Vol. 4. № 9. P. 3422–3426.
218. *Ivlev A.V.*, *Samsonov D.*, *Goree J. et al.* // Phys. Plasmas. 1999. Vol. 6. № 3. P. 741–750.
219. *Ivlev A.V.*, *Morfill G.E.* // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. № 4. P. 1094–1102.
220. *Ostrikov K.N.*, *Vladimirov S.V.*, *Yu M.Y.*, *Morfill G.E.* // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 61. № 4. P. 4315–4321.
221. *Wang X.*, *Brattacharjee A.*, *Gou S.K.*, *Goree J.* // Phys. Plsamas. 2001. Vol. 8. № 11. P. 5018–5024.
222. *Shukla P.K.*, *Silin V.P.* // Phys. Scr. 1992. Vol. 45. P. 508.
223. *Rao N.N.*, *Shukla P.K.*, *Yu M.Y.* // Planet. Space Sci. 1990. Vol. 38. P. 543.
224. *Melandsø F.*, *Aslaksen T.*, *Havnes O.* // Planet. Space Sci. 1993. Vol. 41. P. 321.
225. *Varma R.K.*, *Shukla P.K.*, *Krishan V.* // Phys. Rev. E. 1993. Vol. 47. № 5. P. 3612–3616.
226. *Jana M.R.*, *Sen A.*, *Kaw P.K.* // Phys. Rev. E. 1993. Vol. 48. № 4. P. 3930–3933.
227. *Bhatt J.R.*, *Pandey B.P.* // Phys. Rev. E. 1994. Vol. 50. № 5. P. 3980–3983.
228. *Vladimirov S.V.* // Phys. Plasmas. 1994. Vol. 1. № 8. P. 2762–2767.
229. *Bhatt J.R.* // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 55. № 1. P. 1166–1169.
230. *Annou R.* // Phys. Plasmas. 1998. Vol. 5. № 7. P. 2813–2814.
231. *Vladimirov S.V.*, *Ostrikov K.N.*, *Yu M.Y.* // Phys. Rev. E. 1998. Vol. 58. № 6. P. 8046–8048.
232. *Ostrikov K.N.*, *Vladimirov S.V.*, *Yu M.Y.*, *Morfill G.E.* // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. № 2. P. 461–465.
233. *Rosenberg M.* // Planet. Space Sci. 1993. Vol. 41. P. 229.
234. *Rosenberg M.* // J. Vac. Sci. Technol. A. 1996. Vol. 14. № 2. P. 631–633.
235. *D'Angelo N.*, *Merlino R.L.* // Planet. Space Sci. 1996. Vol. 44. P. 1593–1598.
236. *Kaw P.*, *Singh R.* // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 79. № 3. P. 423–426.
237. *Mamun A.A.*, *Shukla P.K.* // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. № 11. P. 4412–4417.
238. *Kaw P.K.*, *Sen A.* // Phys. Plasmas. 1998. Vol. 5. № 10. P. 3552–3559.
239. *Kaw P.K.* // Phys. Plasmas. 2001. Vol. 8. № 5. P. 1870–1878.
240. *Xie B.S.*, *Yu M.Y.* // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 62. № 6. P. 8501–8507.
241. *Murillo M.S.* // Phys. Plasmas. 1998. Vol. 5. № 9. P. 3116–3121.
242. *Murillo M.S.* // Phys. Plasmas. 2000. Vol. 7. № 1. P. 33–38.

243. *Rosenberg M., Kalman G.* // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 56. № 6. P. 7166–7173.
244. *Kalman G., Rosenberg M., DeWitt H.E.* // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. № 26. P. 6030–6033.
245. *Kalman G., Golden K.I.* // Phys. Rev. A. 1990. Vol. 41. № 10. P. 5516–5527.
246. *Winske D., Murillo M.S., Rosenberg M.* // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 59. № 2. P. 2263–2272.
247. *Ohta H., Hamaguchi S.* // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. № 26. P. 6026–6029.
248. *Murillo M.S.* // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 85. № 12. P. 2514–2517.
249. *Melandsø F.* // Phys. Plasmas. 1996. Vol. 3. № 11. P. 3890–3901.
250. *Homann A., Melzer A., Peters R. et al.* // Phys. Lett. A. 1998. Vol. 242. № 3. P. 173–180.
251. *Wang X., Bhattacharjee A., Hu S.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86. № 12. P. 2569–2572.
252. *Vladimirov S.V., Shevchenko P.V., Cramer N.F.* // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 56. № 1. P. 74–76.
253. *Ivlev A.V., Morfill G.* // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 63. № 1. P. 016409.
254. *Thompson C., Barkan A., D'Angelo N., Merlino R.L.* // Phys. Plasmas. 1997. Vol. 4. № 7. P. 2331–2335.
255. *Merlino R.L., Barkan A., Thompson C., D'Angelo N.* // Phys. Plasmas. 1998. Vol. 5. № 5. P. 1607–1614.
256. *D'Angelo N.* // J. Phys. D. 1995. Vol. 28. № 5. P. 1009–1010.
257. *Praburam G., Goree J.* // Phys. Plasmas. 1996. Vol. 3. № 4. P. 1212–1220.
258. *Зобнин А.В., Усачев А.Д., Петров А.Ф., Фортов В.Е.* // ЖЭТФ. 2002. Т. 122. № 3. С. 500–512.
259. *Pieper J.B., Goree J.* // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 77. № 15. P. 3137–3140.
260. *Peters S., Homann A., Melzer A., Piel A.* // Phys. Lett. A. 1996. Vol. 223. № 5. P. 389–393.
261. *Homann A., Melzer A., Peters S., Piel A.* // Phys. Rev. E. 1997. Vol. 56. № 6. P. 7138–7141.
262. *Misawa T., Ohno N., Asano K. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86. № 7. P. 1219–1222.
263. *Nunomura S., Samsonov D., Goree J.* // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. № 22. P. 5141–5144.
264. *Nunomura S., Goree J., Hu S. et al.* // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 65. № 6. P. 066402.
265. *Nunomura S., Goree J., Hu S. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89. № 3. P. 035001.
266. *Samsonov D., Ivlev A.V., Quinn R.A. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88. № 9. P. 095004.
267. *Havnes O. et al.* // J. Geophys. Res. 1995. Vol. 100. P. 1731.
268. *Samsonov D., Goree J., Ma Z.W., Bhattacharjee A.* // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. № 18. P. 3649–3652.
269. *Samsonov D., Goree J., Thomas H.M., Morfill G.E.* // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 61. № 5. P. 5557–5572.

270. *Melzer A., Nunomura S., Samsonov D. et al.* // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 62. № 3. P. 4162–4176.
271. *Ваулина О.С., Нефедов А.П., Петров О.Ф. и др.* // ЖЭТФ. 2001. Т. 119. № 6. С. 1129–1136.
272. *Нефедов А.П., Ваулина О.С., Петров О.Ф. и др.* // ЖЭТФ. 2002. Т. 122. № 4. С. 778–788.
273. *Thomas H.M., Morfill G.E.* // Contrib. Plasma Phys. 2001. Vol. 41. № 2/3. P. 255–258.
274. *Akdim M.R., Goedheer W.J.* // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 65. № 1. P. 015401.
275. *Samsonov D., Goree J.* // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 59. № 1. P. 10471058.
276. *Nefedov A.P., Morfill G., Fortov V.E. et al.* // New J. Phys. 2003. Vol. 55. № 1. P. 33.
277. *Khrapak S., Samsonov D., Morfill G. et al.* // Phys. Plasmas. 2003. Vol. 10. № 1. P. 1–4.
278. *Annaratone B., Khrapak S.A., Bryant P. et al.* // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 66. № 5. P. 056411.
279. *Piel A., Nosenko V., Goree J.* // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89. № 8. P. 085004.
280. *Samsonov D., Ivlev A.V., Morfill G.E., Goree J.* // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 63. № 2. P. 025401.
281. *Law D.A., Steel W.H., Annaratone B.M., Allen J.E.* // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 80. № 19. P. 4189–4192.
282. *Mohideen U., Rahman H.U., Smith M.A. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 81. № 2. P. 349–352.
283. *Молотков В.И., Нефедов А.П., Пустыльник М.Ю. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 2000. Т. 71. № 3. С. 152–156.
284. *Annaratone B.M., Ivlev A.V., Khrapak A.G. et al.* // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 63. № 3. P. 036406.
285. *Fortov V.E., Khrapak A.G., Molotkov V.I. et al.* // Proc. 15 ICPIG. — Japan, Nagoya, 2001. Vol. 3. P. 35–36.
286. *Vladimirov S.V., Nambu M.* // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 64. № 2. P. 026403.
287. *Shukla P.K., Mamun A.A.* // Introduction to Dusty Plasma Physics. — Bristol: IOP Publ. Ltd., 2002.
288. *Фортов В.Е., Василяк Л.М., Ветчинин С.П. и др.* // ДАН. 2002. Т. 382. № 1. С. 50–53.
289. *Selwyn G.S., Singh J., Benett R.S.* // J. Vac. Sci. Technol. A. 1988. Vol. 7. P. 2758.
290. *Баранов В.Ю., Белов И.А., Демьянов А.В. и др.* // Изотопы: свойства, получение, использование / Под ред. В.Ю. Баранова. — М.: Атомиздат, 2000. С. 626.
291. *Паль А.Ф., Старостин А.Н., Филиппов А.В.* // Физика плазмы. 2001. Т. 27. № 2. С. 155–164.
292. *Паль А.Ф., Серов А.О., Старостин А.Н., Филиппов А.В., Фортов В.Е.* // ЖЭТФ. 2001. Т. 119. № 2. С. 272–285.

Приложение I. Критические параметры металлов

Элемент	T_c, K	p_c, 10^8 Па	ρ_c, г·см$^{-3}$	S_c, кал·моль$^{-1}$K^{-1}
Zr	16250	7,52	1,79	40,45
Zn	3196	2,63	2,29	31,27
Y	10800	3,74	1,30	38,92
Yb	4280	1,38	2,36	36,92
V	12500	10,78	1,86	37,26
U	11630	6,11	5,30	43,07
W	21010	15,83	5,87	43,34
Ti	11790	7,63	1,31	37,92
Sn	8200	3,35	2,05	39,44
Th	14950	4,88	3,21	43,67
Tu	5910	2,65	3,22	38,52
Tl	4470	1,63	3,16	38,67
Tb	8060	3,08	2,57	42,34
Te	1850	0,75	2,21	35,22
Ta	20570	13,5	5,04	43,07
Sr	3860	0,90	0,86	35,23
Ag	7010	4,50	2,93	36,86
Se	8350	4,08	0,93	36,82
Sm	5340	2,10	2,51	40,62
Ru	15500	13,74	3,79	37,14
Rh	13510	11,23	3,62	39,66
Re	19600	15,7	6,32	43,42
Ra	3830	0,77	1,93	38,32
Pr	9160	2,85	1,86	41,39
Tc	15930	11,81	3,09	41,00
Pa	12650	4,82	3,72	43,34
Po	2050	0,62	2,67	37,52
Pt	14330	8,70	5,02	41,8
Pd	10760	7,64	3,20	36,64
Os	17110	14,49	6,83	42,60
Nb	19040	12,52	2,59	41,65
Ni	10330	9,12	2,19	36,50
Nd	7920	2,65	2,05	41,33
Mo	16140	12,63	3,18	41,21
Lu	7060	2,84	2,97	39,41
Fr	1810	0,12	0,65	39,50

Продолжение

Элемент	T_c, K	p_c, 10^8 Па	ρ_c, г·см$^{-3}$	S_c, кал·моль$^{-1}$K^{-1}
Bi	4200	1,26	2,66	40,2
Hg	1763 ± 15	$1{,}51 \pm 0{,}025$	$4{,}2 \pm 0{,}4$	33,790
Hg	1753 ± 10	$1{,}52 \pm 0{,}01$	$5{,}7 \pm 0{,}2$	33,241
Na	2573	0,275	0,206	31,683
K	2223	0,152	0,194	33,931
Rb	2093	0,159	0,346	36,485
Cs	2057 ± 40	0,144	$0{,}428 \pm 0{,}012$	38,111
Li	3223	0,689	0,105	27,666
Mn	5940	6,28	2,46	35,68
Mg	3590	1,98	0,56	29,48
Pb	4980	1,84	3,25	39,81
La	11060	3,35	1,78	40,58
Fe	9600	8,25	2,03	37,20
Ir	15380	12,78	6,77	41,91
In	6120	2,43	1,84	37,95
Ho	7240	2,94	2,84	40,63
Hf	18270	9,38	3,88	42,59
Au	8970	6,10	5,68	39,40
Ge	9170	4,90	1,64	37,77
Ga	7210	4,31	1,77	35,91
Gd	8670	3,25	2,50	42,79
Er	8250	3,34	2,86	40,51
Eu	4680	1,21	1,67	41,36
Dy	7240	2,91	2,76	41,05
Cu	8390	7,46	2,39	35,30
Co	10460	9,23	2,20	37,12
Cr	9620	9,68	2,22	37,35
Ce	8860	3,03	2,03	40,51
Ca	4180	1,21	0,49	32,70
Cd	2790	1,60	2,74	33,20
Be	8080	11,70	0,55	27,02
Ba	4100	0,81	1,15	37,06
Al	8000	4,47	0,64	33,52
Sb	2570	1,30	2,61	36,1
B	8200	9,57	0,69	28,9
Se	1010	0,37	1,60	31,8
S	730	0,30	0,72	27,7

Приложение II. Транспортные сечения рассеяния электрона на атомах инертных газов

E, эВ	0	0,01	0,02	0,03
He	–	5,21 (–16)	5,35 (–16)	5,46 (–16)
Ne	–	–	–	4,69 (–17)
Ar	8,05 (–16)*	6,1 (–16)	3,74 (–16)	2,08 (–16)
Kr	3,07 (–15)	2,6 (–16)	1,97 (–15)	1,6 (–15)
Xe	1,78 (–14)	1,16 (–14)	8,0 (–15)	6,13 (–15)

E, эВ	0,05	0,07	0,1	0,15
He	5,62 (–16)	5,74 (–16)	5,86 (–16)	6,04 (–16)
Ne	5,36 (–17)	6,01 (–17)	7,01 (–17)	8,28 (–17)
Ar	1,84 (–16)	1,14 (–16)	4,5 (–17)	2,2 (–17)
Kr	1,14 (–15)	9,0 (–16)	6,8 (–16)	4,4 (–16)
Xe	3,9 (–15)	2,9 (–15)	2,1 (–15)	1,29 (–15)

E, эВ	0,25	0,3	0,5	1,0
He	6,26 (–16)	6,35 (–16)	6,59 (–16)	6,85 (–16)
Ne	1,02 (–16)	1,09 (–16)	1,32 (–16)	1,62 (–16)
Ar	1,56 (–16)	1,09 (–16)	2,83 (–17)	1,05 (–16)
Kr	1,5 (–16)	1,0 (–16)	5,3 (–17)	6,17 (–17)
Xe	5,35 (–16)	3,15 (–16)	1,38 (–17)	2,47 (–16)

E, эВ	2,0	3,0	4,0	5,0
He	6,99 (–16)	6,89 (–16)	5,6 (–16)	6,26 (–16)
Ne	1,81 (–16)	1,9 (–16)	1,98 (–16)	2,07 (–16)
Ar	2,48 (–16)	4,07 (–16)	5,8 (–16)	–
Kr	2,1 (–16)	4,84 (–16)	–	1,02 (–15)
Xe	8,25 (–16)	1,7 (–15)	2,48 (–15)	3,08 (–15)

E, эВ	6,0	7,0	8,0	10,0
He	6,01 (–16)	–	–	–
Ne	2,14 (–16)	2,21 (–16)	–	–
Ar	8,7 (–16)	–	1,17 (–15)	1,38 (–15)
Kr	–	1,5 (–15)	–	1,93 (–15)
Xe	–	–	3,37 (–15)	3,2 (–15)

* в таблице принято обозначение: $1{,}6\ (-16) = 1{,}6 \cdot 10^{-16}$

Приложение III. Работа выхода электронов из металлов

Металл	W, эВ	Металл	W, эВ	Металл	W, эВ	Металл	W, эВ
Li	2,38	Be	3,92	Cu	4,4	Pb	4,0
Na	2,35	Mg	3,64	Zn	4,24	Mo	4,3
K	2,22	Ca	2,80	Cd	4,1	W	4,5
Rb	2,16	Sr	2,35	Hg	4,25	U	3,3
Cs	1,81	Ba	2,49	Sn	4,38		